Das ist

Mathematik 4

Lösungen

Testen und Fördern

öbv
www.oebv.at

Inhaltsverzeichnis

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

1) Berechne und entscheide dich für das richtige Ergebnis.

(-10) + (-12) : (-2) =	☒ (-4)	☐ (-16)	☐ (-2)
(+5) • (-2) + (-4) =	☐ (-6)	☐ (-4)	☒ (-14)
(+12) : (-2) – (-6) =	☐ (-6)	☒ 0	☐ (+6)
(-10) + (-4) : (+2) =	☐ (-8)	☒ (-12)	☐ (-6)

2) Berechne und verbinde mit dem richtigen Ergebnis.

(-3,2) + (-7,1) – (-4,7) =	-15
(+3,2) – (-7,1) + (-4,7) =	-5,6
(-3,2) – (+7,1) – (+4,7) =	+5,6
(+3,2) – (-7,1) + (+4,7) =	15

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

3) In drei Städten wurde zu einer bestimmten Zeit die Temperatur notiert.
Beantworte die folgenden Fragen. Wähle die richtige Antwort aus.

Stadt	Temperatur in °C
München	-4
Wien	3
Moskau	-12

Ist es in München wärmer als in Moskau?

☒ ja ☐ nein

Wie groß ist der Temperaturunterschied zwischen Wien und Moskau?

☐ 14 °C ☒ 15 °C ☐ 9 °C ☐ 12 °C

In Wien fällt die Temperatur in der Nacht um 9 °C. Gib die neue Temperatur an.

☐ -10 °C ☒ -6 °C ☐ 3 °C ☐ -7,3 °C

In Moskau steigt die Temperatur am nächsten Tag um 5 °C. Gib die neue Temperatur an.

☐ -8 °C ☐ 7 °C ☐ -4 °C ☒ -7 °C

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

4) Ergänze die fehlenden Begriffe.

Von 360 abgegebenen Stimmen waren 332 gültig.

In diesem Beispiel ist 360 der __Grundwert__ und 332 der __Prozentanteil__.
(Grundwert / Prozentanteil / Prozentsatz) (Grundwert / Prozentanteil / Prozentsatz)

70 % oder 210 Kunden füllten den Rückmeldebogen aus.

In diesem Beispiel ist 70 der __Prozentsatz__ und 210 der __Prozentanteil__.
(Grundwert / Prozentanteil / Prozentsatz) (Grundwert / Prozentanteil / Prozentsatz)

Berechne die Prozentanteile:

30 % von 650 Stück sind __195 Stück__. (125 Stück / 195 Stück / 115 Stück)

45 % von 9 km sind __4,05 km__. (4,05 km / 20,5 km / 40,5 km)

12 % von 80 kg sind __9,6 kg__. (9,6 kg / 19,6 kg / 2,6 kg)

Berechne die Prozentsätze:

24 Stück von 30 Stück sind __80 %__. (80 % / 60 % / 20 %)

85 kg sind __17 %__ von 500 kg. (7 % / 17 % / 37 %)

21 km sind __30 %__ von 70 km. (45 % / 30 % / 15 %)

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

5) Ordne die Jahreszinsen der Größe nach – beginne mit den geringsten.

__3__ K = 800 €; p = 0,4 %

__4__ K = 1 200 €; p = 1,1 %

__1__ K = 500 €; p = 0,2 %

__2__ K = 200 €; p = 0,6 %

6) Eine Bank bietet einen Nettozinssatz von 2 % p.a. für täglich fällige Spareinlagen an.

Ordne den angegebenen Startguthaben und der Zeit, die das Geld veranlagt wird, die passenden Endbeträge zu.

Startguthaben: 1 800 € Zeit: 2 Jahre	1 877,75 €
Startguthaben: 1 900 € Zeit: 1 Jahr	1 872,72 €
Startguthaben: 1 850 € Zeit: 9 Monate	1 938 €
Startguthaben: 1 550 € Zeit: 9 Jahre	1 852,39 €

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

7) Markiere die Größe x, mit der die Proportion stimmt.

3 : 8 = x : 64	**x = 24**,	x = 26,	x = 48
5 : x = 60 : 216	x = 12,	**x = 18**,	x = 24
x : 16 = 126 : 112	x = 14,	**x = 18**,	x = 22
34 : 15 = 6,8 : x	**x = 3**,	x = 6,	x = 9

8) Entscheide, ob die Proportion richtig oder falsch ist. Verbinde mit dem entsprechenden Kasten.

4 : 9 = 20 : 54

3 : 7 = 21 : 49

8 : 3 = 12 : 5

10 : 8 = 40 : 32

12 : 15 = 36 : 45

Proportion korrekt

Proportion falsch

◄ 9

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

9) Verbinde die Aufgaben mit der richtigen Lösung.

$4 \cdot (3x + 5) - 2 \cdot (2x - 7) =$	$12x + 4$
$20x - 3 \cdot (3x + 5) + 10 =$	$4x - 27$
$(3x + 2)^2 - 9x^2 =$	$11x - 5$
$20x - 4x^2 + (2x - 4)^2 =$	$8x + 34$
$12x^2 + 40x - 3 \cdot (2x + 3)^2 =$	$4x + 16$

10) Erstelle zu folgender Angabe eine Gleichung.
Das Fünffache einer ganzen Zahl, vermindert um das Doppelte dieser Zahl ergibt 57.
Kreuze die richtigen Gleichungen an.

☒ $5 \cdot x - 2 \cdot x = 57$

☐ $2x - 5x = 57$

☐ $75 = 5x - 2x$

☒ $57 + 2 \cdot x = 5 \cdot x$

11) Berechne. Verbinde mit dem richtigen Ergebnis.

$4x^2y : 2x =$	$6x^2y$
$2x^2y + 4x^2y =$	$4x^2y^2$
$2xy \cdot 2xy =$	$2x^2y$
$6x^2y - 4x^2y =$	$2xy$

◄ 10

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

**12) Erstelle eine Gleichung zu folgender Angabe.
Das Produkt von 4 und einer um 9 verminderten Zahl ergibt 24.**

☐ 4 + (x – 9) = 24

☒ (x – 9) • 4 = 24

☐ 4 : (x – 9) = 24

13) Löse die Gleichungen, indem du die angegebenen Äquivalenzumformungen durchführst.

4x – 12 = 22 | +12

4x = 34 | : 4

x = 8,5

5y + 3 = 3y – 7 | -3y

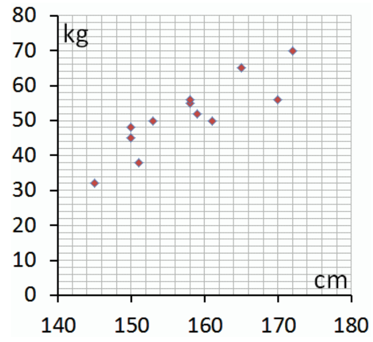
2y + 3 = -7 | -3

2y = -10 | : 2

y = -5

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

14) Im Punktwolkendiagramm sind die Körpergröße (auf 5 cm genau) und das Gewicht der Mädchen einer Schulklasse eingetragen.



Zeigt die Graphik einen starken Zusammenhang zwischen der Körpergröße und dem Gewicht?

Ja (Ja/Nein)

Wie groß ist das kleinste Mädchen in dieser Klasse?

145 cm

Wie viel wiegt sie?

32 kg

15) Die Kreuztabelle zeigt die besetzten und freien Sitzplätze in einem Zug der ÖBB für die erste und zweite Klasse.

Klasse	frei	besetzt	gesamt
1	40	52	92
2	63	253	316
gesamt	103	305	408

Wie viel Prozent der ersten Klasse bleiben in diesem Zug frei?

☐ 10 % ☒ 43 % ☐ 57 % ☐ 68 %

Wie viel Prozent der zweiten Klasse sind besetzt?

☐ 20 % ☐ 75 % ☒ 80 % ☐ 97 %

Wie gut ist der gesamte Zug ausgelastet?

☐ zu 20 % ☐ zu 25 % ☒ zu 75 % ☐ zu 80 %

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

16) Entscheide, ob die Behauptung wahr oder falsch ist. Verbinde sie mit dem entsprechenden Kasten.

- Jedes Parallelogramm ist ein Trapez.
- Ein Parallelogramm hat 2 gleich lange Diagonalen.
- $a^2 + b^2 = c^2$
- Das Deltoid hat 2 Paar gleich langer Seiten.
- Jedes Trapez hat einen Umkreis.
- $a = c^2 – b^2$
- Bei Rauten stehen die Diagonalen normal aufeinander.

wahr

falsch

17) Überlege, bei welchen Längenberechnungen du den pythagoreischen Lehrsatz unmittelbar anwenden kannst.

☒ Höhe in einem gleichseitigen Dreieck

☐ Länge der Diagonale in einem Parallelogramm

☒ Länge der Diagonale in einem Quadrat

☐ Länge einer Seite in einem allgemeinen Dreieck

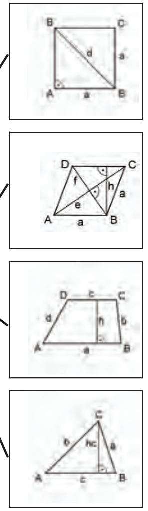
☐ Länge der Winkelsymmetralen in einem allgemeinen Dreieck

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

18) Ordne die Flächeninhaltsformeln den richtigen Figuren zu.

- $A = c \cdot h_c : 2$
- $A = (a + c) \cdot h : 2$
- $A = a^2$
- $A = e \cdot f : 2$



19) Berechne den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks. Der rechte Winkel ist bei Punkt C.

a) a = 15 cm, b = 8 cm, c = 17 cm

Der Flächeninhalt beträgt: ☐ 30 cm² ☐ 120 cm² ☒ 60 cm²

b) a = 21 cm, b = 20 cm, c = 29 cm

Der Flächeninhalt beträgt: ☐ 420 cm² ☒ 210 cm² ☐ 2,2 cm²

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

20) Ordne die Volumsformeln den Körpern richtig zu.

vierseitiges Prisma mit einem Rechteck als Grundfläche	$V = a \cdot b \cdot h$
regelmäßiges vierseitiges Prisma	$V = a^2 \cdot h$
regelmäßige vierseitige Pyramide	$V = \frac{a^2}{3} \cdot h$
dreiseitiges Prisma mit einem rechtwinkligen Dreieck als Grundfläche	$V = \frac{a \cdot b}{2} \cdot h$

Testen und Fördern

Wiederholung aus der 3. Klasse – Lösungen

21) Ordne die Prismen nach ihrer Masse.
Berechne die Masse der Prismen und ordne sie der Größe nach. Beginne mit dem leichtesten.

