LÖSUNG ZU 740:

a)

$x^3 - x^2 - x - 15 = 0$

Eine Lösung muss ein Teiler von 15 sein, also werden zuerst die Teiler von 15 ermittelt.

$T_{15} = \{-5; -3; -1; 1; 3; 5\}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x = -5$ | $-125 - 25 + 5 - 15 = 0$ | $-160 = 0$ | f.A. | |
| $x = -3$ | $-27 - 9 + 3 - 15 = 0$ | $-48 = 0$ | f.A. | |
| $x = -1$ | $-1 - 1 + 1 - 15 = 0$ | $-16 = 0$ | f.A. | |
| $x = 3$ | $27 - 9 - 3 - 15 = 0$ | $0 = 0$ | w.A. | 3 ist Lösung der Gleichung |

Nun führt man eine Polynomdivision durch.

$(x^3 - x^2 - x - 15) : (x - 3) = x^2 + 2x + 5$ $\qquad x^2 + 2x + 5 = 0$ kleine Lösungsformel anwenden

$\underline{-x^3 + 3x^2}$

$\quad 2x^2 - x$

$\quad \underline{-2x^2 + 6x}$

$\qquad 5x - 15$

$\qquad \underline{-5x + 15}$

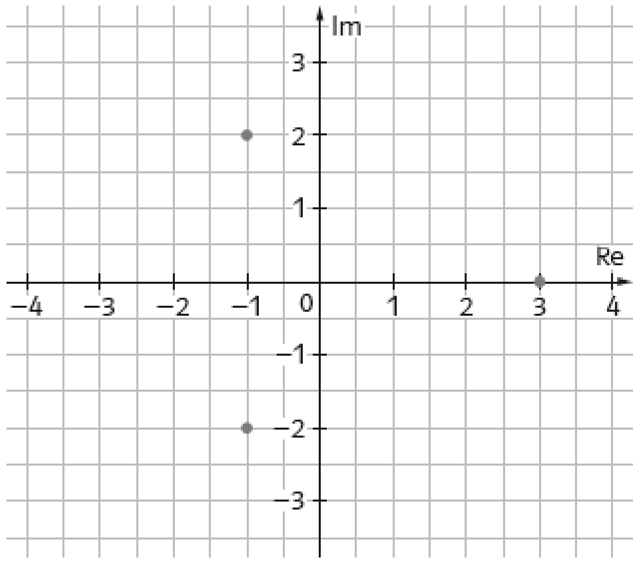
$\qquad\quad 0$

$x_1 = -1 - 2i$

$x_2 = -1 + 2i$

$L = \{3; -1 - 2i; -1 + 2i\}$

b)




komplexe Zahl: Zahl aus der Menge $\mathbb{C}$

imaginäre Einheit: $i$; $i^2 = -1$

konjugiert-komplexe Zahlen: Zahlen, die sich nur durch das Vorzeichen vor dem imaginären Teil unterscheiden

Gauß’sche Zahlenebene: Koordinatensystem, in welchem man komplexe Zahlen darstellen kann

Polardarstellung: Darstellungsmöglichkeit von Zahlen in einem Koordinatensystem

c)
Der Fundamentalsatz der Algebra besagt, dass jede algebraische Gleichung vom Grad $n \geq 1$ mindestens eine Lösung in $\mathbb{C}$ besitzt (reelle Lösungen gibt es aber nicht immer).

d)
Bei $x = 3$ besitzt der Graph der Funktion eine Nullstelle. Da die beiden anderen Lösungen komplex sind, gibt es nur diese eine Nullstelle.

e)
Wenn die x-Achse nicht geschnitten, sondern nur berührt wird, liegt eine Doppelnullstelle vor.