Lösungen Kapitel Bewegung

1 Die Grundgrößen Zeit und Länge, S. 21

Teste dein Wissen 1:
Unser Planet, die Erde, war Ausgangspunkt für die Definition des Meters und der Sekunde. Erkläre den Zusammenhang.

Antwort:
a) Ein Meter wurde als 40 millionster Teil des Erdumfangs definiert.

b) Die Zeiteinheit einer Sekunde wurde als der 86 400ste Teil eines mittleren Sonnentages definiert. Heute erfolgt die Definition über die Atomphysik.

Teste dein Wissen 2:
Nenne drei Längenmessgeräte für große und kleine Distanzen.

Antwort:
Maßband, Mikrometerschraube, Laser-Entfernungsmesser

Teste dein Wissen 3:
Beschreibe, was man unter den folgenden Begriffen versteht:
a) Lichtjahr
b) Weltzeit
c) Zeitzone

Antwort:
a) Lichtjahr: Weg, den das Licht (im Vakuum) in einem Jahr zurücklegt.

b) Weltzeit: Zeitsystem, das für alle Orte der Welt die gleiche Zeit festlegt.

c) Zeitzone: Zeitzonen sind geografische Bereiche mit derselben Zeitangabe. Es gibt 24 Zeitzonen. Ausgangspunkt ist der Nullmeridian in Greenwich.

Teste dein Wissen 4:
Nenne die Bedeutung der folgenden Vorsilben: Giga, Mega, Mikro, Nano.

Antwort:
Die Vorsilben werden verwendet, um Vielfache oder Teile von Maßeinheiten zu bilden.
Giga: $\mathbf{10^9}$, **Mega:** $\mathbf{10^6}$, **Mikro:** $\mathbf{10^{-6}}$, **Nano:** $\mathbf{10^{-9}}$

Teste dein Wissen 5:
Gib die folgenden Größen in Meter (Zehnerpotenzen) an:
a) 10 Billionen km (Lichtjahr)
b) 125nm (SARS-CoV-2 Virus)

Antwort:
a) $10 \text{ Billionen km} = 10 \cdot 10^{13} \text{ km} = \mathbf{10^{16}\ m}$

b) $125 \text{ nm} = \mathbf{125 \cdot 10^{-9}\ m} = \mathbf{1{,}25 \cdot 10^{-7}\ m}$

Teste dein Wissen 6:

Gib die Entfernung der Erde von der Sonne an (Maßzahl in Zehnerpotenzen und Einheit Meter)

Antwort:

Die Erde ist ca. 150 Millionen km von der Sonne entfernt.

$$Entfernung\ Sonne - Erde = \ 150 \cdot 10^6 \text{ km} = \mathbf{1,5 \cdot 10^{11}\ m}$$

Teste dein Wissen 7:

Wasser hat die Dichte

a) 1 kg/m³

b) 100 kg/m³

c) 1000 kg/m³

Wähle die korrekte Antwort aus.

Antwort:

c) 1000 kg/m³

Rechenaufgabe 1:

Wie lange würdest du mit einem Raumschiff mit 10 km/s

a) zum Mond (384 000 km),

b) zur Sonne (150 Mio. km),

c) zum nächsten Fixstern Alpha Centauri (4 Lj) brauchen?

Wie lange braucht das Licht für diese Entfernungen?

Antwort:

Um diese Fragen zu beantworten, können wir die Formel für die Zeit, die benötigt wird, um eine bestimmte Entfernung bei einer konstanten Geschwindigkeit zu überwinden, verwenden:

$$\boldsymbol{t = \frac{s}{v}}$$

(***t*** ... benötigte Zeit, ***s***... zurückzulegender Weg, ***v***... Geschwindigkeit des Raumschiffs)

Die Lichtgeschwindigkeit c beträgt etwa 300,000 km/s.

a) Zum Mond (384 000 km):

Mit dem Raumschiff:

$$t = \frac{384\ 000 \text{ km}}{10\ \frac{\text{km}}{\text{s}}} = 38\ 400 \text{ s} \approx \mathbf{10,67\ h}$$

Mit Lichtgeschwindigkeit:

$$t = \frac{384\ 000 \text{ km}}{300\ 000\ \ km/s} \approx \mathbf{1,28\ s}$$

b) Zur Sonne (150 Mio. km):

Mit dem Raumschiff:

$$t = \frac{150\ 000\ 000 \text{ km}}{10\ km/s} = 15\ 000\ 000 \text{ s} \approx \mathbf{174\ Tage}$$

Mit Lichtgeschwindigkeit:

$$t = \frac{150\ 000\ 000 \text{ km}}{300\ 000\ km/s} = 500 \text{ s} \approx \mathbf{8,33\ min}$$

c) Zum nächsten Fixstern Alpha Centauri (4 Lj):
Wir wissen: $1 \text{ Lichtjahr} \approx 9{,}5 \cdot 10^{12} \text{ km}$
Daraus folgt: $4 \text{ Lj} \approx 4 \cdot 9{,}5 \cdot 10^{12} \text{ km} = 38 \cdot 10^{12} \text{ km}$

Mit dem Raumschiff: (a = 1 Jahr = 365 Tage)

$$t = \frac{38 \cdot 10^{12} \text{ km}}{10\ km/s} = 3{,}8 \cdot 10^{12} \text{ s} \approx \mathbf{120\,500\ a}$$