3 Eisenwürfel: a = 4 cm; Dichte = 7,87 g/cm³

4 Korkquader: a = b = 5 cm, c = 100 cm; Dichte = 0,3 g/cm³

1 Glaswürfel: a = 5 cm; Dichte = 2,5 g/cm³

2 Betonquader: a = 5 cm, b = c = 6 cm; Dichte = 2,1 g/cm³

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Reelle Zahlen – Lösungen

1) Quadriere und bestimme die Lösung.

$0{,}15^2 =$

☐ 0,225

☐ 2,25

☒ 0,0225

2) Kubiere und ermittle die Lösung.

$5^3 =$

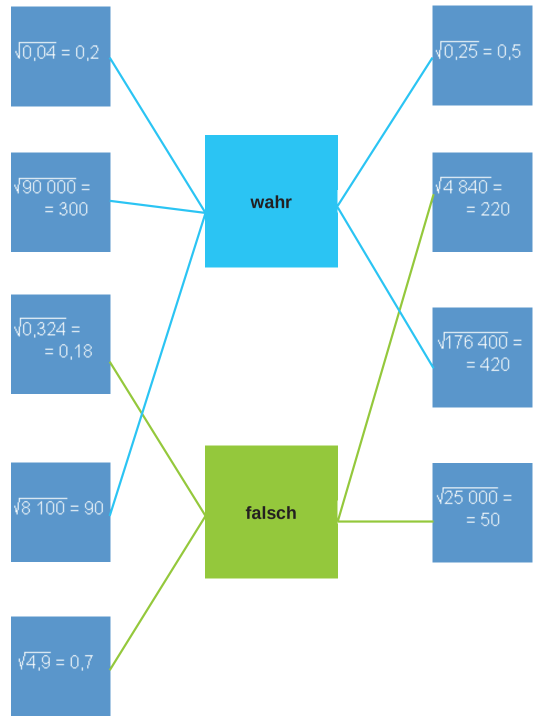
☐ 25

☒ 125

☐ 225

Reelle Zahlen – Lösungen

**3) Entscheide, ob die Behauptungen wahr oder falsch sind.
Verbinde mit dem richtigen Kästchen.**



Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Reelle Zahlen – Lösungen

4) Ziehe die Wurzel aus 0,81.

☐ 9 ☐ 0,09 ☒ 0,9

5) Ziehe die Wurzel aus 3,24.

☐ 18 ☒ 1,8 ☐ 0,18

6) Berechne die Kubikwurzeln und verbinde mit den Lösungen.

$\sqrt[3]{64}$	5
$\sqrt[3]{27}$	2
$\sqrt[3]{125}$	4
$\sqrt[3]{8}$	3

◀ 19

Testen und Fördern

Reelle Zahlen – Lösungen

7) Du kennst das Volumen eines Würfels – bestimme seine Kantenlänge.
Markiere die richtige Lösung.

$V = 3\,375\ cm^3$ a = 16,5 cm, a = 15 cm, a = 58 cm, a = 1 125 cm

$V = 15{,}625\ mm^3$ a = 25 mm, a = 5,2 mm, a = 2,5 mm, a = 3,95 mm

8) Die Seitenlänge eines Würfels wird vergrößert. Wie groß sind dann die Oberfläche und das Volumen?
Verbinde mit dem richtigen Faktor.

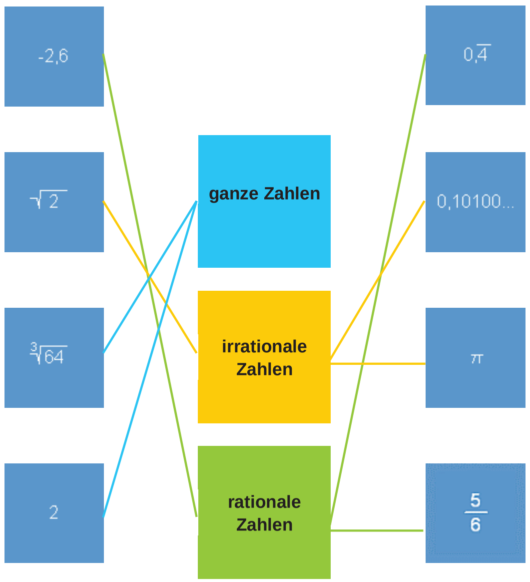
Die Seitenlänge wird verdoppelt. Das Volumen ist dann ...	... 9-mal so groß.
Die Seitenlänge wird verdoppelt. Die Oberfläche ist dann ...	... 64-mal so groß.
Die Seitenlänge wird verdreifacht. Die Oberfläche ist dann ...	... 4-mal so groß.
Die Seitenlänge wird vervierfacht. Das Volumen ist dann ...	... 8-mal so groß.

◀ 20

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

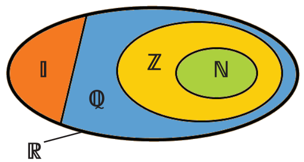
Reelle Zahlen – Lösungen

9) Welche ist die kleinste Zahlenmenge zu der die Zahl gehört?
Verbinde mit dem richtigen Kästchen.



Reelle Zahlen – Lösungen

10) Kreuze die wahren Aussagen an.



☒ Jede natürliche Zahl ist auch eine ganze Zahl.
☐ Jede reelle Zahl ist auch einen natürliche Zahl.
☐ Eine rationale Zahl kann auch eine irrationale Zahl sein.
☒ Eine ganze Zahl ist auch eine rationale Zahl.
☒ Es gibt unendlich viele natürliche Zahlen.
☐ Jede reelle Zahl ist eine rationale Zahl.
☐ Null gehört zu den irrationalen Zahlen.
☒ Jede irrationale Zahl ist eine reelle Zahl.

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Reelle Zahlen – Lösungen

Rechnen mit Wurzeln

Berechne die Quadratwurzel!

a) $\sqrt{25}$ = 5
b) $\sqrt{400}$ = 20
c) $\sqrt{289}$ = 17
d) $\sqrt{625}$ = 25
e) $\sqrt{3{,}24}$ = 1,8
f) $\sqrt{0{,}04}$ = 0,2

Berechne die Kubikwurzel!

a) $\sqrt[3]{27}$ = 3
b) $\sqrt[3]{512}$ = 8
c) $\sqrt[3]{8\,000}$ = 20
d) $\sqrt[3]{4\,913}$ = 17
e) $\sqrt[3]{0{,}001}$ = 0,1
f) $\sqrt[3]{0{,}216}$ = 0,6

Du kennst das Volumen eines Würfels. Bestimme seine Kantenlänge a!

a) V = 1 331 cm^3 a = 11 cm
b) V = 6 539,203 cm^3 a = 18,7 cm

Ein Würfel aus Granit (Dichte ρ = 2 800 kg/m^3) wiegt 80 kg.
Wie groß ist seine Kantenlänge?

a ≈ 0,3 m

◀23

Testen und Fördern

Reelle Zahlen – Lösungen

Rechnen mit Potenzen

Berechne das Quadrat!

a) 3^2 = 9
b) $1{,}5^2$ = 2,25
c) $(-0{,}8)^2$ = 0,64
d) 150^2 = 22 500
e) $2\,000^2$ = 4 000 000
f) $(3 \cdot 2)^2$ = 36
g) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ = $\frac{9}{16}$
h) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$ = $\frac{25}{49}$

Berechne die dritte Potenz!

a) 2^3 = 8
b) $0{,}5^3$ = 0,125
c) $0{,}02^3$ = 0,000008
d) 12^3 = 1 728
e) $(-2{,}7)^3$ = -19,683
f) 100^3 = 1 000 000
g) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ = $\frac{1}{8}$
h) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ = $\frac{8}{27}$

Berechne ohne Taschenrechner!

a) $3 \cdot (\sqrt{4})^2$ = 12
b) $8 \cdot (\sqrt[3]{8})^3$ = 64
c) $(5 \cdot \sqrt{5})^2$ = 125
d) $4 \cdot \sqrt{8^2}$ = 32
e) $\sqrt{3^2} \cdot (\sqrt{3})^2$ = 9
f) $\sqrt[3]{3^3} \cdot \sqrt{3^2}$ = 9

◀24

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Reelle Zahlen – Lösungen

Testen und Fördern

mathematische Sprache deuten

Entscheide mit Hilfe des Taschenrechners, ob es sich um eine irrationale Zahl handelt oder nicht!

	irrationale Zahl ja	irrationale Zahl nein
$\sqrt{64}$	☐	☒
$\sqrt{3}$	☒	☐
$\sqrt{121}$	☐	☒
$\sqrt{8}$	☒	☐

	irrationale Zahl ja	irrationale Zahl nein
$\sqrt[3]{64}$	☐	☒
$\sqrt[3]{89}$	☒	☐
$\sqrt[3]{8}$	☐	☒
$\sqrt[3]{27}$	☐	☒

Gib jeweils an, ob die Zahl Element (∈) oder nicht Element (∉) der Zahlenmenge ist.

Zahl	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$	$\mathbb{R}$
-5	∉	∈	∈	∉	∈
2,11	∉	∉	∈	∉	∈
$\frac{7}{8}$	∉	∉	∈	∉	∈
$\frac{12}{3}$	∈	∈	∈	∉	∈
π	∉	∉	∉	∈	∈
$0,\overline{9}$	∉	∉	∈	∉	∈
$\sqrt{2}$	∉	∉	∉	∈	∈
$\sqrt{9}$	∈	∈	∈	∉	∈

Wahr oder falsch?

Jede reelle Zahl ist entweder eine rationale Zahl oder eine irrationale Zahl. <u>wahr</u>

◀25

Algebra – Lösungen

Testen und Fördern

1) Multipliziere die Binome.

$(2 – a) \cdot (3 + b) =$	$-4a + 2ab + 3b – 6$
$(a – 1) \cdot (b + 3) =$	$-3a – ab + 2b + 6$
$(2a + 3) \cdot (b – 2) =$	$3a + ab – b – 3$

2) Berechne und verbinde Gleichwertiges.

