

| | | |
|---|----------------------------|------------------------|
| Thema: Lösen von logarithmischen Gleichungen | | Grundkompetenz: |
| Name: | Schwierigkeitsgrad: | Klasse: |

Gleichungen, in denen Logarithmen auftreten, werden logarithmische Gleichungen genannt. Viele logarithmische Gleichungen können durch Anwenden der Rechenregeln für Logarithmen gelöst werden. Meistens jedoch muss die Gleichung so umgeformt werden, dass darin nur mehr ein Logarithmus vorkommt. Es ist zu beachten, dass das Argument des Logarithmus positiv sein muss. Es ist daher immer zu überprüfen, ob dies für die gefundene(n) Lösung(en) auch der Fall ist (Probe!).

$\lg(2x + 5) = 2$ Mit der Basis des Logarithmus exponieren.

$$10^{\lg(2x + 5)} = 10^2$$

$$2x + 5 = 100 \quad | - 5$$

$$2x = 95 \quad | :2$$

$$x = 47,5 \quad \text{Probe: } \lg(2 \cdot 47,5 + 5) = 2 \quad \underline{\underline{L = \{47,5\}}}$$

$\lg(x + 3) + \lg(x) = 1$ Rechenregel für Logarithmen anwenden, um die Logarithmen zusammenzuziehen.

$\lg((x+3) \cdot x) = 1$ Mit der Basis des Logarithmus exponieren.

$$x^2 + 3x = 10^1 \quad | - 10$$

$x^2 + 3x - 10 = 0$ Lösungsformel für quadratische Gleichungen anwenden.

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -5 \quad \text{Probe: } \lg(2+3) + \lg(2) = 1$$

-5 ist keine Lösung der Gleichung, da $\lg(-5)$ nicht existiert! $\underline{\underline{L = \{2\}}}$

$\ln(x + 1) + \ln(2x - 5) = \ln(2x^2 - 4x)$ Rechenregel für Logarithmen anwenden, um die Logarithmen zusammenzuziehen.

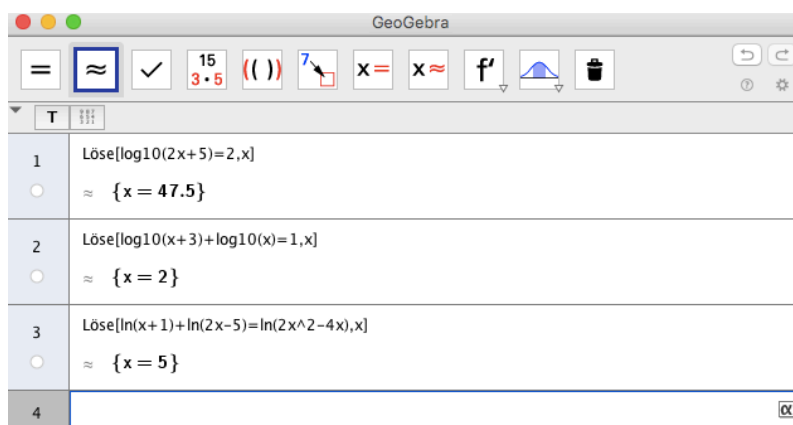
$\ln((x + 1)(2x - 5)) = \ln(2x^2 - 4x)$ Mit der Basis des Logarithmus exponieren.

$$2x^2 - 3x - 5 = 2x^2 - 4x \quad | -2x^2 + 4x + 5$$

$$x = 5$$

Probe: $\ln(5 + 1) + \ln(10 - 5) = \ln(50 - 20) \rightarrow 3,40... = 3,40...$ $\underline{\underline{L = \{5\}}}$

Mit der Löse-Funktion von Geogebra und der Auswahl des in der Gleichung vorkommenden Logarithmus lassen sich logarithmische Gleichungen auch bequem mit Technologieinsatz lösen.



| | | |
|---|-----------------------------------|------------------------|
| Thema: Lösen von logarithmischen Gleichungen | | Grundkompetenz: |
| Name: | Schwierigkeitsgrad: mittel | Klasse: |

Löse die logarithmischen Gleichungen. Kontrolliere mit Technologieeinsatz.

a) $\lg(3x - 7) = 3$

b) $\log_2\left(\frac{x-14}{4x-6}\right) = 3$

c) $\lg(x + 4) - \lg(2x - 1) = 1$

d) $\ln(x) + \ln(x + 5) = \ln(24)$

e) $\lg(x^3) + 2 \cdot \lg(x) = 2$



| | | |
|--|-----------------------------------|------------------------|
| Thema: Lösen von logarithmischen Gleichungen - Lösungen | | Grundkompetenz: |
| Name: | Schwierigkeitsgrad: mittel | Klasse: |



a) $\lg(3x - 7) = 3$

$$10^{\lg(3x-7)} = 10^3$$

$$3x - 7 = 1000$$

$$3x = 1007$$

$$x = \frac{1007}{3} \approx 335,67$$

Probe: $\lg(3 \cdot \frac{1007}{3} - 7) = 3$ **L = {** $\frac{1007}{3}$ **}**

b) $\log_2(\frac{x-14}{4x-6}) = 3$

$$\frac{x-14}{4x-6} = 2^3$$

$$x - 14 = 8(4x - 6)$$

$$x - 14 = 32x - 48$$

$$-31x = -34$$

$$x = \frac{34}{31} \approx 1,097$$

Probe: $\log_2(\frac{\frac{34}{31}-14}{4 \cdot \frac{34}{31}-6}) = 3$ **L = {** $\frac{34}{31}$ **}**

c) $\lg(x + 4) - \lg(2x - 1) = 1$

$$\lg(\frac{x+4}{2x-1}) = 1$$

$$\frac{x+4}{2x-1} = 10^1$$

$$x + 4 = 10(2x - 1)$$

$$x + 4 = 20x - 10$$

$$-19x = -14$$

$$x = \frac{14}{19} \approx 0,737$$

Probe: $\lg(\frac{14}{19} + 4) - \lg(2 \cdot \frac{14}{19} - 1) = 1$ **L = {** $\frac{14}{19}$ **}**

d) $\ln(x) + \ln(x + 5) = \ln(24)$

$$\ln(x(x + 5)) = \ln(24)$$

$$x^2 + 5x = 24$$

$$x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$x_1 = -8 \quad x_2 = 3$$

Probe: $\ln(3) + \ln(3 + 5) = \ln(24) \rightarrow 3,178... = 3,178$

$\ln(-8)$ existiert nicht.

L = {3}

e) $\lg(x^3) + 2 \cdot \lg(x) = 2$

$$\lg((x^3 \cdot x^2)) = 2$$

$$x^5 = 100$$

$$x = \sqrt[5]{100} \approx 2,512$$

Probe: $\lg((\sqrt[5]{100})^3) + 2 \cdot \lg(\sqrt[5]{100}) = 2$

L = { $\sqrt[5]{100}$ **}**