Mit Lichtgeschwindigkeit:
Da Alpha Centauri 4 Lichtjahre entfernt ist, würde das Licht **4 Jahre** brauchen, um dorthin zu gelangen.

$$t = \mathbf{4\ a}$$

Rechenaufgabe 2:

Gib die folgenden Distanzen in Lichtjahren an.
a) Bregenz – Wien (500 km)
b) Erde – Mond
c) Erde – Sonne

Antwort:
Wir wissen: $1 \text{ Lichtjahr} \approx 9{,}5 \cdot 10^{12} \text{ km}$
Das heißt, wir brauchen das Verhältnis aus der gegebenen Entfernung und einem Lichtjahr in km. Das Ergebnis multiplizieren wir schließlich mit einem Lichtjahr.

a) Bregenz – Wien (500 km):

$$\text{Entfernung in Lj} = \frac{500 \text{ km}}{9{,}5 \cdot 10^{12} \text{ km}} \cdot 1 \text{ Lj} \approx \mathbf{5{,}3 \cdot 10^{-11}\ Lj}$$

b) Erde – Mond (384 000 km):

$$\text{Entfernung in Lj} = \frac{384\,000 \text{ km}}{9{,}5 \cdot 10^{12} \text{ km}} \cdot 1 \text{ Lj} \approx \mathbf{4{,}1 \cdot 10^{-8}\ Lj}$$

c) Erde – Sonne (150 Mio. km):

$$\text{Entfernung in Lj} = \frac{150\,000\,000 \text{ km}}{9{,}5 \cdot 10^{12} \text{ km}} \cdot 1 \text{ Lj} \approx \mathbf{1{,}6 \cdot 10^{-5}\ Lj}$$

Rechenaufgabe 3:

Eine Raumsonde fliegt am Planeten Jupiter vorbei und sendet von dort Aufnahmen zur Erde. Geben uns die Bilder einen Eindruck, wie es am Jupiter gerade im Augenblick aussieht, in dem wir die Bilder empfangen haben? Begründe deine Antwort.

Antwort:
Die Lichtgeschwindigkeit **c** beträgt etwa 300,000 km/s.
Der Jupiter ist zwischen 589 und 969 Mio. km von der Erde entfernt:
(https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/jupiterfact.html)

$$\boldsymbol{d}_{\mathbf{min}} = \frac{589\,000\,000 \text{ km}}{300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}} \approx 1963 \text{ s} \approx \mathbf{33\ min}\ ;\ \boldsymbol{d}_{\mathbf{max}} = \frac{969\,000\,000 \text{ km}}{300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}} \approx 3230 \text{ s} \approx \mathbf{54\ min}$$

Ein Lichtsignal benötigt deshalb zwischen 33 und 54 Minuten, bis es die Erde erreicht. **Die Bilder des Jupiters geben uns daher einen Eindruck wie es am Jupiter vor rund einer halben bzw. einer Stunde ausgesehen hat und nicht wie es im Augenblick aussieht.**

Rechenaufgabe 4:

Der Polarstern (21.1) ist der hellste Stern im Sternbild Kleiner Bär (auch Kleiner Wagen genannt). Die Lage des Sterns kann zur Bestimmung der geografischen Breite genutzt werden: Der Stern liegt im Norden, seine Höhe über dem Horizont entspricht der geografischen Breite des Beobachtungsortes (21.2). Der Polarstern ist ca. $3{,}8 \cdot 10^{18}$ m von der Sonne entfernt.

a) Bestimme die geografische Breite deines Beobachtungsortes, an dem du dich gerade aufhältst.
b) Bestimme, in welchem Jahr das Licht den Stern verlassen hat, und recherchiere, was sich historisch in Europa damals ereignet hat. Rechne dafür die Distanz in Lichtjahre um.
c) Kann man auch südlich des Äquators den Polarstern am Himmel sehen? Begründe deine Antwort

Antwort:
a) Geografische Breite φ (Wien) ≈ 48°12‘ ≈ 48,2°.

b) Entfernung des Polarsterns – Sonne ≈ $3{,}8 \cdot 10^{18}\ \mathrm{m} = 3{,}8 \cdot 10^{15}\ \mathrm{km}$

$$\text{Entfernung in Lj} = \frac{3{,}8\ \cdot 10^{15}\ \text{km}}{9{,}5 \cdot 10^{12}\ \text{km}} \cdot 1\ \text{Lj} \approx \mathbf{400\ Lj}$$

Wir sehen den Stern, wie er vor ca. 400 Jahren war. Der 30-jährige Krieg verwüstete damals Mitteleuropa. (1618–1648)

c) Nein, denn der Polarstern, auch bekannt als Polaris, ist nur von Standorten auf der Nordhalbkugel der Erde sichtbar. (siehe Abb. 21.2) Dies liegt daran, dass er nahe dem Nordhimmel liegt. Am südlichen Nachthimmel kann man stattdessen das „Kreuz des Südens“ sehen.

Rechenaufgabe 5:

Die Himmelsobjekte, die am weitesten von uns entfernt beobachtet werden können, sind die sogenannten Quasare. Sie sind von der Erde rund 10^{26} m entfernt. Bestimme, wie weit man dabei in die Vergangenheit sieht.