$3a \cdot 4b + (-2a) \cdot 3b =$	$-6ab$
$2a \cdot 3b – (-3a) \cdot 2b =$	$6ab$
$a \cdot (-2b) – (-2a) \cdot (-2b) =$	$12ab$

3) Setze das Fehlende ein.

$(3a + 2b)^2 = 9a^2$ ___+ 12ab___ $+ 4b^2$ (+ 12ab; + 6ab; – 12ab)

$(2x – 5y)^2 = 4x^2$ ___– 20xy___ $+ 25y^2$ (– 20xy; – 10xy; + 20xy)

◀26

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Algebra – Lösungen

4) Setze das Fehlende ein.

$(\underline{\ 3\ }a + \underline{\ 5\ }b)^2 = 9a^2 + 30ab + \underline{\ 25\ }b^2$

4 4 16
2 2 25
1 5 9
3 3 5

$(\underline{\ 2\ }x - \underline{\ 7\ }y)^2 = 4x^2 - \underline{\ 28\ }xy + 49y^2$

1 5 14
2 7 9
3 6 28
4 3 34

$(3x - 5y) \cdot (\underline{\ 3x + 5y\ }) = 9x^2 - 25y^2$

3x – 5y
3x + 5y
-3x + 5
3x – 5

5) Forme die Terme durch Herausheben aller gemeinsamen Faktoren um.

a) $8ab + 12a + 4ac = \underline{\ 4a\ } \cdot (\underline{\ 2b + 3 + c\ })$

b) $5x - 15x^2 + 10xy^2 = \underline{\ 5x\ } \cdot (\underline{\ 1 - 3x + 2y^2\ })$

c) $13ef + 2ef^2 - 4e^2f^2 = \underline{\ ef\ } \cdot (\underline{\ 13 + 2f - 4ef\ })$

◄27

Testen und Fördern

Algebra – Lösungen

**6) Die Formel für das Volumen einer Pyramide wurde umgeformt.
Welche Umformungen sind richtig?**

$V = \frac{a^2}{3} \cdot h$

- [x] $a = \sqrt{\frac{3V}{h}}$
- [ ] $h = \frac{a^2 V}{3}$
- [ ] $a = \sqrt{3 \cdot h \cdot V}$
- [x] $h = \frac{3V}{a^2}$

7) Verbinde den Text mit der passenden Gleichung.

Moriz gibt zuerst 10 € und dann die Hälfte seines verbleibenden Geldes aus. Ihm bleiben 12 € übrig. Wie viel hatte er?	$x : 3 + 12 = (x + 12) : 2$
Wenn man das Dreifache einer Zahl um 12 vermindert, erhält man das Doppelte der Zahl.	$3x - 12 = 2x$
Ein gleichschenkliges Dreieck hat 12 cm Umfang. Die Basis ist dreimal so lang wie ein halber Schenkel. Wie lang ist sie?	$(x - 10) : 2 = 12$
Die Mutter ist jetzt dreimal so alt wie ihre Tochter. In 12 Jahren ist sie nur noch doppelt so alt. Wie alt ist sie jetzt?	$x + 4x : 3 = 12$

◄28

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Algebra – Lösungen

8) Ermittle jeweils die Unbekannte.

$6y - y(5 - 3y) = 3y^2$	$y = $ 0
$(3a + 2)(a - 6) = 3a(a - 4)$	$a = $ -3
$(2x - 5)^2 - (2x + 3)(2x - 3) = 4(x - 5) + 6$	$x = $ 2

9) Löse die Ungleichung und verbinde mit dem Ergebnis.

$4x : 3 < 6$	$x > 4$
$8 < 2x : 5$	$x < 4{,}5$
$3x : 2 > x + 2$	$x > 20$
$(x + 3) : 4 > 8$	$x > 29$

10) Ergänze den Satz richtig.

Eine Ungleichung bleibt richtig, wenn man ...

- ☐ beide Seiten mit derselben Zahl multipliziert und das Ungleichheitszeichen umdreht.
- ☐ beide Seiten durch dieselbe negative Zahl dividiert.
- ☒ beide Seiten mit derselben negativen Zahl multipliziert und das Ungleichheitszeichen umdreht.

11) Welche Ungleichung passt zu diesem Text? Kreuze die richtige an.

Franziska hat doppelt so viele Videos auf ihrem Smartphone gespeichert wie Saskia, aber der Unterschied beträgt weniger als 15 Videos.
Wie viele Videos sind höchstens auf Saskias Smartphone?

- ☐ $2x < 15$
- ☒ $x + 15 > 2x$
- ☐ $2x > x + 15$

Testen und Fördern

Algebra – Lösungen

12) Welche Ungleichung ist beschrieben? Markiere sie.

Von welchen natürlichen Zahlen ist das Vierfache kleiner als die um 18 vermehrte Zahl?

$4 \cdot x < x + 18$ $18 + 4 \cdot x < x$ $x + 4x < x + 18$

Multipliziert man die Zahl mit 4 und subtrahiert 12, so ist das Ergebnis größer als das 8-fache der Zahl vermindert um 24.

$4 \cdot x - 12 < 8 \cdot 8 - 24$ $4x - 12 > 8x - 24$ $4 - 12x > 8 - 24x$

13) Vereinfache die Bruchterme so weit wie möglich.
Verbinde gleichwertige Terme.

$\frac{ax + 3a}{4x + 12} =$	$= \frac{x^2 + 1}{6 - x}$
$\frac{2x^3 + 2x}{12x - 2x^2} =$	$= \frac{2 - 3x^2}{x}$
$\frac{4x^2 - 4x}{ax^2 - ax} =$	$= \frac{a}{4}$
$\frac{12x - 18x^3}{6x^2} =$	$= \frac{4}{a}$

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

14) Entscheide dich für die richtige Argumentation.

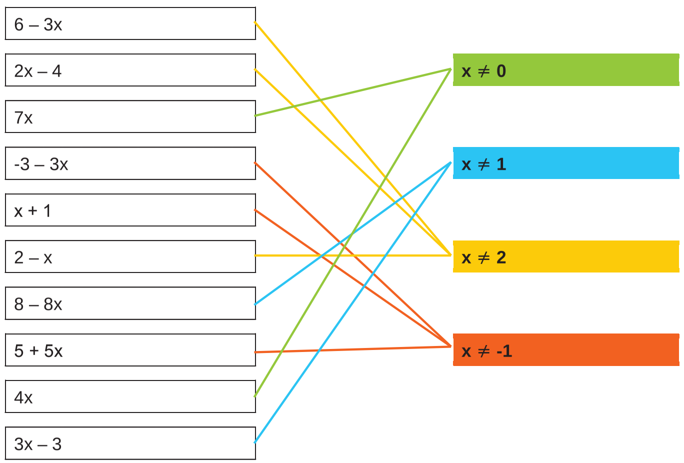
Bei einer Bruchgleichung ist eine Definitionsmenge anzugeben, ...

☒ weil der Wert des Nenners nicht Null sein darf.

☐ weil der Wert des Zählers nicht Null sein darf.

☐ weil negative Zahlen immer ausgeschlossen werden müssen.

15) Gegeben sind die Nenner verschiedener Bruchterme. Ermittle die für die Variable auszuschließenden Werte.
Verbinde den Nenner mit dem entsprechenden Kasten.



16) Welcher ist der kleinste gemeinsame Nenner?
Markiere ihn.

Nenner A: $8x^2$ Nenner B: $4x$ Nenner C: $12x^3$

kleinster gemeinsamen Nenner: $4x$ $24x^3$ $12x^2$ $60x^3$

Nenner A: $2xy$ Nenner B: $6x^2y$ Nenner C: $15x^3y^2$

kleinster gemeinsamen Nenner: $30xy$ $90x^3y^3$ $15x^3y^2$ $30x^3y^2$

17) Löse die Bruchgleichung.

$$\frac{x+1}{x-4} - \frac{x+13}{x+4} = \frac{120}{x^2-16}$$

Welche Werte darf die Variable nicht annehmen?

x darf nicht gleich _-4_ und nicht gleich _4_ sein.

x = _-16_

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Algebra – Lösungen

Rechnen mit Variablen

Vereinfache die Terme und führe die Probe mit den angegebenen Zahlen durch!

a) $(5x - 6) - 4x + y - (8 + 3x + 2y) =$ $\underline{-2x - y - 14}$

Probe für x = 2, y = 1: $\underline{\text{Anf.: } (10 - 6) - 8 + 1 - (8 + 6 + 2) = -19; \quad \text{End.: } -4 - 1 - 14 = -19}$

b) $5x^2 - (3x - 2x^2) + 2(2x^2 + 4x) - 4x^2 =$ $\underline{7x^2 + 5x}$

Probe für x = 3: $\underline{\text{Anf.: } 5\cdot 9 - (9 - 2\cdot 9) + 2(2\cdot 9 + 12) - 4\cdot 9 = 78; \quad \text{End.: } 7\cdot 9 + 15 = 78}$

c) $(2y^2 + y^3)(3y - 3y^2) =$ $\underline{-3y^5 - 3y^4 + 6y^3}$

Probe für y = 2: $\underline{\text{Anf.: } (2\cdot 4 + 8)(6 - 3\cdot 4) = -96 \quad \text{End.: } -3\cdot 32 - 3\cdot 16 + 6\cdot 8 = -96}$

d) $(2 - 3x)(4x + 6) + 3x(x - 5) =$ $\underline{-9x^2 - 25x + 12}$

Probe für x = 1: $\underline{\text{Anf.: } (2 - 3)(4 + 6) + 3(1 - 5) = -22 \quad \text{End.: } -9\cdot 1 - 25 + 12 = -22}$

Forme die Terme durch Herausheben aller gemeinsamen Faktoren um!

a) $7a^3b^2 + 14a^2b^3 = \underline{7a^2b^2(a + 2b)}$

b) $4a^3 + 12a^2 - 8a = \underline{4a(a^2 + 3a - 2)}$

c) $15a - 3ab^2 + 6a^2 = \underline{3a(5 - b^2 + 2a)}$

d) $4(a + 2) + (a^2 - a)(a + 2) = \underline{(a + 2)(4 + a^2 - a)}$

Zerlege Zähler und Nenner wenn nötig in Faktoren und kürze so weit wie möglich!

