

Selbstkontrolle – Abschnitt A – durchgerechnete Lösungen

qy48vg

DI

124

Diese Definition der rationalen Zahlen ist durcheinandergeraten. Bringe die Satzbausteine in die richtige Reihenfolge.

Die Menge besteht aus Bruch zweier kann als

der rationalen Zahlen Zahlen, welche man aus allen darstellen ganzer Zahlen

Die Menge der rationalen Zahlen besteht aus allen Zahlen, welche man als Bruch ganzer Zahlen darstellen kann.

Dies entspricht der Definition der rationalen Zahlen.

D

125

Gegeben sind rationale Zahlen in Bruch- bzw. Dezimalschreibweise. Ergänze die fehlende Darstellung.

Bruchdarstellung	$\frac{4}{10}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{2}{9}$		$-\frac{5}{4}$		$-3\frac{3}{100}$
Dezimaldarstellung		0,03		0,3		2,1		-0,043	

Um diese Aufgabe zu lösen, ist es wichtig, dass folgende Zusammenhänge bekannt sind:

$$0,1 = \frac{1}{10} \qquad 0,\dot{1} = \frac{1}{9}$$

Um Brüche in eine Dezimalzahl umzuwandeln, muss der Zähler durch den Nenner dividiert werden.

Bruchdarstellung	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{21}{10}$	$-\frac{5}{4}$	$-\frac{43}{1000}$	$-3\frac{3}{100}$
Dezimaldarstellung	0,4	0,03	0,6	0,3	0,2	2,1	-1,25	-0,043	-3,03

0

126

Berechne und kürze so weit wie möglich.

a) $\left(-\frac{14}{8}\right) : \left(-\frac{4}{16}\right) =$

$$\text{b) } \left(+\frac{13}{11}\right) \cdot \left(-\frac{77}{26}\right) =$$

$$c) -\frac{3}{8} - \left(-\frac{5}{4}\right) =$$

d) $1\frac{1}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right) =$

$$\text{a) } \left(-\frac{14}{8}\right) : \left(-\frac{4}{16}\right) = +\frac{14}{8} \cdot \frac{16}{4} = \frac{7}{1} \cdot \frac{2}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\text{b) } \left(+\frac{13}{11}\right) \cdot \left(-\frac{77}{26}\right) = -\frac{13}{11} \cdot \frac{77}{26} = -\frac{1}{1} \cdot \frac{7}{2} = -\frac{7}{2} = -3\frac{1}{2}$$

$$\text{c) } -\frac{3}{8} - \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{3}{8} + \frac{5}{4} = -\frac{3}{8} + \frac{10}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\text{d) } 1\frac{1}{9} + \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{10}{9} - \frac{5}{6} = \frac{60}{54} - \frac{45}{54} = \frac{15}{54} = \frac{5}{18}$$

DI 127 Kreuze zutreffende Aussagen an.

Aussage	
Es gibt eine kleinste positive ganze Zahl.	☐
Zwischen zwei rationalen Zahlen liegt immer genau eine weitere rationale Zahl.	☐
Jede rationale Zahl ist auch eine natürliche Zahl.	☐
Jede natürliche Zahl ist auch eine rationale Zahl.	☐
Das Produkt zweier rationaler Zahlen ist stets eine rationale Zahl.	☐
Die Differenz zweier rationaler Zahlen ist stets eine rationale Zahl.	☐
Jeder Bruch zweier ganzer Zahlen lässt sich als endliche oder periodische Dezimalzahl darstellen.	☐

Die erste Aussage ist richtig, da +1 die kleinste positive ganze Zahl ist.

Die zweite Aussage ist falsch, da es unendlich viele rationale Zahlen zwischen zwei rationalen Zahlen gibt.

Die dritte Aussage ist falsch. $\frac{1}{2}$ ist z.B. eine rationale, aber keine natürliche Zahl.

Die vierte Aussage ist richtig, da man jede natürliche Zahl auch als Bruch anschreiben könnte.

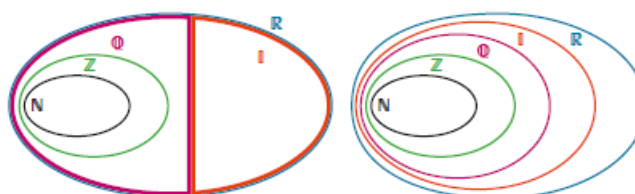
Die fünfte Aussage ist richtig. Durch die Multiplikation zweier Brüche entsteht wieder ein Bruch bzw. kann man das Ergebnis als Bruch anschreiben.

Die sechste Aussage ist richtig. Subtrahiert man zwei Brüche, erhält man wieder einen Bruch bzw. kann man das Ergebnis als Bruch anschreiben.

Die siebte Aussage ist richtig. Das Ergebnis muss immer eine rationale Zahl sein.

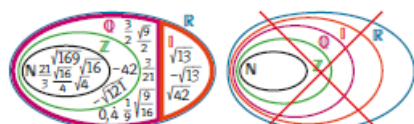
DI 128 Trage die gegebenen Zahlen an die richtigen Stellen im korrekten Diagramm ein und streiche das falsche Diagramm durch.