Antwort:
$\text{Entfernung Quasare} - \text{Erde} \approx 10^{26}\ \text{m} = 100\ \cdot 10^{21}\ \text{km}$

$$\text{Entfernung in Lj} = \frac{100\ \cdot 10^{21}\ \text{km}}{9{,}5 \cdot 10^{12}\ \text{km}} \cdot 1\ \text{Lj} \approx \mathbf{10 \cdot 10^9\ Lj}$$

Man sieht die Quasare in ihrem Zustand vor etwa 10 Milliarden Jahren.

Rechenaufgabe 6:

Messung der Mondentfernung: Gepulste Laserstrahlen werden auf Refektoren gerichtet, die von Astronauten auf dem Mond installiert wurden. Die Laufzeit für den Hin- und Rückweg des Laserlichts beträgt 2,563 s. Berechne, wie weit der Mond entfernt ist.

Antwort:
Die Lichtgeschwindigkeit c beträgt etwa 300,000 km/s.
Da die Laufzeit für den Hin- und Rückweg des Laserlichts gemessen wurde, müssen wir diese Zeit halbieren, um die (einfache) Laufzeit $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{e}}$ Erde-Mond zu erhalten.

Für die Bestimmung der Entfernung verwenden wir die Formel für den Weg, der in einer bestimmten Zeit **t** mit der Lichtgeschwindigkeit **c** zurückgelegt wird:

$$\boldsymbol{d}_{\mathrm{EM}} = \boldsymbol{c} \cdot \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{e}}$$

($\boldsymbol{d}_{\mathrm{EM}}$... Entfernung Erde-Mond, **c**... Lichtgeschwindigkeit, $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{e}}$... einfache Laufzeit)

$$\boldsymbol{d}_{\mathrm{EM}} = 300\,000\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{2{,}563\ \mathrm{s}}{2} \approx \mathbf{3{,}84 \cdot 10^5\ km}$$

Der Mond ist der Berechnung zufolge somit etwa **384 000 km entfernt**.

2 Geschwindigkeit und Beschleunigung, S. 31

Teste dein Wissen 1:
Definiere die Begriffe Geschwindigkeit und Beschleunigung.

Antwort:
Geschwindigkeit:
Die Geschwindigkeit ist eine vektorielle Größe und gibt an, wie schnell sich ein Objekt in eine bestimmte Richtung bewegt. Definiert als die zurückgelegte Strecke pro Zeiteinheit wird die Geschwindigkeit in der Physik oft durch ein $\vec{\boldsymbol{v}}$ (engl. *velocity*) dargestellt und wird in Einheiten wie Metern pro Sekunde (m/s) gemessen/angegeben.
Im Gegensatz zur vektoriellen Geschwindigkeit, sagt die, häufig im Alltag verwendete, skalare Geschwindigkeit nichts über die Bewegungsrichtung aus. Sie kann als Betrag $|\vec{\boldsymbol{v}}| = \boldsymbol{v}$ ihrer vektoriellen Größe (Tempo) angesehen werden.

Beschleunigung:
Auch bekannt als beschleunigte oder ungleichförmige Bewegung, ist die Beschleunigung eine vektorielle Größe. Als Maß für die Geschwindigkeitsänderung pro Zeiteinheit wurde sie in der Physik durch ein $\vec{\boldsymbol{a}}$ (engl. *acceleration*) eingeführt und wird in Einheiten wie Metern pro Quadratsekunde (m/s^2) gemessen. Eine positive Beschleunigung bedeutet eine Zunahme der Geschwindigkeit, während eine negative Beschleunigung (Bremsung/Verzögerung) eine Abnahme der Geschwindigkeit bedeutet. Auch hier kann der Betrag, wie bei allen vektoriellen Größen, genommen werden, allerdings findet dieser seltener Anwendung.

Teste dein Wissen 2:
Ein Auto beschleunigt gleichmäßig in 1 Sekunde von 0 auf 36 km/h. Ermittle die Distanz, die es in dieser Zeit zurücklegt. Kreuze die richtige Antwort an.
a) 500m
b) 5 km
c) 5m

Antwort:
Da keine Richtungen/Vektoren angegeben wurden, können wir mit den skalaren Größen rechnen. Um die Frage zu beantworten, können wir uns weiters die Formel für die (mittlere) Beschleunigung ansehen:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{Geschwingkeitsänderung}{Zeitdauer}$$

Wir wandeln für die Berechnung zuerst von km/h in m/s um.

Für die Umrechnung gilt: $1 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = \frac{1\,000}{3\,600} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \rightarrow$ daraus folgt: $36 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Für die Geschwindigkeitsänderung gilt: $\Delta v = v_2 - v_1 = 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Für die Zeitdauer gilt: $\Delta t = t_2 - t_1 = 1\mathrm{s} - 0\mathrm{s} = 1\mathrm{s}$

Die Beschleunigung beträgt somit: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\,m/s}{1\,s} = 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Um den zurückgelegten Weg ***s*** zu berechnen, nutzen wir die folgende Formel ($t = t_2$):

$$\boldsymbol{s} = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \left(\frac{10}{2}\right) \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\,\mathrm{s}^2 = \mathbf{5\,m}$$

Somit ist c) richtig. Das Auto hat eine Distanz von **5 m** zurückgelegt.