a) $\frac{12x^2y}{4xy^2} = \frac{3x}{y}$

b) $\frac{15a^3bc}{3ab^2c^2} = \frac{5a^2}{bc}$

c) $\frac{6a - 6b}{4a - 4b} = \frac{6(a - b)}{4(a - b)} = \frac{3}{2}$

d) $\frac{12c^2 - 24c}{6c^2} = \frac{12c(c - 2)}{6c^2} = \frac{2(c - 2)}{c}$

e) $\frac{12(y + 2)(y - 2)}{-16 - 8y} = \frac{12(y + 2)(y - 2)}{-8(2 + y)} = \frac{3(y - 2)}{-2}$

f) $\frac{3x^3 - 27x}{6x^2 + 18x} = \frac{3x(x^2 - 9)}{6x(x + 3)} = \frac{3x(x + 3)(x - 3)}{6x(x + 3)} = \frac{x - 3}{2}$

Testen und Fördern

Algebra – Lösungen

Rechnen mit Potenzen

Löse mit den binomischen Formeln!

a) $(3e + 2f)^2 = \underline{9e^2 + 12ef + 4f^2}$

b) $(5 - 2x)^2 = \underline{25 - 20x + 4x^2}$

c) $(a + 2b)(a - 2b) = \underline{a^2 - 4b^2}$

d) $(c^2 + 3d)^2 = \underline{c^4 + 6c^2d + 9d^2}$

e) $(3r^3 - 2s^2)^2 = \underline{9r^6 - 12r^3s^2 + 4s^4}$

f) $(4e^2 - 5f^3)(4e^2 + 5f^3) = \underline{16e^4 - 25f^6}$

Führe die Terme auf die binomischen Formeln zurück! Schreibe als Produkt bzw. als Quadrat eines Binoms!

a) $9x^2 + 6xy + y^2 = \underline{(3x + y)^2}$

b) $16a^2 + 56a + 49 = \underline{(4a + 7)^2}$

c) $36e^2 - 25f^2 = \underline{(3e + 5f)(3e - 5f)}$

d) $r^4 - 81 = \underline{(r^2 + 9)(r^2 - 9)}$

e) $a^2 - 12ab^3 + 36b^6 = \underline{(a - 6b^3)^2}$

f) $64n^2 - 64m^2 = \underline{(8n + 8m)(8n - 8m)}$

Ergänze die Lücken richtig! Wähle aus den angegebenen Vorschlägen aus!

a) $(\underline{2}\,a + \underline{1}\,b)^2 = 4a^2 + \underline{4ab} + b^2$

b) $(\underline{3a} + 4b)(\underline{3a} - \underline{4b}) = 9a^2 - \underline{16b^2}$

c) $25a^4 - \underline{40a^2b^2} + \underline{16b^4} = (\underline{5a^2} - 4b^2)^2$

d) $64 + \underline{64a} + 16a^2 = (\underline{8} + \underline{4a})^2$

e) $(\underline{7a} + \underline{b^2})(\underline{7a} - \underline{b^2}) = 49a^2 - b^4$

f) $(2\underline{a^2} - \underline{5}\,b)^2 = 4a^4 - \underline{20a^2b} + 25b^2$

1 | 3a | 3a | b^2 | $16b^2$ | 7a | 7a | 2 | $40a^2b^2$ | 4b | 4ab | $20a^2b$ | $16b^4$ | 8 | b^2 | 5 | a^2 | 4a | 64a | $5a^2$

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Algebra – Lösungen

Brüche kürzen und erweitern

Zerlege Zähler und Nenner wenn nötig in Faktoren und kürze so weit wie möglich! Welche Werte dürfen die Variablen nicht annehmen?

a) $\frac{24a^2bc}{8ac} = 3ab$ $a \neq 0; c \neq 0$

b) $\frac{12xy^4z^2}{18y^3z^4} = \frac{2xy}{3z^2}$ $y \neq 0; z \neq 0$

c) $\frac{r^2 + r}{2r + 2} = \frac{r(r+1)}{2(r+1)} = \frac{r}{2}$ $r \neq -1$

d) $\frac{2a(a+b)^2}{4a^2(a+b)^2} = \frac{1}{2a}$ $a \neq 0; -b$

e) $\frac{3x^2 - 75}{4x - 20} = \frac{3(x+5)(x-5)}{4(x-5)} = \frac{3(x+5)}{4}$ $x \neq 5$

f) $\frac{6s}{12s^2 - 6s} = \frac{6s}{6s(2s-1)} = \frac{1}{2s-1}$ $s \neq 0; 0{,}5$

Erweitere auf den kleinsten gemeinsamen Nenner und kürze! Welche Werte sind auszuschließen?

a) $\frac{4a}{2b} - \frac{3+a}{b} = \frac{2a}{b} - \frac{3+a}{b} = \frac{a-3}{b}$ $b \neq 0$

b) $\frac{x-y}{5x} + \frac{y^2+2}{xy} = \frac{y(x-y)}{5xy} + \frac{5(y^2+2)}{5xy} = \frac{4y^2 + xy + 10}{5xy}$ $x \neq 0; y \neq 0$

c) $\frac{4}{2+r} - \frac{2}{(2+r)^2} = \frac{4(2+r) - 2}{(2+r)^2} = \frac{4r+6}{(2+r)^2}$ $r \neq -2$

d) $\frac{5(x-3)}{6x-9} - \frac{3-4x}{3(2x-3)} = \frac{5x-15}{3(2x-3)} - \frac{3-4x}{3(2x-3)} = \frac{9(x-2)}{3(2x-3)} = \frac{3(x-2)}{2x-3}$ $x \neq 1{,}5$

Löse die Bruchgleichung! Welche Werte müssen ausgeschlossen werden?

a) $\frac{2}{x-3} + \frac{2}{x+3} = \frac{4}{x^2-9}$

$\frac{2(x+3)}{x^2-9} + \frac{2(x-3)}{x^2-9} = \frac{4}{x^2-9}$ $|\cdot(x^2 - 9)$

$2x + 6 + 2x - 6 = 4$

$4x = 4$ $|:4$

$x = 1$

auszuschließen:

$x \neq -3; 3$

b) $\frac{26a}{6a^2 - 3a} - \frac{1-2a}{a} = \frac{4a+5}{2a-1}$

$\frac{26a}{3a(2a-1)} - \frac{3(1-2a)(2a-1)}{3a(2a-1)} = \frac{3a(4a+5)}{3a(2a-1)}$ $|\cdot 3a(2a-1)$

$26a - 12a + 12a^2 + 3 = 12a^2 + 15a$ $|-12a^2$

$14a + 3 = 15a$ $|-14a$

$a = 3$

auszuschließen:

$a \neq 0; 0{,}5$

Testen und Fördern

Algebra – Lösungen

Gleichungen erstellen und lösen

Löse die Gleichung!

a) $3(x^2 + 2) = x(3x - 2)$

$3x^2 + 6 = 3x^2 - 2x$ $|-3x^2$

$6 = -2x$ $|:(-2)$

$x = -3$

b) $(y - 12)^2 = (y + 13)^2$

$y^2 - 24y + 144 = y^2 + 26y + 169$ $|-y^2$

$-24y + 144 = 26y + 169$ $|+24y$

$144 = 50y + 169$ $|-169$

$-25 = 50y$ $|:50$

$y = -0{,}5$

Schreibe den Text in Form einer Gleichung! Löse diese und überprüfe, ob die Lösung auch Lösung der Textaufgabe ist!

a) Ein Konzertsaal wird mit 780 Sesseln neu bestuhlt. Es werden 30 Reihen aufgestellt. Wie viele Plätze sind in jeder Reihe?

$30x = 780$; $x = 26$; In jeder Reihe sind 26 Sitzplätze.

b) Die Breite eines Rechtecks ist 5 cm größer als seine Länge. Der Umfang beträgt 50 cm. Wie groß sind die Länge und die Breite des Rechtecks?

$150 = 2a + 2(a + 5)$; $a = 10$ cm; Das Rechteck ist 10 cm lang und 15 cm breit.

c) Ein Verkaufspreis wird um 10% gesenkt. Nach dem Ausverkauf wird der gesenkte Preis um 10% erhöht und beträgt dann 58,41 €. Wie hoch war der ursprüngliche Preis?

$(x \cdot 0{,}9) \cdot 1{,}1 = 58{,}41$; $x = 59$ €; Der ursprüngliche Preis war 59 €.

d) Max gibt die Hälfte seines Geldes und danach vom Rest ein Drittel aus. Ihm bleiben 4 €. Wie viel hatte er?

$g - g : 2 - (g : 2) : 3 = 4$; $g = 12$ €; Max hatte 12 €.

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Algebra – Lösungen

Ungleichungen erstellen und lösen

Löse die Ungleichung!

a) $3x - 13 < 4x - 7 \quad |-3x$
$-13 < x - 7 \quad |+7$
$-6 < x$

$L = \{x \in \mathbb{R} \mid \underline{\ x > -6\ }\}$

b) $2 - 5a \leq a - 22 \quad |+5a$
$2 \leq 6a - 22 \quad |+22$
$24 \leq 6a \quad |:6$
$4 \leq a$

$L = \{a \in \mathbb{R} \mid \underline{\ a \geq 4\ }\}$

c) $4y(y - 2) > (2y - 1)^2$
$4y^2 - 8y > 4y^2 - 4y + 1 \quad |-4y^2$
$-8y > -4y + 1 \quad |+4y$
$-4y > 1 \quad |:(-4)$
$y < -0{,}25$
$L = \{y \in \mathbb{R} \mid \underline{\ y < -0{,}25\ }\}$

d) $(b + 3)^2 - 3(b - 2) \geq b^2 - 2b$
$b^2 + 6b + 9 - 3b + 6 \geq b^2 - 2b \quad |-b^2$
$3b + 15 \geq -2b \quad |-3b$
$15 \geq -5b \quad |:(-5)$
$-3 \leq b$
$L = \{b \in \mathbb{R} \mid \underline{\ b \geq -3\ }\}$

Schreibe den Text als Ungleichung und löse diese!

a) Das Drittel einer Zahl vermehrt um 12 ist größer als die ursprüngliche Zahl.