$\frac{3}{2}, \sqrt{13}, \sqrt{4}, -42, \frac{1}{9}$
 $\sqrt{16}, \sqrt{42}, 0,4, \frac{21}{3}, \frac{3}{21}, \frac{\sqrt{9}}{2}, \frac{\sqrt{16}}{4},$
 $\sqrt{169}, \sqrt{\frac{9}{16}}, -\sqrt{121}, -\sqrt{13}$



Die rechte Abbildung ist falsch, da rationale Zahlen kein Teil der irrationalen Zahlen sind.

Die Zahlen gehörten wie folgt in die Abbildung eingetragen:



DI 129 Setze $\in$ oder $\notin$ ein.

$\sqrt{36} \in \mathbb{R}$ $\sqrt{0,36} \in \mathbb{R}$ $\sqrt{0,4} \in \mathbb{R}$ $\sqrt{17} \in \mathbb{R}$ $\frac{\sqrt{5}}{5} \in \mathbb{R}$ $0,3 \in \mathbb{R}$ $\frac{4}{9} \in \mathbb{R}$
 $\sqrt{36} \notin \mathbb{I}$ $\sqrt{0,36} \notin \mathbb{I}$ $\sqrt{0,4} \notin \mathbb{I}$ $\sqrt{17} \notin \mathbb{I}$ $\frac{\sqrt{5}}{5} \notin \mathbb{I}$ $0,3 \notin \mathbb{I}$ $\frac{4}{9} \notin \mathbb{I}$

Alle Zahlen, die man nicht als Bruch ganzer Zahlen anschreiben kann, sind irrationale Zahlen. Die Quadratwurzel jeder nicht negativen Zahl ist aber eine reelle Zahl. Richtig

ist daher:

$$\begin{array}{llll} \sqrt{36} \in \mathbb{R} & \sqrt{0,36} \in \mathbb{R} & \sqrt{0,4} \in \mathbb{R} & \sqrt{17} \in \mathbb{R} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} \in \mathbb{R} & 0,3 \in \mathbb{R} & \frac{4}{9} \in \mathbb{R} & \\ \sqrt{36} \notin \mathbb{I} & \sqrt{0,36} \notin \mathbb{I} & \sqrt{0,4} \notin \mathbb{I} & \sqrt{17} \notin \mathbb{I} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} \notin \mathbb{I} & 0,3 \notin \mathbb{I} & \frac{4}{9} \notin \mathbb{I} & \end{array}$$

DI 130

Magda erzählt ihrer Freundin: „ $\sqrt{3}$ ist keine rationale, sondern eine irrationale Zahl.“ Ihre Freundin möchte nun wissen, warum $\sqrt{3}$ keine rationale Zahl ist. Welche der folgenden Argumente sind zutreffend, welche nicht? Kreuze an.

	zutreffend	nicht zutreffend
$\sqrt{3}$ ist keine rationale Zahl, weil man $\sqrt{3}$ nicht auf dem Zahlenstrahl darstellen kann.	☐	☐
$\sqrt{3}$ ist keine rationale Zahl, weil man $\sqrt{3}$ nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen kann.	☐	☐
$\sqrt{3}$ ist keine rationale Zahl, weil die Wurzel einer Zahl nie rational ist.	☐	☐
$\sqrt{3}$ ist keine rationale Zahl, weil $\sqrt{3}$ in Dezimalschreibweise unendlich, aber nicht periodisch ist.	☐	☐

Die erste Aussage ist nicht zutreffend. Man kann jede reelle und daher auch jede irrationale Zahl auf der Zahlengerade oder dem Zahlenstrahl darstellen.

Die zweite Aussage ist zutreffend. Das ist die Definition der rationalen Zahlen.

Die dritte Aussage ist nicht zutreffend. $\sqrt{4}$ wäre z.B. eine rationale Zahl, obwohl ein Wurzelzeichen vorkommt.

Die vierte Aussage ist richtig, da jede irrationale Zahl eine unendlich nicht periodische Dezimalzahl ist.

DI 131

Kreuze die Aussagen über Zahlenmengen an, die richtig sind.

Aussage	
Die Quadratwurzel jeder natürlichen Zahl ist eine irrationale Zahl.	☐
Die Quadratwurzel jeder Quadratzahl ist eine natürliche Zahl.	☐
Die Quadratwurzel jeder natürlichen Zahl, die keine Quadratzahl ist, ist eine irrationale Zahl.	☐
Jede irrationale Zahl kann als Bruch der Form $\frac{a}{b}$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$ dargestellt werden.	☐
Das Produkt zweier reeller Zahlen kann eine natürliche Zahl sein.	☐
Jede reelle Zahl kann als Bruch der Form $\frac{a}{b}$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$ dargestellt werden.	☐

Die erste Aussage ist falsch, da z.B. $\sqrt{4}$ eine rationale Zahl ist.