Teste dein Wissen 3:

Wähle die zutreffenden Aussagen aus.
a) Die mittlere Geschwindigkeit ist v = a/t.
b) Die mittlere Beschleunigung ist a = v/t.
c) Die mittlere und die momentane Geschwindigkeit sind bei einer gleichförmigen Bewegung gleich.

Antwort:

a) Falsch: Die mittlere Geschwindigkeit ist definiert als der zurückgelegte Weg geteilt durch die benötigte Zeit, also

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{t}}$$

(***s***... zurückgelegter Weg, ***t***... benötigte Zeit)

b) Richtig: Die mittlere Beschleunigung ist definiert als die Änderung der Geschwindigkeit geteilt durch die benötigte Zeit, also

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{t}}$$

(***v***... Weg und ***t***... Zeit)

c) Richtig: Bei einer gleichförmigen Bewegung, bei der die Geschwindigkeit konstant ist, sind die mittlere und die momentane Geschwindigkeit gleich.

Teste dein Wissen 4:

Beschreibe die Bewegung eines frei fallenden Körpers in Worten und mit einer Formel.

Antwort:

Wenn ein Körper frei fällt, wird dieser ohne jeglichen Widerstand (Luftwiderstand) gleichmäßig beschleunigt. Auf der Erde beträgt diese Fallbeschleunigung **g** im Mittel 9,81 m/s^2.
Das bedeutet, dass die Geschwindigkeit des Körpers jede Sekunde um etwa 9,81 m/s zunimmt.
Die Fallhöhe ***h*** eines frei fallenden Körpers ist proportional zum Quadrat der Fallzeit ***t***:

$$\boldsymbol{h} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{t}^{\mathbf{2}}$$

Diese (idealisierte) Formel geht davon aus, dass der Körper aus der Ruhe fällt (d.h., seine Anfangsgeschwindigkeit ist null).

Teste dein Wissen 5:

Um wie viel nimmt die Geschwindigkeit beim freien Fall in einer Sekunde zu?
Markiere die korrekte Aussage:
a) 10m/s
b) 5m/s
c) 1m/s

Antwort:
a) Richtig: 10m/s;
Beim freien Fall unter der Annahme, dass der Luftwiderstand vernachlässigbar ist, nimmt die Geschwindigkeit aufgrund der Erdbeschleunigung um etwa 10 m/s^2 zu. Dies bedeutet, dass die Geschwindigkeit eines fallenden Objekts nach einer Sekunde um etwa 10 m/s zunimmt. Daher ist Aussage a) korrekt

Teste dein Wissen 6:

Beschreibe anhand eines Beispiels die Rolle des Experiments in der Physik.
Antwort: (offene Aufgabe)

Rechenaufgabe 1:

Von der Meeresoberfläche aus wird ein kurzes Schallsignal ausgesandt, das am Meeresboden reflektiert wird (Echolotverfahren). Man misst die Zeit, bis das Signal oben wieder empfangen wird. Das Signal benötigt 1,8 s. Die Schallgeschwindigkeit im Meerwasser beträgt 1 475 m/s. Ermittle die Meerestiefe d.

Antwort:
Um die Tiefe des Meeres zu berechnen, können wir die Formel $\boldsymbol{s = v \cdot t}$ verwenden. Wir halbieren das Ergebnis allerdings, da das Signal denselben Weg doppelt zurückgelegt hat (gesendet + reflektiert):

$$\boldsymbol{s = v_M \cdot t \rightarrow \; d = \frac{1}{2} v_M \cdot t}$$

($\boldsymbol{s}$... Weg, $\boldsymbol{d}$... Meerestiefe, $\boldsymbol{v_M}$... Schallgeschwindigkeit im Meerwasser, $\boldsymbol{t}$ ... gemessene Zeit)

Folgt:

$$\boldsymbol{d} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 1\,475 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1{,}8\ \mathrm{s} \approx \mathbf{1\,327{,}5\ m}$$

Die ermittelte Meerestiefe beträgt somit 1 327,5 m.

Rechenaufgabe 2:

In einer TV-Sendung wurde gesagt, dass die Durchschnittsgeschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne 30 km/s ist.
a) Überprüfe, ob diese Zahl stimmt. Der Radius der Erdbahn beträgt 150 Mio km.
Achte bei der Rechnung vor allem auf die Einheit (km/s).
b) Berechne die Strecke, welche die Erde an einem Tag zurücklegt.

Antwort:
a) Die Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne kann berechnet werden, indem man die Länge des Weges, den die Erde in einem Jahr zurücklegt (das ist der Umfang ihrer Umlaufbahn), durch die Zeit teilt, die sie dafür benötigt (ein Jahr). Der Umfang der Erdbahn kann mit der Formel für den Umfang eines Kreises berechnet werden:

$$\boldsymbol{v_{EB}} = \frac{\boldsymbol{2\pi \cdot r_{EB}}}{\boldsymbol{\tau_{EB}}}$$

($\boldsymbol{v_{EB}}$... Geschwindigkeit der Erdbahn, $\boldsymbol{r_{EB}}$... Radius der Erdbahn, $\boldsymbol{\tau_{EB}}$... Umlaufzeit der Erde)

Folgt: $(1\ \text{Jahr} = 365\ \text{Tage} = 8760\ \text{h} = 3{,}15 \cdot 10^7 \text{s})$

$$\boldsymbol{v_{EB}} = \frac{2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^8\ \text{km}}{3{,}15 \cdot 10^7 \text{s}} \approx \mathbf{30}\ \frac{\mathbf{km}}{\mathbf{s}}$$

Das Ergebnis der Berechnung von etwa 30 km/s stimmt mit der Aussage überein.

b) Die Strecke *s*, die die Erde an einem Tag zurücklegt, kann berechnet werden, indem man die Durchschnittsgeschwindigkeit der Erde auf ihrer Umlaufbahn mit der Anzahl der Sekunden in einem Tag (86 400 s) multipliziert:

$$\boldsymbol{s} = 30\ \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 86\,400\ \text{s} \approx \mathbf{2{,}59 \cdot 10^6\ km}$$

Die Strecke, welche die Erde dabei an einem Tag zurücklegt, beträgt somit etwa 2,59 Mio km.

