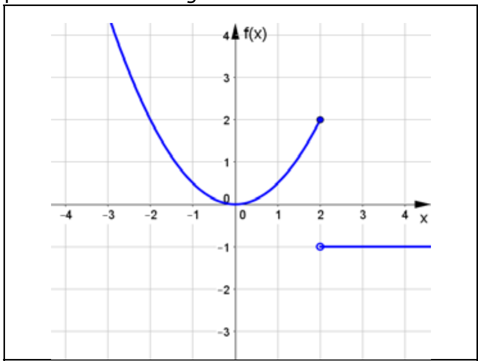
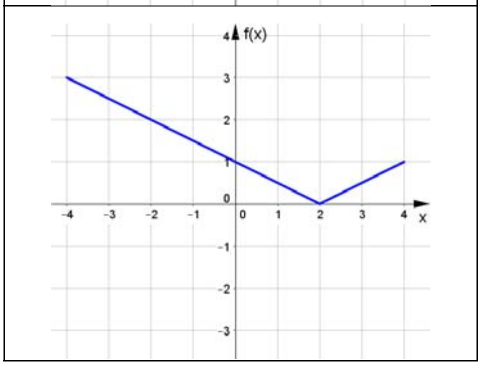
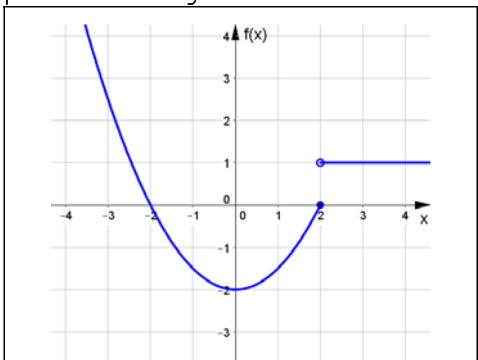
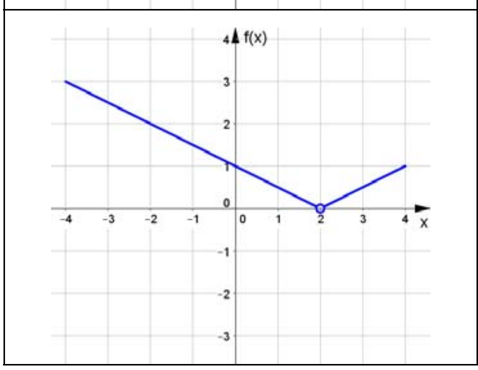
Ich kann die Begriffe Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen intuitiv erfassen und damit argumentieren.

C **1** Argumentiere, ob die Funktionen im hier abgebildeten Intervall stetig sind. Ordne jedem Graphen die passende Aussage zu.

A	Die Funktion ist überall stetig.
B	Die Funktion ist unstetig bei $x = 1$.
C	Die Funktion ist unstetig bei $x = 2$.
D	Die Funktion ist unstetig bei $y = 2$.

C **2** Argumentiere, ob die Funktionen an der Stelle a einen Grenzwert haben. Ordne jedem Graphen die passende Aussage zu.

A	Die Funktion hat bei $a = 2$ den Grenzwert 2.
B	Die Funktion hat bei $a = 2$ den Grenzwert 0.
C	Die Funktion hat bei $a = 2$ keinen Grenzwert.
D	Die Funktion hat bei $a = 2$ den Grenzwert -1.

Autorin: Bettina Ponleitner

Ich kann die Begriffe Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen intuitiv erfassen und damit argumentieren.

c **3** Argumentiere, ob die gegebenen Funktionen in ihrem gesamten Definitionsbereich stetig sind. Ordne jeder Funktion die passende Aussage zu.

$f(x)=\dfrac{1}{x-2}$	
$f(x)=\begin{cases} \lvert x\rvert, & \text{wenn } x>2 \\ 1, & \text{wenn } x\le 2 \end{cases}$	

A	…ist unstetig bei x = -2.
B	…ist unstetig bei x = 2.
C	…ist im gesamten Definitionsbereich stetig
D	…ist unstetig bei x = 1.

c **4** Argumentiere mithilfe des Funktionsgraphen, ob die Funktion $f: R\setminus\{a\}\to R$ an der Stelle a einen Grenzwert hat. Ordne jeder Funktion die passende Aussage zu.

$f(x)=\dfrac{2}{x+1}$	
$f(x)=\begin{cases} x, & \text{wenn } x>-1 \\ -x-2 & \text{wenn } x<-1 \end{cases}$	

A	…hat bei a = -1 den Grenzwert -2.
B	…hat bei a = -1 den Grenzwert 1.
C	…hat bei a = -1 den Grenzwert -1.
D	…hat bei a = -1 keinen Grenzwert.

c **5** Argumentiere, welche der beschriebenen Vorgänge aus Natur und Wirtschaft mit stetigen Funktionen beschrieben werden können.

a. Kreuze die richtige Aussage an.

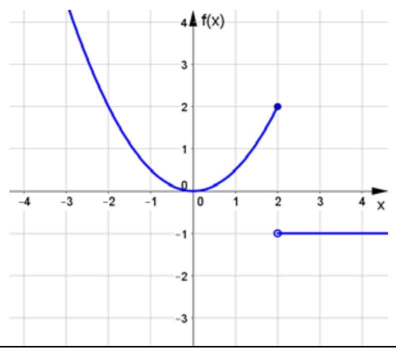
b. Gib bei den unstetigen Funktionen die Unstetigkeitsstelle(n) an.