Die zweite Aussage ist richtig. Jede Quadratzahl kann man als Quadrat einer natürlichen Zahl anschreiben und daher auch die Quadratwurzel ziehen. Man erhält eine natürliche Zahl als Ergebnis.

Die dritte Aussage ist richtig.

Die vierte Aussage ist falsch, da hier die Definition einer rationalen Zahl angegeben ist.

Die fünfte Aussage ist richtig, da jede reelle Zahl auch eine natürliche Zahl ist.

Die sechste Aussage ist falsch. Die irrationalen Zahlen sind ein Teil der reellen Zahlen. Irrationale Zahlen kann man nicht als Bruch ganzer Zahlen anschreiben.

0, DI

132

Gib an, zwischen welchen beiden benachbarten natürlichen Zahlen die gegebene Quadratwurzel liegt, ohne dabei einen Taschenrechner zu verwenden.

a) $\underline{\quad} < \sqrt{15} < \underline{\quad}$ b) $\underline{\quad} < \sqrt{20} < \underline{\quad}$ c) $\underline{\quad} < \sqrt{37} < \underline{\quad}$ d) $\underline{\quad} < \sqrt{42} < \underline{\quad}$

a) 15 liegt zwischen den beiden Quadratzahlen 9 und 16. Daher liegt $\sqrt{15}$ zwischen 3 und 4.

b) 20 liegt zwischen den beiden Quadratzahlen 16 und 25. Daher liegt $\sqrt{20}$ zwischen 4 und 5.

a) 37 liegt zwischen den beiden Quadratzahlen 36 und 49. Daher liegt $\sqrt{37}$ zwischen 6 und 7.

a) 42 liegt zwischen den beiden Quadratzahlen 36 und 49. Daher liegt $\sqrt{42}$ zwischen 6 und 7.

0

133

Berechne die Quadratwurzel.

a) $\sqrt{64} =$ b) $\sqrt{25} =$ c) $\sqrt{x^4} =$ d) $\sqrt{100y^8} =$

a) $\sqrt{64} = 8$, weil $8^2 = 64$

b) $\sqrt{25} = 5$, weil $5^2 = 25$

c) $\sqrt{x^4} = x^2$, weil $(x^2)^2 = x^4$

d) $\sqrt{100y^8} = 10y^4$, weil $(10y^4)^2 = 100y^8$

0, DI

134

Vereinfache durch partielles Wurzelziehen.

a) $\sqrt{\frac{64x^2}{15y^3}} =$ b) $\sqrt{\frac{25}{27x^3}} =$ c) $\sqrt{\frac{12y^4}{36}} =$ d) $\sqrt{225y^8} =$

a) $\sqrt{\frac{64x^2}{15y^3}} = \frac{8x}{\sqrt{15y^2 \cdot y}} = \frac{8x}{y \cdot \sqrt{15y}}$

b) $\sqrt{\frac{25}{27x^3}} = \frac{5}{\sqrt{3 \cdot 9 \cdot x^2 \cdot x}} = \frac{5}{3x \cdot \sqrt{3x}}$

c) $\sqrt{\frac{12y^4}{36}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 4 \cdot y^4}}{6} = \frac{2y^2 \cdot \sqrt{3}}{6}$

d) $\sqrt{225y^8} = 15y^4$

DI

135

Kreuze die beiden richtigen Aussagen an.

☐ $\sqrt{27+16} = \sqrt{27} + \sqrt{16}$

☐ $\sqrt{64 \cdot 9} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{9}$

☐ $\sqrt{25-4} = \sqrt{25} - \sqrt{4}$

☐ $\sqrt{\frac{100}{25}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}}$

Die zweite und vierte Aussage sind richtig, da diese Regeln nur bei der Multiplikation und Division gelten.

o 136 Berechne die Kubikwurzel des Terms.

a) $\sqrt[3]{x^3} =$

b) $\sqrt[3]{64} =$

c) $\sqrt[3]{216y^9} =$

d) $\sqrt[3]{343a^3} =$

a) $\sqrt[3]{x^3} = x$, weil $x^3 = x^3$

b) $\sqrt[3]{64} = 4$, weil $4^3 = 64$

c) $\sqrt[3]{216y^9} = 6y^3$, weil $(6y^3)^3 = 216y^9$

d) $\sqrt[3]{343a^3} = 7a$, weil $(7a)^3 = 343a^3$

o, DI 137 Vereinfache durch partielles Wurzelziehen.

a) $\sqrt[3]{54a^6} =$

b) $\sqrt[3]{125x^9} =$

c) $\sqrt[3]{\frac{32b^6}{4}} =$

d) $\sqrt[3]{\frac{81y^{12}}{3y^3}} =$

a) $\sqrt[3]{54a^6} = \sqrt[3]{2 \cdot 27 \cdot a^3} = 3a \cdot \sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt[3]{125x^9} = 5x^3$

c) $\sqrt[3]{\frac{32b^6}{4}} = \sqrt[3]{8b^6} = 2b^2$

d) $\sqrt[3]{\frac{81y^{12}}{3y^3}} = \sqrt[3]{27y^9} = 3y^3$