$\frac{x}{3} + 12 > x$; $x < 18$; Die ursprüngliche Zahl ist kleiner als 18.

b) Sofie ist dreimal so alt wie ihr Bruder Tobias und der Altersunterschied ist größer als acht Jahre. Wie alt ist Tobias mindestens?

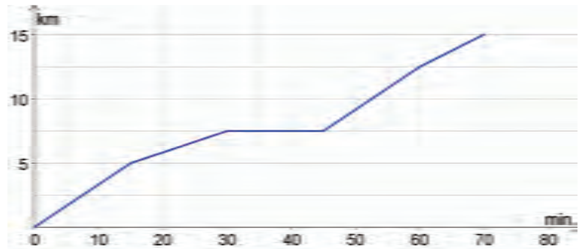
$3t > t + 8$; $t > 4$; Tobias ist älter als 4 Jahre, also mindestens 5 Jahre.

c) Das Fünffache einer Zahl ist mindestens genauso groß wie das um vier vermehrte Vierfache derselben Zahl.

$5z \geq 4z + 4$; $z \geq 4$ Die Zahl ist gleich vier oder größer.

Funktionen – Lösungen

1) Philipp hat einen Radausflug gemacht und ihn mit einer Zeichnung dokumentiert.



Wie lange hat der Radausflug gedauert? __70__ min

Ist Philipp immer mit der gleichen Geschwindigkeit gefahren? __nein__

Hat Philipp eine Pause gemacht? __ja__

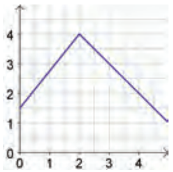
Wie lange hat diese gedauert? __15__ min

Wie weit ist Philipp vor der Pause gefahren? __7,5__ km

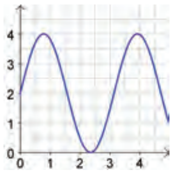
Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Funktionen – Lösungen

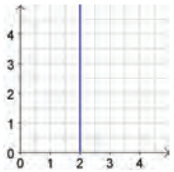
2) Welche Abbildungen zeigen Graphen von Funktionen?



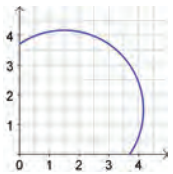
☒



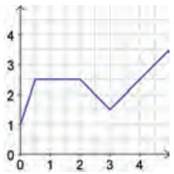
☒



☐



☐



☒

3) Welche Eigenschaften passen zu den Graphen der gegebenen Funktionen?
Ordne die Beschreibungen den Termen zu.

y = -x	Der Graph ist keine Gerade.
y = x + 5	Die Gerade liegt parallel zur x-Achse.
y = 3	Die Gerade geht durch den Ursprung.
y = x^2	Die Gerade verläuft von links unten nach rechts oben.

Funktionen – Lösungen

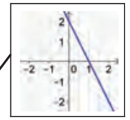
4) Welcher Funktionsterm gehört zu welcher Geraden?

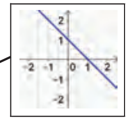
y = 2x + 1

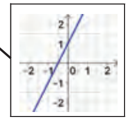
2y – x = -1

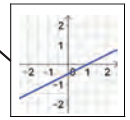
y = -x + 1

2x + y = 2









5) Bestimme die Lage der Geraden aus dem Funktionsterm.

Bei der Funktion y = 2x + 3 verläuft der Graph von <u>links unten</u> nach <u>rechts oben</u>.
(rechts oben / links unten / links oben / rechts unten) (rechts oben / links oben / rechts unten / links unten)

Der Ursprung ist <u>kein</u> Punkt der Geraden.
(kein / ein)

Bei der Funktion y = -x + 4 verläuft der Graph von <u>links oben</u> nach <u>rechts unten</u>.
(rechts oben / links unten / links oben / rechts unten) (rechts oben / links oben / rechts unten / links unten)

Er ist <u>weniger steil als</u> der Graph von y = -2x.
(genauso steil wie / steiler als / weniger steil als)

Die Gerade verläuft <u>nicht durch</u> den Ursprung.
(durch / nicht durch)

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Funktionen – Lösungen

6) Bestimme die Steigung k und den Abschnitt d auf der y-Achse. Ordne richtig zu.

$y = 3x + 5$	$k = 1,\ d = -5$
$y = -x$	$k = 3,\ d = 5$
$4y = -x + 16$	$k = -1,\ d = 0$
$y = x - 5$	$k = -\frac{1}{4},\ d = 4$

7) Liegt der Punkt P(2|1,5) auf dem Graphen der Funktion mit dem Term y = -5x + 6?

☐ Ja

☒ Nein

☐ Das kann man nicht beantworten.

8) Ein Installateur verrechnet 90 € für jede Arbeitsstunde und 45 € Anfahrtskosten. Die Abrechnung macht er auf Minuten genau.

Wie viel muss man für 1 Stunde Arbeit bezahlen? 135 €
135 € / 45 € / 145 € / 90 €

Wie viel für 1,5 Stunden? 180 €
180 € / 135 € / 202,50 € / 67,50 €

Wie viel für 3 Stunden? 315 €
270 € / 405 € / 315 € / 135 €

Wähle die richtige Funktionsgleichung aus.

Die Arbeitszeit in Stunden ist x und die Gesamtkosten sind y.

$y = 90 \cdot x + 45$

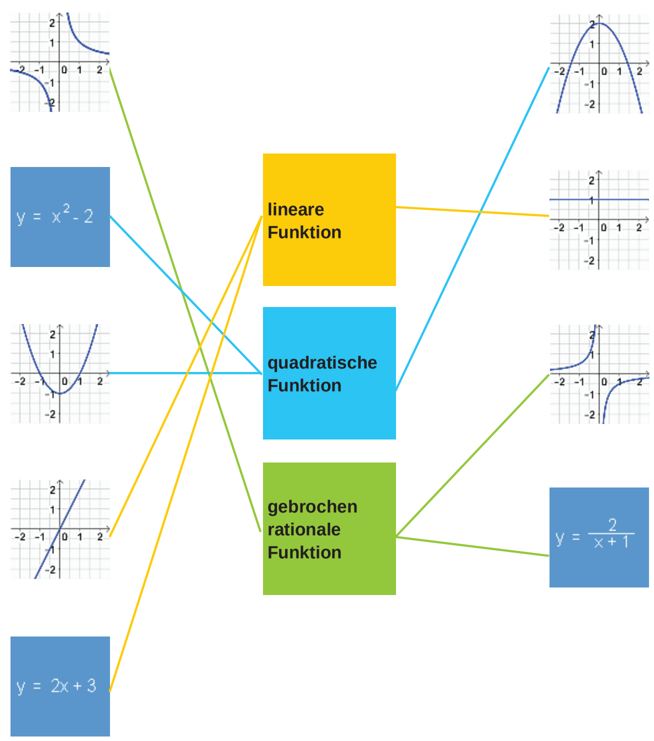
$y = 90 \cdot (x : 60) + 45$
$y = 90 \cdot x + 45$
$x = 90 \cdot y + 45$
$y = 45 \cdot x + 90$

◄41

Testen und Fördern

Funktionen – Lösungen

9) Welche Art Funktion ist dargestellt? Ordne die Graphen und Funktionsterme richtig zu.



◄42

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Funktionen – Lösungen

lineare Funktionen und ihre Eigenschaften kennen

Bestimme die Steigung k und den Abschnitt d auf der y-Achse!

a) $y = 3x - 2$ $k = 3, d = -2$

b) $y = -x + 4$ $k = -1, d = 4$

c) $2y = x + 6$ $k = \frac{1}{2}, d = 3$

d) $y = -\frac{3}{2}x + 0{,}5$ $k = -\frac{3}{2}, d = 0{,}5$

Gib die Funktionsgleichung y = kx + d der Funktion an!

a) $k = 2, d = 3$ $y = 2x + 3$

b) $k = -2, d = 0{,}5$ $y = -2x + 0{,}5$

d) $k = -\frac{1}{4}, d = 0$ $y = -\frac{1}{4}x$

e) $k = \frac{1}{3}, d = -\frac{1}{2}$ $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$

Von einer linearen Funktion kennst du einen Punkt und die Steigung oder den Abschnitt d. Bestimme die Funktionsgleichung y = kx + d der Funktion!

a) P(2|3), k = 1 $y = x + 1$

b) Q(-1|2), k = -2 $y = -2x$

c) R(1|3), d = 4 $y = -x + 4$

d) S(-2|-2), k = 2,5 $y = 2{,}5x + 3$

e) A(2|6), d = 2 $y = 2x + 2$

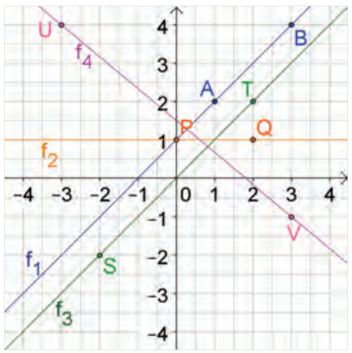
Von einer linearen Funktion kennst du zwei Punkte. Zeichne sie und gib dann ihre Funktionsgleichung an!

f_1: A(1|2), B(3|4) $y = x + 1$

f_2: P(0|1), Q(2|1) $y = 1$

f_3: S(-2|-2), T(2|2) $y = x$

f_4: U(-3|4), V(3|-1) $y = -\frac{5}{6}x + 1{,}5$



◀43

Testen und Fördern

Funktionen – Lösungen

funktionalen Abhängigkeiten Darstellungen zuordnen

Gegeben sind die Gleichungen homogener linearer Funktionen. Gib jeweils an, in welchem der bunten Bereiche des Koordinatensystems ihre Graphen liegen!

$y = 2x$ grün

$y = -2x$ gelb

$y = 6x$ grün

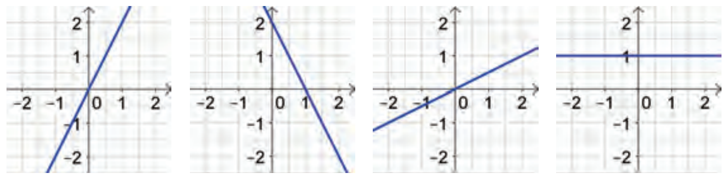
$y = -x$ genau zwischen blau und gelb

$y = -1{,}4x$ gelb

$y = \frac{1}{2}x$ rot

$y = -0{,}2x$ blau

Ordne den Graphen die passenden Funktionsgleichungen zu!