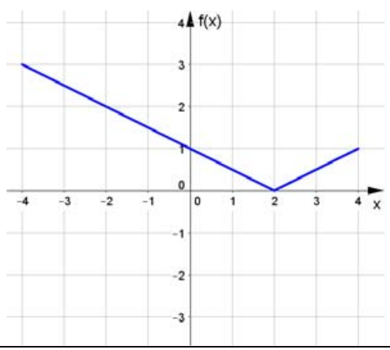
		…kann mit einer stetigen Funktion modelliert werden.	…kann nicht mit einer stetigen Funktion modelliert werden.
I.	Bei einer technischen Support-Hotline kostet jede angefangene Minute 0,90ct. Die Funktion f ordnet jeder positiven reellen Zahl t in Minuten die Gesamtkosten für t Minuten zu.		
II.	Ein Medikament enthält 30mg eines Wirkstoffs. Pro Stunde werden 20% des Wirkstoffs abgebaut. Die Funktion f ordnet jeder positiven reellen Zahl t in Stunden die noch im Blut vorhandene Wirkstoffmenge nach t Stunden zu.		
III.	Ein Wanderer ist mit einer konstanten Geschwindigkeit von 5km/h unterwegs. Die Funktion f ordnet jeder positiven reellen Zahl t in Stunden die zurückgelegte Strecke nach t Stunden zu.		
IV.	Der Eintrittspreis in einen Vergnügungspreis beträgt für Kinder ab dem vollendeten 5. Lebensjahr 4€, für Jugendliche ab dem vollendeten 13. Lebensjahr 6,50€ und für Erwachsene ab dem vollendeten 18. Lebensjahr 11,40€. Kinder unter 5 Jahren zahlen keinen Eintritt. Die Funktion f ordnet jeder positiven reellen Zahl t in Jahren den Eintrittspreis für das jeweilige Alter zu.		

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann die Begriffe Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen intuitiv erfassen und damit argumentieren.

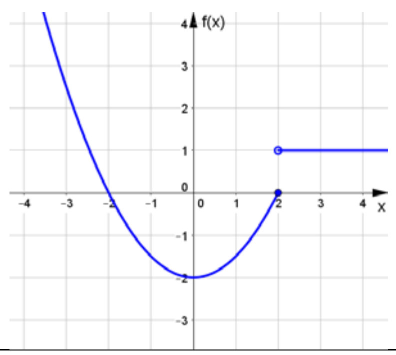
1

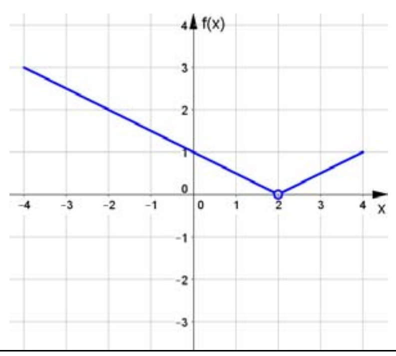
<table>
<tr><td>
</td><td>C

Die Funktion f ist bei x = 2 unstetig, da sie hier einen „Sprung“ macht</td></tr>
<tr><td>
</td><td>A

Die Funktion ist überall stetig, da man sie im abgebildeten Intervall „in einem Zug“ zeichnen kann.</td></tr>
</table>

2

<table>
<tr><td>
</td><td>C

Die Funktion hat bei a = 2 keinen Grenzwert, da sie an der Stelle 2 einen „Sprung“ macht.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>B

Die Funktion hat bei a = 2 den Grenzwert 0.</td></tr>
</table>

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann die Begriffe Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen intuitiv erfassen und damit argumentieren.

3

$f(x)=\frac{1}{x-2}$	**C** …ist im gesamten Definitionsbereich stetig. Man kann den Graphen von f nicht in einem Zug zeichnen, die Stelle, an der man absetzen muss (x=2) ist aber nicht im Definitionsbereich enthalten.
$f(x)=\begin{cases} \|x\|, & \text{wenn } x>2 \\ 1, & \text{wenn } x\le 2 \end{cases}$	**B** …ist unstetig bei $x=2$, da der Funktionsgraph hier einen „Sprung“ macht.

4

$f(x)=\frac{2}{x+1}$	**D** …hat bei $a=-1$ keinen Grenzwert. Man kann den Graphen von f an der Stelle -1 nicht in einem Zug zeichnen, ein Grenzwert existiert dort also nicht.
$f(x)=\begin{cases} x, & \text{wenn } x>-1 \\ -x-2 & \text{wenn } x<-1 \end{cases}$	**A** …hat bei $a=-1$ den Grenzwert -1. Wählt man $f(-1)=1$, kann der Graph von f in einem Zug gezeichnet werden.

5 **a.**

	…kann mit einer stetigen Funktion modelliert werden.	…kann nicht mit einer stetigen Funktion modelliert werden.
I.		x
II.	x	
III.	x	
IV.		x

b. I. Die Gesamtkosten werden durch eine Treppenfunktion (vgl. Mathematik anwenden IV, S. 6) modelliert, die in $t\in\{1,2,3,\dots\}$ unstetig ist.

II. Dieser Vorgang kann mit einer Exponentialfunktion (vgl. Mathematik anwenden III) modelliert werden. Exponentialfunktionen sind stetig.

III. Der vom Wanderer zurückgelegte Weg wird durch eine lineare Funktion beschrieben. Lineare Funktionen sind stetig.

IV. Der Eintrittspreis „springt“ bei $t=5$, $t=13$, $t=18$. An diesen Stellen ist die Funktion unstetig.

Autorin: Bettina Ponleitner