Rechenaufgabe 3:

Berechne die mittlere Geschwindigkeit, mit der ein Verkehrsflugzeug von Wien nach New York fliegt. Die Flugzeit beträgt 9h 10min, die Luftliniendistanz beträgt 3 670 Meilen (1 Flugmeile = 1,852 km).

Antwort:

Wie rechnen zuerst 9 Stunden 10 Minuten in Stunden und die Flugmeilen in Kilometer um:

$$9\ \text{h}\ 10\ \text{min} = 9\frac{10}{60}\ \text{h} \approx 9{,}167\ \text{h}$$
$$3\,670\ \text{Meilen} = 3\,670 \cdot 1{,}852\ \text{km} \approx 6797\ \text{km}$$

Um diese Fragen zu beantworten, verwenden wir die Formel für die mittlere Geschwindigkeit, die definiert ist als der zurückgelegte Weg geteilt durch die benötigte Zeit, also:

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{t}}$$

($\boldsymbol{s}$... zurückgelegter Weg (Luftliniendistanz), $\boldsymbol{t}$... benötigte (Flug)Zeit)

Daraus folgt:

$$\boldsymbol{v_{W-NY}} = \frac{6797\ \text{km}}{9{,}167\ \text{h}} \approx \mathbf{741{,}5}\ \frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}$$

Die mittlere Geschwindigkeit, mit der ein Verkehrsflugzeug von Wien nach New York fliegt, beträgt den Angaben zufolge somit etwa 741,5 km/h.

Zusatz: Die tatsächliche Flugroute ist länger als die Luftliniendistanz. Die maximale Reisegeschwindigkeit (in Reiseflughöhe) von Verkehrsflugzeugen beträgt 800-1050 km/h.

Rechenaufgabe 4:

Ermittle die Zeitersparnis für einen Autofahrer oder eine Autofahrerin für eine Strecke von 100 km, wenn er/sie auf der Autobahn die übliche Durchschnittsgeschwindigkeit

a) von 70 km/h auf 80 km/h und

b) von 100 km/h auf 130 km/h erhöhen könnte.

Antwort:
Als Erstes benutzen wir die Formel für die Zeit, die benötigt wird, um eine bestimmte Entfernung bei einer konstanten Geschwindigkeit zu überwinden. Um die Zeitersparnis zu berechnen, ziehen wir die Zeit mit der neuen Geschwindigkeit von der Zeit der alten Geschwindigkeit ab:

$$\boldsymbol{Zeitersparnis\ \Delta t} = \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{v_{alt}}} - \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{v_{neu}}} \qquad (wobei\ s = 100\ \text{km})$$

a)

$$\Delta t = \frac{100\ \text{km}}{70\ \text{km/h}} - \frac{100\ \text{km}}{80\ \text{km/h}} \approx 1{,}43\ \text{h} - 1{,}25\ \text{h} = 0{,}18\ \text{h} = \mathbf{648\ s}$$

b)

$$\Delta t = \frac{100\ \text{km}}{100\ \text{km/h}} - \frac{100\ \text{km}}{130\ \text{km/h}} \approx 1\ \text{h} - 0{,}77\ \text{h} = 0{,}23\ \text{h} = \mathbf{828\ s}$$

Wenn der Autofahrer oder die Autofahrerin die Geschwindigkeit von 70 km/h auf 80 km/h erhöht, könnte er/sie etwa 11 Minuten sparen. Wenn die Geschwindigkeit von 100 km/h auf 130 km/h erhöht wird, könnte er/sie etwa 14 Minuten sparen.

Rechenaufgabe 5:

Berechne vereinfacht mit Regel I + II (siehe S. 29) den Anhalteweg für Geschwindigkeiten im Ortsgebiet (Wohnstraße 30 km/h, Hauptstraße 50 km/h) und auf Freilandstraßen (70 km/h, 100 km/h).

Antwort:
Der Anhalteweg (29.1) besteht aus dem Vorbremsweg $\boldsymbol{s_1}$ und dem eigentlichen Bremsweg $\boldsymbol{s_2}$:

$$\boldsymbol{Anhalteweg} = \boldsymbol{s_1} + \boldsymbol{s_2} = (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{t_1}) + \left(\frac{\boldsymbol{v^2}}{\boldsymbol{2a}}\right) \qquad (wobei\ t_1 = 1\ \text{s}\,, a = 8\ \text{m/s}^2)$$

($\boldsymbol{v}$**...** Geschwindigkeit, $\boldsymbol{t_1}$... Reaktionszeit, $\boldsymbol{a}$... Bremsverzögerung)

Die (durchschnittliche) Bremsverzögerung hängt von vielen Faktoren ab, einschließlich der Beschaffenheit der Straße und der Reifen, aber ein typischer Wert auf trockener Fahrbahn könnte etwa $a = 8\ \text{m/s}^2$ betragen.