$y = 2x$ | $y = -2x + 2$ | $y = 0{,}5x$ | $y = 1$

y = 2x
y = 0,5x
y = -2x
y = 5x
y = 1
y = 0,5x +2
y = -2x + 2
y = -x + 1

◀44

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

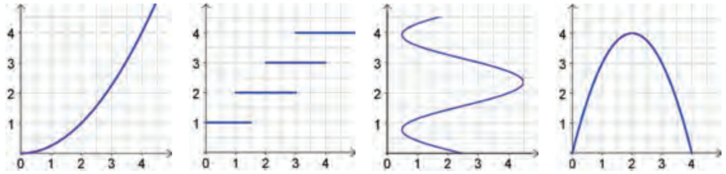
Eigenschaften von Funktionen ablesen

Zeichne einen Graphen, der zur Beschreibung passt!

In einer zylindrischen Regentonne stehen zu Beginn 20 cm Wasser. An einem regnerischen Tag wird sie zwischen 9:00 und 14:00 Uhr gleichmäßig angefüllt bis 40 cm Wasser in der Tonne stehen. Die nächsten zwei Stunden bleiben trocken. Dann kommt ein heftiger Regenguss, bei dem der Wasserspiegel innerhalb von einer Stunde um 30 cm ansteigt.

Eigenschaften von Funktionen ablesen

Welche der Abbildungen zeigen den Graphen einer Funktion y = f(x)?

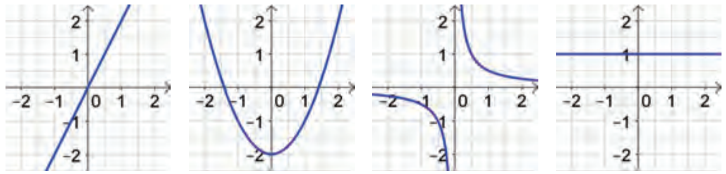


☒ ☐ ☐ ☒

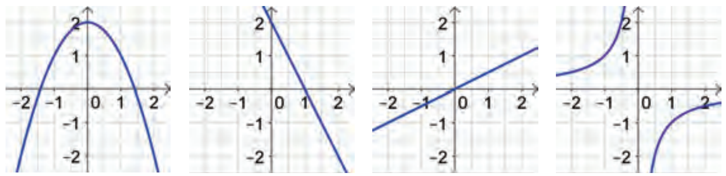
Begründe, warum nicht alle Abbildungen Funktionen darstellen!

Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung. Es darf daher zu jedem x-Wert nur genau einen y-Wert geben. Bei den beiden mittleren Abbildungen ist das nicht so.

Gib bei den Funktionsgraphen jeweils an, ob es sich um eine homogene lineare, eine inhomogene lineare, eine quadratische oder eine gebrochen rationale Funktion handelt!



homogen linear | quadratisch | gebrochen rational | inhomogen linear



quadratisch | inhomogen linear | homogen linear | gebrochen rational

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Lineare Gleichungen – Lösungen

1) Welches Zahlenpaar ist eine Lösung der linearen Gleichung mit zwei Variablen? Ordne richtig zu.

2x + y = 2	A(0,5|1)
5x – 2y = 11	A(3|2)
2x + y = 10	A(2|6)
-x – 2y = 4	A(-1|-1,5)
5x – 0,6y = 6	A(1,2|0)
6x – 3y = -9	A(1|5)

2) Wie viele Lösungen hat das Gleichungssystem? Überlege, welcher Sonderfall zweier Geraden hier vorliegt.

Gleichungssystem:
I : x + 2y = 3
II: x + 2y = 5

☐ Die Geraden stehen normal aufeinander. –- Ein Zahlenpaar als Lösung.

☐ Die Geraden fallen zu einer Geraden zusammen. –- Unendlich viele Lösungen.

☒ Die Geraden liegen parallel zueinander. –- Keine Lösung.

◄47

Lineare Gleichungen – Lösungen

3) Ergänze die Beschreibungen der rechnerischen Lösungsverfahren.

Bei der __Einsetzungsmethode__ wird eine Gleichung __nach einer Unbekannten__
(Einsetzungsmethode / Additionsmethode / Gleichsetzungsmethode) (nach einer Unbekannten / durch Division / nach beiden Unbekannten)
aufgelöst und der Term in die andere Gleichung eingesetzt.

Die Einsetzungsmethode ist günstig, wenn __eine Gleichung__ einfach nach einer Variablen aufgelöst werden kann.
(beide Gleichungen / eine Gleichung / eine Variable)

Bei der __Gleichsetzungsmethode__ werden beide Gleichungen
(Einsetzungsmethode / Gleichsetzungsmethode / Subtraktionsmethode)
__nach derselben Unbekannten__ aufgelöst und die erhaltenen Terme
(nach derselben Unbekannten / nach allen Unbekannten / nach verschiedenen Unbekannten)
__gleichgesetzt__. Die Gleichsetzungsmethode ist besonders günstig, wenn
(gleichgesetzt / subtrahiert / eliminiert)
__dieselbe Variable__ aus beiden Gleichungen __einfach ausgedrückt__ werden kann.
(alle Unbekannten / ein Koeffizient / dieselbe Variable) (weggekürzt / eliminiert / einfach ausgedrückt)

__Beim Eliminationsverfahren__ werden beide Gleichungen so umgeformt,
(Bei der Einsetzungsmethode / Bei der Gleichsetzungsmethode / Beim Eliminationsverfahren)
dass eine Variable durch __Addition oder Subtraktion__ der beiden Gleichungen wegfällt.
(Addition oder Subtraktion / Division / Multiplikation)

◄48

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Lineare Gleichungen – Lösungen

4) Ordne die Gleichungssysteme den Verfahren zu, die am schnellsten zur Lösung führen.

I: x + 4y = 3; II: 3x – 2y = 6	Einsetzungsverfahren
I: 2x – 3y = 5; II: 5x – 6y = -3	Eliminationsverfahren
I: 3x + y = 7; II: -2x – 3y = 12	Einsetzungsverfahren
I: y = 3x + 5; II: 5x – 3y = 9	Einsetzungsverfahren
I: 6x – 5y = -12; II: 2x – y = 5	Eliminationsverfahren
I: y = -2x + 5; II: y = 5x – 1	Gleichsetzungsverfahren
I: x = 4y + 5; II: x = 2y – 7	Gleichsetzungsverfahren

**5) Überlege, welcher Lösungsfall hier vorliegt.
Wie liegen die beiden Geraden zueinander?**

Gleichungssystem:
I : 3x – y = 5
II: 6x – 2y = 10

☒ Die Geraden fallen zu einer Geraden zusammen. → Unendlich viele Lösungen.

☐ Die Geraden liegen parallel zueinander. → Keine Lösung.

☐ Die Geraden haben einen Schnittpunkt im Ursprung. → (0|0) ist die Lösung.

◀49

Lineare Gleichungen – Lösungen

6) Welches Gleichungssystem passt zum Text?

Die Summe zweier Zahlen ist 25. Das Doppelte der ersten ist gleich dem Dreifachen der zweiten Zahl.

☐ I : x – y = 25
II: 2x + 3y = 1

☒ I : x + y = 25
II: 2x = 3y

☐ I : 25 = y – x
II: 2x – 3y = 0

7) Gib die Lösungsmenge des Gleichungssystems an. Wähle selbst ein geeignetes Lösungsverfahren.

I : x = y – 7
II: x – 5y = -23

L = {(-3 | 4)}

I : 7x + 2y = 33
II: 3x + 4y = 11

L = {(5 | -1)}

◀50

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Lineare Gleichungen – Lösungen

8) Stelle ein Gleichungssystem auf und löse es.

Eine Flasche Cola und ein Hotdog kosten am Würstelstand 5,80 €. Für zwei Flaschen Cola und drei Hotdogs muss man 15,10 € bezahlen.

Verwende x als Anzahl der Cola-Flaschen und y als Anzahl der Hotdogs.

I : $x + y = 5{,}80$

II: $2x + 3y = 15{,}10$

L = {(2,30 | 3,50)}

Eine Flasche Cola kostet 2,30 € und ein Hotdog kostet 3,50 €.

9) Erstelle ein Gleichungssystem und löse es.

In einer Jugendherberge können 145 Leute in insgesamt 30 Zimmern übernachten. Es gibt Sechsbettzimmer und Doppelzimmer und ein Matratzenlager für 15 Personen.

Verwende x als Anzahl der Sechsbettzimmer und y als Anzahl der Zweibettzimmer.

I : $6x + 2y + 15 = 145$

II: $x + y + 1 = 30$

L = {(18 | 11)}

In der Jugendherberge gibt es 18 Sechsbettzimmer und 11 Zweibettzimmer.

Lineare Gleichungen – Lösungen

Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen nutzen

Welche Lösungsmethode wurde verwendet?
Beschreibe die Rechenschritte in eigenen Worten!

I : $x + 2y = 4$
II: $3x - 4y = 16$

I : $x + 2y = 4 \quad | -2y$
$x = 4 - 2y$

II: $3(4 - 2y) + 2y = 16$
$12 - 4y = 16 \quad | -12$
$-4y = 4 \quad | :(-4)$
$y = -1$

I : $x + 2 \cdot (-1) = 4$
$x - 2 = 4 \quad | +2$
$x = 6$

L = {(6|-1)}

Lösungsmethode: Einsetzungsmethode

1. Aus der 1. Gleichung wird x ausgedrückt.
2. Der Term für x wird in die 2. Gleichung eingesetzt. Man erhält eine Gleichung in einer Variablen.
3. Die 2. Gleichung wird nach y aufgelöst.
4. Die Lösung für y wird in die 1. Gleichung eingesetzt und x berechnet.

Welche Lösungsmethode wurde verwendet?
Beschreibe die Rechenschritte in eigenen Worten!

I : $4x - y = 3 \quad | \cdot 2$
II: $-8x - 4y = 12$

I : $8x - 2y = 6$
II: $-8x - 4y = 12$ } +

$-6y = 18 \quad | :(-6)$
$y = -3$

I : $4x - (-3) = 3 \quad | -3$
$4x = 0 \quad | :4$
$x = 0$

L = {(0|-3)}

Lösungsmethode: Eliminationsverfahren

1. Die 1. Gleichung wird mit 2 multipliziert – die Koeffizienten von x werden entgegengesetzt gleich.
2. Die beiden Gleichungen werden addiert – man erhält eine Gleichung in y.
3. Die Gleichung wird nach y aufgelöst.
4. Die Lösung für y wird in die 1. Gleichung eingesetzt und x berechnet.

