

5 WINKELFUNKTIONEN

- W 5.01** Wie ist das Bogenmaß eines Winkels definiert?
- W 5.02** Durch welche Angaben kann eine Drehbewegung beschrieben werden?
- W 5.03** Welche Gründe gibt es, dass $\sin(a)$, $\cos(a)$ und $\tan(a)$ über $a \in [0; 2\pi)$ hinaus verallgemeinert werden?
- W 5.04** Wie sind $\sin(a)$, $\cos(a)$ und $\tan(a)$ für $a \in \mathbb{R}$ definiert? Welche Stellen müssen beim Tangens ausgenommen werden?
- W 5.05** Was ist eine periodische Funktion?
- W 5.06** Wie lautet die kleinste Periode der Funktionen $\sin$, $\cos$ und $\tan$?
- W 5.07** Welcher Zusammenhang besteht zwischen $\sin(-x)$ und $\sin(x)$? Begründe am Einheitskreis!
- W 5.08** Welcher Zusammenhang besteht zwischen $\cos(-x)$ und $\cos(x)$? Begründe am Einheitskreis!
- W 5.09** Eine Sinusschwingung sei durch die Funktion $f_0: t \mapsto \sin(t)$ beschrieben, eine weitere harmonische Schwingung durch $f: t \mapsto r \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$. Wie geht der Graph von f aus dem Graphen von f_0 hervor? Wie verändern sich dabei Amplitude, Frequenz und Schwingungsdauer der Sinusschwingung?



5 WINKELFUNKTIONEN Lösungen

W 5.01 Das Bogenmaß eines Winkels ist der Quotient $a = \frac{b}{r}$, wobei b die Länge des zum Winkel gehörigen Bogens mit dem Radius r ist.

W 5.02 Durch Drehsinn und Drehwinkelmaß kann eine Drehbewegung beschrieben werden.

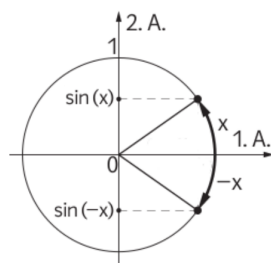
W 5.03 Drehwinkelmaße können auch außerhalb des Intervalls $[0; 2\pi)$ liegen.

W 5.04 Ist $a \in \mathbb{R}$ ein Drehwinkelmaß und $\bar{a} \in [0; 2\pi)$ das dazugehörige Polarwinkelmaß, so setzt man $\sin(a) = \sin(\bar{a})$ und $\cos(a) = \cos(\bar{a})$. Den Tangens definiert man für $a \in \mathbb{R}$, indem man $\tan(a) = \frac{\sin(a)}{\cos(a)}$ setzt. Es müssen jedoch jene Werte für a ausgenommen werden, für die $\cos(a) = 0$ ist. Somit kann man für alle $a \in \mathbb{R}$ mit $a \neq \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}$ setzen: $\tan(a) = \frac{\sin(a)}{\cos(a)}$.

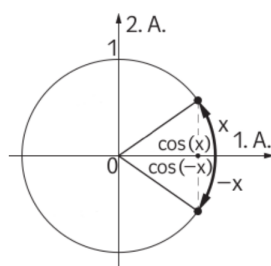
W 5.05 Eine reelle Funktion $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ nennt man periodisch, wenn es eine positive Zahl p gibt, sodass für alle $x \in A$ gilt: $f(x + p) = f(x)$. Die Zahl p nennt man Periode der Funktion f .

W 5.06 Die kleinste Periode von $\sin$ und $\cos$ ist 2π , die kleinste Periode von $\tan$ ist π .

W 5.07 $\sin(-x) = -\sin(x)$



W 5.08 $\cos(-x) = \cos(x)$



W 5.09 Der Graph von f geht aus dem Graphen von f_0 durch eine Verschiebung um $\frac{\varphi}{\omega}$ parallel zur 1. Achse nach links, eine anschließende Stauchung mit dem Faktor $\frac{1}{\omega}$ normal zur 2. Achse und eine anschließende Streckung mit dem Faktor r normal zur 1. Achse hervor. Die Amplitude wird dabei r -mal so groß, die Frequenz wird ω -mal so groß und die Schwingungsdauer wird $\frac{1}{\omega}$ -mal so groß.