Abkürzungen:
WS... Wohnstraße (30 km/h), ***HS***... Hauptstraße (50 km/h),
FS70... Freilandstraße (70 km/h), ***FS100***... Freilandstraße (100 km/h)

Bevor wir weiterrechnen, müssen wir noch die Einheiten vereinheitlichen, indem wir die Geschwindigkeiten von km/h in m/s umwandeln:

$$\boldsymbol{v_{WS}} = 30\frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 8{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ ;\ \boldsymbol{v_{HS}} = 50\frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 13{,}89\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$\boldsymbol{v_{FS70}} = 70\frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 19{,}44\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ ;\ \boldsymbol{v_{FS100}} = 100\frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 27{,}78\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\boldsymbol{Anhalteweg\ WS} = \left(8{,}33\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\ \text{s}\right) + \left(\frac{\left(8{,}33\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}\right) \approx 8{,}33\ \text{m} + 4{,}34\ \text{m} \approx \mathbf{12{,}7\ m}$$

$$\boldsymbol{Anhalteweg\ HS} = \left(13{,}89\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\ \text{s}\right) + \left(\frac{\left(13{,}89\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}\right) \approx 13{,}89\ \text{m} + 12{,}06\ \text{m} \approx \mathbf{26\ m}$$

$$\boldsymbol{Anhalteweg\ FS70} = \left(19{,}44\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1\ \mathrm{s}\right) + \left(\frac{\left(19{,}44\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)}\right) \approx 19{,}44\ \mathrm{m} + 23{,}62\ \mathrm{m} \approx \mathbf{43{,}1\ m}$$

$$\boldsymbol{Anhalteweg\ FS100} = \left(27{,}78\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1\ \mathrm{s}\right) + \left(\frac{\left(27{,}78\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)}\right) \approx 27{,}78\ \mathrm{m} + 48{,}23\ \mathrm{m} \approx \mathbf{76\ m}$$

Damit beträgt der Anhalteweg auf Wohnstraßen (30 km/h) etwa 13 m, auf Hauptstraßen (50 km/h) etwa 26 m und auf Freilandstraßen (70 km/h bzw. 100 km/h) etwa 43 m und 76 m.

Rechenaufgabe 6:

Ein Zug fährt mit konstanter Beschleunigung an. Er erreicht in 20 s eine Geschwindigkeit von 5m/s. Bestimme die Beschleunigung und den Weg, welchen er in den 20 s zurückgelegt hat.

Antwort:

Die (mittlere) Beschleunigung $\boldsymbol{a}$ kann mit folgender Formel berechnet werden:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{\Delta v}}{\boldsymbol{\Delta t}}$$

($\boldsymbol{\Delta v}$**...** Geschwindigkeitsänderung, $\boldsymbol{\Delta t}$... Zeitdauer)

In diesem Fall beträgt $\Delta v = 5\frac{m}{s}$ (Endgeschwindigkeit) und $\Delta t = 20\ s$. Setzen wir diese Werte in die Formel ein:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5\ \mathrm{m/s}}{20\ \mathrm{s}} = \mathbf{0{,}25\,\frac{m}{s^2}}$$

Der zurückgelegte Weg $\boldsymbol{s}$ kann mit folgender Formel berechnet werden:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\, a \cdot t^2} \quad (wobei\ v_0 = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \ldots\ \text{Anfangsgeschwindigkeit})$$

Setzen wir die gegebenen Werte in die Formel ein:

$$\boldsymbol{s} = 0 \cdot 20\ \mathrm{s} + \frac{1}{2} \cdot 0{,}25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (20\ \mathrm{s})^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 400\ \mathrm{s}^2 = \mathbf{50\ m}$$

Daher beträgt die Beschleunigung des Zuges 0,25 m/s² und der in 20 s zurückgelegte Weg beträgt 50 m.

Rechenaufgabe 7:

a) Bestimme die Geschwindigkeit, mit der ein Flugzeug vom Boden abhebt, wenn es mit gleichmäßiger Beschleunigung eine Rollstrecke von 1,6 km in 40 s durchläuft.
b) Ermittle die Beschleunigung.

Antwort:

a) Die mittlere Geschwindigkeit kann mit folgender Formel berechnet werden.

$$\boldsymbol{v_m} = \frac{\boldsymbol{d}}{\boldsymbol{t}} = \frac{1\,600\ \mathrm{m}}{40\ \mathrm{s}} = 40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

($\boldsymbol{d}$**...** Rollstrecke, $\boldsymbol{t}$... Zeit)

Da die Geschwindigkeit gleichmäßig zunimmt, ist die Endgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ das Doppelte der mittleren Geschwindigkeit $\boldsymbol{v_m}$:

$$\boldsymbol{v = 2 \cdot v_m} = 80\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathbf{288\,\frac{km}{h}}$$

Die (End-)Geschwindigkeit, mit der das Flugzeug abhebt, beträgt somit 288 km/h.

b) Um die Beschleunigung zu berechnen, setzen wir $\boldsymbol{v_{end}}$ einfach in die nach $\boldsymbol{a}$ umgestellte Formel ein:

$$a = \frac{\boldsymbol{v_{end}}}{t} = \frac{80\ \mathrm{m/s}}{40\ \mathrm{s}} = \mathbf{2}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}$$

Rechenaufgabe 8:

Die Wiener U-Bahn erreicht eine Höchstgeschwindigkeit von ca. 80 km/h. Die Beschleunigung beträgt 0,25m/s^2. Wie weit müssten zwei Stationen mindestens voneinander entfernt sein, damit die Maximalgeschwindigkeit erreicht werden kann? Berechne!