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Lineare Gleichungen – Lösungen

Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen nutzen

Welche rechnerische Lösungsmethode ist hier besonders günstig?

a) I : 2x + 3y = 5
II: -2x – 2y = -16 Eliminationsverfahren

b) I : y = 4x + 6
II: -5x + y = -1 Einsetzungsmethode

c) I : x = -3y + 2
II: 3x – 2y = 8 Einsetzungsmethode

d) I : 3y = 4x – 12
II: 3y = -10x + 3 Gleichsetzungsmethode

e) I : 3x + 3y = 18
II: 12x + 4y = 6 Eliminationsverfahren

◀53

Lineare Gleichungen – Lösungen

Gleichungen erstellen und lösen

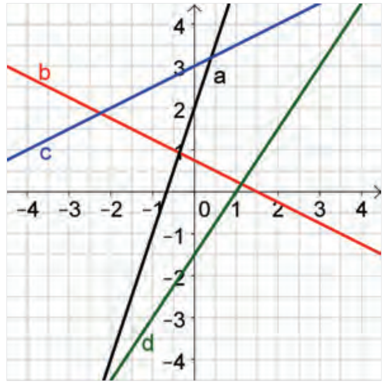
Stelle die Gleichung graphisch dar und gib zwei Zahlenpaare an, die die Gleichung erfüllen!

a) 3x – y = -2 ZB: (-1|-1), (0|2)

b) 2x + 4y = 3 ZB: (1,5|0), (3,5|-1)

c) -x + 2y = 6 ZB: (2|4), (-2|2)

d) 3x – 2y = 3 ZB: (1|0), (2|1,5)



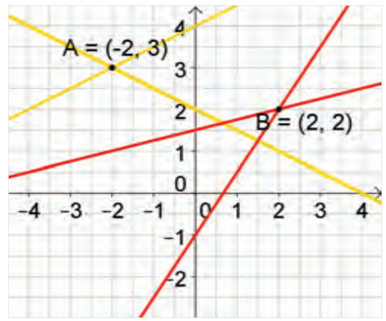
Wie viele Lösungen hat das Gleichungssystem?

I : x + 5y = 10
II: x + 5y = 5 keine Lösung

Löse das Gleichungssystem graphisch!

a) I : 2x + 4y = 8
II: 2y – 8 = x L = {(-2|3)}

b) I : -x + 4y = 6
II: -1,5x + y = -1 L = {(2|2)}



◀54

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Lineare Gleichungen – Lösungen

Gleichungen erstellen und lösen

Löse das Gleichungssystem mit der Einsetzungsmethode!

a) I : 2x + y = 22
II: y = x + 1   L = {(7|8)}

b) I : 3x – y = 12
II: y = 2x – 3   L = {(9|15)}

c) I : 4x + 3y = 21
II: x = y – 14   L = {(-3|11)}

d) I : 8x – 7y = 2
II: 7y = 16x – 3 $L = \left\{\left(\frac{1}{8}\middle|-\frac{1}{7}\right)\right\}$

Löse das Gleichungssystem mit der Gleichsetzungsmethode!

a) I : y = x – 2
II: y = 3x – 16   L = {(7|5)}

b) I : y – 5x = 13
II: y – 2x = -8   L = {(-7|-22)}

c) I : 3x = -4y – 5
II: 3x = -7y – 11   L = {(1|-2)}

d) I : y = -4x + 3
II: -2y = -8x + 4 $L = \left\{\left(\frac{5}{8}\middle|\frac{1}{2}\right)\right\}$

Löse das Gleichungssystem mit dem Eliminationsverfahren!

a) I : x + y = 26
II: x – y = -4   L = {(11|15)}

b) I : -3x – 2y = 6
II: -9x + 3y = 54 $L = \left\{\left(-4\frac{2}{3}\middle|4\right)\right\}$

c) I : 5x + 2y = -11
II: 10x + 3y = -24   L = {(-3|2)}

d) I : 6x – 2y = 7
II: -4x + y = 4   L = {(-7,5|-26)}

Erstelle ein Gleichungssystem und löse es!

a) Auf einem Bauerhof werden Hühner und Schweine gehalten. Die 38 Tiere haben gemeinsam 92 Beine. Wie viele Hühner und wie viele Schweine sind es?

I : x + y = 38
II: 2x + 4y = 92
L: L = {(30|8)}

Antwort: Auf dem Bauernhof gibt es 30 Hühner und 8 Schweine.

b) Vor 15 Jahren war Clemens Vater dreimal so alt wie Clemens. Heute ist er nur mehr doppelt so alt. Wie alt sind Clemens und sein Vater heute?

I : 3(x – 15) = y – 15
II: 2x = y
L: L = {(30|60)}

Antwort: Clemens ist heute 30 Jahre alt und sein Vater ist 60.

Statistik – Lösungen

1) Ermittle jeweils das arithmetische Mittel. Ordne die Datenerhebungen nach der Größe der arithmetischen Mittel. Beginne mit dem Größten.

1   45, 39, 44, 48, 42, 39, 40, 31

2   35, 31, 46, 35, 31, 42, 51, 49

3   32, 42, 33, 46, 33, 44, 43

2) Markiere das Minimum und das Maximum gelb und den Median orange.

a) Sprungweiten:

4,3 m	2,98 m	5,03 m	4,64 m	4,07 m	2,9 m	4,29 m

b) Weitwürfe:

3,6 m	2,84 m	3,8 m	3,79 m	2,94 m	2,99 m	3,71 m

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

3) Welcher statistische Kennwert ist hier passend?

Die meisten Werte einer Datenerhebung liegen nah beieinander aber es gibt sogenannte Ausreißer. Man will einen Mittelwert bestimmen, der nicht durch die Ausreißer verfälscht wird.

- ☐ Das arithmetische Mittel
- ☒ Der Median
- ☐ Die Varianz
- ☐ Der Quartilsabstand

4) Die Gehälter in einer Firmenabteilung werden untersucht.

Die Angestellten haben folgende Einkommen angegeben:
1 820 € - 2 432 € - 2 533 € - 2 675 € - 2 810 € - 4 735 €

Wie groß ist das arithmetische Mittel?

☐ 2 604 € ☒ 2 834 € ☐ 2 750 € ☐ 2 851 €

Wie groß ist das Medianeinkommen?

☐ 2 533 € ☐ 2 675 € ☐ 2 834 € ☒ 2 604 €

Warum sind die Werte verschieden?

- ☐ Sie müssen immer verschieden sein.
- ☐ Weil die Gehälter stark streuen.
- ☐ Weil die Anzahl der Werte gerade ist.
- ☒ Weil ein Gehalt deutlich höher ist (Ausreißer).

5) Welche Eigenschaften müssen bei der Bildung von Klassen berücksichtigt werden?

- ☒ Die Klassen sollten gleich breit sein.
- ☐ In allen Klassen sollten gleich viele Werte enthalten sein.
- ☐ Die Klassengrenzen müssen ganzzahlig sein.
- ☒ Es sollten keine Werte direkt auf den Klassengrenzen zu liegen kommen.
- ☐ Die Anzahl der Klassen muss gerade sein.

6) Ermittle den Median, das arithmetische Mittel und den Abstand zwischen Maximum und Minimum (Spannweite) der Erhebung.

Treibstoffverbrauch pro 100 km:

6,5 Liter	6,9 Liter	7,3 Liter	7,5 Liter	7,9 Liter
8 Liter	8,2 Liter	8,8 Liter	9,1 Liter	9,4 Liter

a) Der Median ist: 7,95 Liter
8,20
8,80
7,50
7,95

b) Das arithmetische Mittel ist: 7,96 Liter
6,90
7,59
7,33
7,96

c) Die Spannweite beträgt: 2,9 Liter
3
2,5
9,4
2,9

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Statistik – Lösungen

7) Hat jede Datenreihe einen Modalwert?

☐ Ja, immer.

☒ Nicht wenn alle Werte verschieden sind.

☒ Nein, mehrere Werte können gleich oft vorkommen.

**8) Bestimme den Modus und markiere in gelb (so oft wie er vorkommt).
Ermittle den Median und kennzeichne ihn orange.**

a) Erste Messreihe:

23, 25, 25, 28, 29, 30, 30, 31, 32, 35, 40, 40, 40, 43, 43

b) Zweite Messreihe:

18, 21, 21, 22, 23, 25, 27, 27, 28

9) Welche Kennwerte könnte man berechnen, um die Frage zu beantworten?

Liegen die erhobenen Daten relativ eng beieinander oder relativ weit auseinander?

☐ Das arithmetische Mittel

☐ Die prozentuelle Häufigkeit

☒ Die Differenz zwischen Maximum und Minimum

☐ Eine Klasseneinteilung

☒ Die Standardabweichung

◀59

Statistik – Lösungen

10) Wähle den richtigen Begriff aus.

a) Der Wert, der eine geordnete Datenreihe in zwei gleich große Teile teilt, heißt

Median .
Durchschnitt
Modus
Median
arithmetisches Mittel

b) Der häufigste Wert einer Datenreihe heißt Modus .
Zentralwert
Quartil
Varianz
Modus

c) Werte, die angeben, ob Daten weit auseinander oder eng beisammen liegen, heißen

Streuungsmaße .
Quartile
Spannweiten
Mittelwerte
Streuungsmaße

d) Die Differenz zwischen dem größten und kleinsten Wert einer Datenreihe nennt man

Spannweite .
Mittelwert
Maximum
Spannweite
Varianz

e) Der Wert, der die Abweichung vom arithmetischen Mittel angibt, heißt

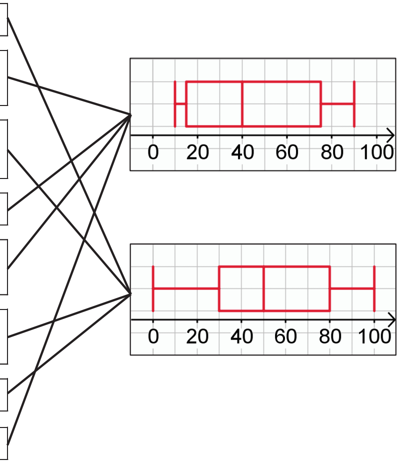
Standardabweichung .
Standardabweichung
Median
Abweichung
Modus

◀60

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

11) Ordne die Aussagen dem zugehörigen Boxplot zu.
Verbinde mit dem richtigen Kästchen.