Antwort:

Um die Frage zu beantworten, müssen wir zuerst die Geschwindigkeit von km/h in m/s umwandeln: $v_{max} = 80\ \mathrm{km/h} \approx 22{,}22\ \mathrm{m/s}$

<u>*Lösungsmöglichkeit 1:*</u>

Wir können die Formeln für den Weg und die Geschwindigkeit bei gleichmäßiger Beschleunigung verwenden:

$$\boldsymbol{s} = \frac{\boldsymbol{v_{max}} \cdot \boldsymbol{t}}{\mathbf{2}} \quad und \quad \boldsymbol{v_{max}} = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{t}$$

($\boldsymbol{s}$... Entfernung, $\boldsymbol{v_{max}}$ ... Maximalgeschwindigkeit, $\boldsymbol{t}$ ... Zeit, $\boldsymbol{a}$ ... Beschleunigung)

Die zweite Formel können wir nach $\boldsymbol{t}$ umstellen und in die erste Formel einsetzen. Wir erhalten den benötigten Weg bei gleichmäßiger Beschleunigung (siehe Bremsweg):

$$t = \frac{v_{max}}{a} \ \rightarrow\ \boldsymbol{s} = \frac{v_{max} \cdot \left(\frac{v_{max}}{a}\right)}{2} = \frac{\boldsymbol{v_{max}}^{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}\boldsymbol{a}}$$

Setzen wir die gegebenen Werte in die Formel ein:

$$\boldsymbol{s} = \frac{\left(22{,}22\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 0{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \approx \mathbf{987{,}5\ m}$$

<u>*Lösungsmöglichkeit 2:*</u>

Wir können zuerst mit der bereits nach $\boldsymbol{t}$ umgestellten Formel die benötigte Zeit bei gleichmäßiger Beschleunigung berechnen:

$$\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{v_{max}}}{\boldsymbol{a}} \approx 88{,}89\ \mathrm{s}$$

Setzen wir nun dieses Ergebnis in die Formel für den Weg ein:

$$\boldsymbol{s} = \frac{\boldsymbol{v_{max}} \cdot \boldsymbol{t}}{\mathbf{2}} = \frac{22{,}22\ \mathrm{m/s} \cdot 88{,}89\ \mathrm{s}}{2} \approx \mathbf{987{,}6\ m}$$

Daher müssten zwei Stationen der Wiener U-Bahn mindestens etwa 988 m voneinander entfernt sein, damit die Maximalgeschwindigkeit von 80 km/h erreicht werden kann.
Zusatz: In der Praxis muss die U-Bahn auch abbremsen, bevor sie in die nächste Station einfährt. Wenn man annimmt, dass der zum Bremsen nötige Weg in etwa genauso groß ist, müssen die Stationen mindestens ca. 2 km entfernt sein.

Rechenaufgabe 9:

Ein Zug fährt mit v = 100 km/h. Jemand betätigt die Notbremse, der Zug hält nach s = 400m. Bestimme die Dauer des Bremsvorgangs. Achte auch hier wieder auf die Einheiten. Ermittle die Beschleunigung des Zuges.

Antwort:
Zuerst müssen wir die Geschwindigkeit von km/h in m/s umwandeln:
$v = 100\ km/h \approx 27{,}78\ m/s$
Wir können nun die Formeln für die Strecke und die Geschwindigkeit bei gleichmäßiger Beschleunigung verwenden:

$$\boldsymbol{s = \frac{1}{2} a \cdot t^2} \quad und \quad \boldsymbol{v = a \cdot t}$$

($\boldsymbol{s}$ ... Bremsweg, $\boldsymbol{v}$ ... Geschwindigkeit, $\boldsymbol{a}$ ... Beschleunigung, $\boldsymbol{t}$ ... Zeit)
Nun können wir die Zeitdauer $\boldsymbol{t}$ des Bremsvorgangs berechnen, indem wir die Formel für die Geschwindigkeit umstellen:

$$\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{2 \cdot s}}{\boldsymbol{v}} = \frac{2 \cdot 400\ \text{m}}{27{,}78\ \text{m/s}} \approx \mathbf{28{,}8\ s}$$

Zuletzt können wir die Beschleunigung a berechnen:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{27{,}78\ \text{m/s}}{28{,}8\ \text{s}} \approx \mathbf{-0{,}96\,\frac{m}{s^2}}$$

Die negative Beschleunigung zeigt an, dass der Zug abbremst.
Daher dauert der Bremsvorgang etwa 29 Sekunden und die Beschleunigung des Zuges beträgt etwa -0,96 m/s².

Rechenaufgabe 10:

Ein Flugzeug setzt mit 290 km/h auf einer Landebahn auf, die 2 km lang ist. Bestimme die als konstant angenommene Verzögerung, damit die Piste ausreicht.

Antwort:
Zuerst müssen wir die Geschwindigkeit von km/h in m/s umwandeln:
$v = 290\ km/h \approx 80{,}56\ m/s$

Wir können nun die Formel für den Bremsweg bei gleichmäßiger Verzögerung verwenden:

$$\boldsymbol{s = \frac{v^2}{2a}}$$

($\boldsymbol{s}$ ... Bremsweg, $\boldsymbol{v}$ ... Geschwindigkeit, $\boldsymbol{a}$ ... Verzögerung)

Nun können wir die Verzögerung berechnen, indem wir nach $\boldsymbol{a}$ umstellen:

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{\left(80{,}56\,\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 2000\ m} \approx -1{,}62\,\frac{m}{s^2}$$

Die negative Verzögerung zeigt an, dass das Flugzeug abbremst.
Daher beträgt die Verzögerung des Flugzeugs etwa -1,62 m/s².

Rechenaufgabe 11:

Ein Turmspringer springt aus 10m Höhe ins Wasser.
a) Ermittle die Geschwindigkeit, die er erreicht. Gib diese in km/h an.
b) Ins Wasser taucht der Springer 3,5m ein. Ermittle die Verzögerung im Wasser.
Der Luftwiderstand wird hier vernachlässigt.
c) Beurteile, ob Sprünge aus solchen Höhen gefährlich sein können und überlege, was man dabei beachten muss.

Antwort:
a) Die Geschwindigkeit, die der Springer erreicht, kann mit der Formel für die Geschwindigkeit bei freiem Fall berechnet werden:

$$\boldsymbol{v = \sqrt{2gh}}$$

($\boldsymbol{v}$ … Geschwindigkeit, $\boldsymbol{g}$ … Erdbeschleunigung, $\boldsymbol{h}$ … Höhe)

Setzen wir die Werte ein:

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 10\ \mathrm{m}} \approx 14 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathbf{50,4\ \frac{km}{h}}$$

b) Die Verzögerung im Wasser kann mit der Formel für die Verzögerung bei gleichmäßiger Verzögerung berechnet werden:

$$\boldsymbol{a = \frac{v^2}{2s}}$$

($\boldsymbol{a}$ … Verzögerung, $\boldsymbol{v}$… Geschwindigkeit, $\boldsymbol{s}$ … Tauchtiefe)

Setzen wir die Werte ein:

$$a = \frac{\left(14\ \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 3{,}5\ m} = \boldsymbol{28\ \frac{m}{s^2}}$$

c) Die großen Kräfte beim Auftreffen auf das Wasser als auch die hohe Verzögerung beim Eintauchen kann zu teils schweren Verletzungen führen, wenn der Springer weder ausreichend gut trainiert ist und noch die richtige Technik beherrscht. Außerdem sollte man sicher gehen, dass das Wasser tief genug ist. Merksatz: Niemals in unbekannte Gewässer springen!

Rechenaufgabe 12:

Im Beispiel „Der Bremsweg eines Autos“ wurde der Anhalteweg für 130 km/h berechnet. Berechne mit denselben Ausgangswerten den Anhalteweg für
a) 100 km/h und
b) 50 km/h und vergleiche die Ergebnisse

Antwort:
a) Für 100 km/h:
Zuerst müssen wir die Geschwindigkeit von km/h in m/s umwandeln:
$v = 100\ \mathrm{km/h} \approx 27{,}78\ \mathrm{m/s}$

Vorbremsweg:

$$\boldsymbol{s_1} = v \cdot t_1 = 27{,}78 \frac{m}{s} \cdot 1\ s = 27{,}78\ m$$

Bremsweg:

$$\boldsymbol{s_2} = \frac{v^2}{2a} = \frac{(27{,}78\ \mathrm{m/s^2})^2}{2 \cdot 8\ \mathrm{m/s^2}} \approx 48{,}23\ \mathrm{m}$$

Der Anhalteweg ergibt sich aus dem Vorbremsweg und dem Bremsweg:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{s_1} + \boldsymbol{s_2} = 27{,}78\ \mathrm{m} + 48{,}23\ \mathrm{m} \approx \mathbf{76\ m}$$

b) Für 50 km/h:
Zuerst müssen wir die Geschwindigkeit von km/h in m/s umwandeln:
$v = 50\ \mathrm{km/h} \approx 13{,}89\ \mathrm{m/s}$

Vorbremsweg:

$$\boldsymbol{s_1} = \boldsymbol{v \cdot t_1} = 13{,}89 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1\ \mathrm{s} = 13{,}89\ \mathrm{m}$$

Bremsweg:

$$s_2 = \frac{v^2}{2a} = \frac{(13{,}89\ \mathrm{m/s^2})^2}{2 \cdot 8\ \mathrm{m/s^2}} \approx 12{,}06\ \mathrm{m}$$

Der Anhalteweg ergibt sich aus dem Vorbremsweg und dem Bremsweg:

$$s = s_1 + s_2 = 13{,}89\ \mathrm{m} + 12{,}06\ \mathrm{m} \approx \mathbf{26\ m}$$

Vergleich der Ergebnisse:

Der Anhalteweg bei 130 km/h beträgt 117,6 m, bei 100 km/h beträgt er etwa 76 m und bei 50 km/h beträgt er etwa 26 m. Dies zeigt, dass der Anhalteweg mit zunehmender Geschwindigkeit stark ansteigt.