- Der Quartilsabstand ist 50.
- Ein Viertel der Werte liegt zwischen 10 und 15.
- Die Hälfte der Werte liegt zwischen 50 und 100.
- Das Maximum ist 90.
- Die Hälfte der Werte liegt zwischen 10 und 40.
- Ein Viertel der Werte liegt zwischen 0 und 30.
- Die Spannweite beträgt 100.
- Der Quartilsabstand ist 60.



12) Welche Daten streuen am stärksten?

Berechne die Standardabweichung der einzelnen Erhebungen und ordne sie der Größe nach – beginne mit der kleinsten.

2 11, 19, 20, 23, 32

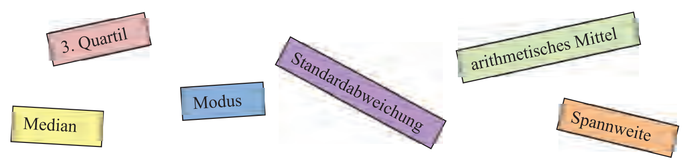
1 3 ,5, 9, 12, 17

3 15, 16, 20, 29, 38

mathematische Sprache deuten

Um welchen Kennwert geht es?

Du sollst herausfinden, welche Note bei der diesjährigen Mathematikmatura am häufigsten vergeben wurde.	Modus
Du sollst bestimmen, wie viel Taschengeld die Schülerinnen und Schüler in deiner Klasse im Mittel pro Monat bekommen.	arithmetisches Mittel
In der Zeitung ist angegeben, dass drei Viertel aller Erwerbstätigen weniger als 38 500 € im Jahr verdienen. Welche Kennzahl wurde bestimmt?	3. Quartil
Du sollst die Körpergrößen der Kinder in zwei Volksschulklassen miteinander vergleichen. In der einen Klasse ist die Größe der Lehrerin auch angegeben in der anderen nicht.	Median
Du kennst die Gehälter in einer Firma und sollst bestimmen, wie stark sie sich vom durchschnittlichen Firmengehalt unterscheiden.	Standardabweichung
Du sollst angeben, wie stark die Temperatur in einem Swimmingpool innerhalb einer Urlaubswoche schwankt.	Spannweite



Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

statistische Kennwerte kennen und bestimmen

In der folgenden Liste ist das Gewicht von 13 Jugendlichen angegeben.

42 kg, 32 kg, 58 kg, 38 kg, 30 kg, 44 kg, 36 kg, 41 kg, 52 kg, 46 kg, 55 kg, 46 kg, 37 kg

a) Bestimme das arithmetische Mittel $\bar{x}$! $\bar{x}$ = 43 kg

b) Ordne die Liste und bestimme den Median $\tilde{x}$! $\tilde{x}$ = 42 kg

30 kg, 32 kg, 36 kg, 37 kg, 38 kg, 41 kg, 42 kg, 44 kg, 46 kg, 46 kg, 52 kg, 55 kg, 58 kg

c) Gib den Modalwert m an! m = 46 kg

d) Bestimme die drei Quartile q_1, q_2 und q_3! q_1 = 36 kg; q_2 = 42 kg; q_3 = 46 kg

Finde eine Datenreihe mit mindestens fünf Werten, so dass die Aussage stimmt!

a) Der Median ist 30 cm. zB: 10 cm, 20 cm, 30 cm, 40 cm, 50 cm

b) Der Modus ist 5 Jahre. zB: 2, 3, 5, 5, 5

c) Das arithmetische Mittel ist 45 kg. zB: 35 kg, 40 kg, 45 kg, 50 kg, 55 kg

◀63

statistische Kennwerte kennen und bestimmen

Auf einem großen Bauernhof wurden die Geburtsgewichte der in einem Jahr geborenen Kälber notiert.

(Bei dieser Aufgabe ist ein Tabellenkalkulationsprogramm hilfreich.)

38; 42,5; 34; 39,5; 46; 32; 41,5; 45; 35,5; 48; 36; 36,5; 33; 40; 40; 45; 37,5; 35; 41; 42

a) Wie viele Kälber wurden geboren? 20

b) Wie groß war ihr Geburtsgewicht im Durchschnitt? $\bar{x}$ = 39,4 kg

c) Ordne die Reihe!

32; 33; 34; 35; 35,5; 36; 36,5; 37,5; 38; 39,5; 40; 40; 41; 41,5; 42; 42,5; 45; 45; 46; 48

d) Markiere das Minimum und das Maximum der Gewichte in der Datenreihe!

e) Bestimme die Quartile der Datenreihe! q_1 = 35,5 kg; q_2 = 39,75 kg; q_3 = 42 kg

f) Bestimme die Streuung der Urliste!

1) Mit der Spannweite 16 kg

2) Mit dem Quartilsabstand 6,5 kg

3) Mit der Standardabweichung s ≈ 4,41

g) Streiche den größten und den kleinsten Wert aus der Liste! Wie groß ist dann das arithmetische Mittel? $\bar{x}$ ≈ 39,3 kg

h) Bestimme die Streuung der neuen Liste!

1) Mit der Spannweite 13 kg

2) Mit der Standardabweichung s ≈ 3,80

◀64

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Statistik – Lösungen

statistische Darstellungen interpretieren

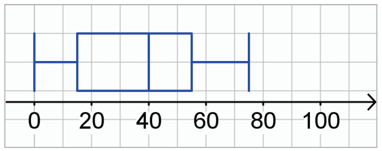
Bestimme Maximum, Minimum und die Quartile und zeichne den Boxplot!

0, 10, 15, 25, 30, 40, 40, 55, 55, 65, 70, 75

Minimum: 0 Maximum: 75

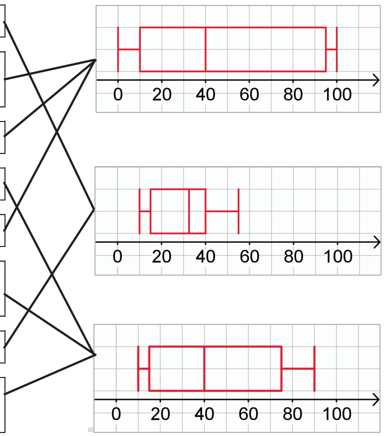
1. Quartil: 15 3. Quartil: 55

Median: 40



Ordne die Eigenschaften dem passenden Boxplot zu!

- Das dritte Quartil ist 40.
- Ein Viertel der Werte liegt zwischen 10 und 40.
- Der kleinste Wert ist 0.
- Drei Viertel der Werte sind keiner als 75.
- Die Werte streuen sehr stark.
- Die Hälfte der Werte liegt zwischen 40 und 90.
- Alle Werte sind kleiner als 60.
- Die Hälfte der Werte liegt zwischen 10 und 40.



Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

**1) Die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks sind gegeben.
Berechne die dritte Seitenlänge, den Umfang und den Flächeninhalt des Dreiecks.**

a = 24 mm, b = 70 mm

c = 74 mm

u = 168 mm

A = 840 mm²

**2) Die Hypotenuse und eine Kathete eines Dreiecks sind angegeben.
Berechne die dritte Seitenlänge, den Umfang und den Flächeninhalt des Dreiecks.**

b = 32 mm, c = 40 mm

a = 24 mm

u = 96 mm

A = 384 mm²

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

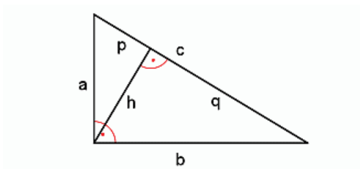
Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

**3) Entscheide, ob das Dreieck rechtwinklig ist.
Verbinde die Angaben mit dem richtigen Kasten.**

rechtwinkliges Dreieck
- a = 7 cm, b = 24 cm, c = 25 cm
- a = 5 cm, b = 12 cm, c = 13 cm
- a = 15 cm, b = 8 cm, c = 17 cm

kein rechtwinkliges Dreieck
- a = 9 cm, b = 11 cm, c = 13 cm
- a = 10 cm, b = 12 cm, c = 14 cm
- a = 5 cm, b = 7 cm, c = 9 cm

**4) Wie lauten der Satz von Pythagoras, der Kathetensatz und der Höhensatz für das abgebildete Dreieck?
Markiere jeweils die richtige Lösung.**



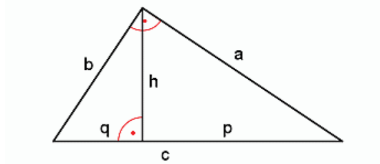
Satz von Pythagoras:	$a^2 = b^2 + c^2$	$c^2 = h^2 + b^2$	$c^2 = a^2 + b^2$	$a^2 = q^2 + h^2$
Kathetensatz:	$a^2 = c \cdot q$	$b^2 = c \cdot q$	$b^2 = c \cdot p$	$a^2 = c \cdot p$
Höhensatz:	$h^2 = p \cdot q$	$c^2 = p \cdot q$	$a^2 = p^2 + h^2$	$h^2 = a \cdot b$

◀67

Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

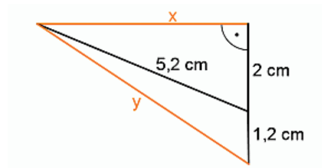
5) Berechne die Höhe des rechtwinkligen Dreiecks.

p = 32 mm, q = 16 mm



☐ 16 mm
☒ 22,6 mm
☐ 27,7 mm
☐ 35,8 mm

6) Berechne die Längen der Seiten x und y. Runde wenn nötig auf zwei Dezimalen.



x = 4,8 cm

y ≈ 5,77 cm

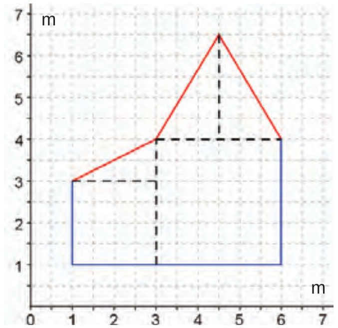
7) Im Koordinatensystem ist die Feuermauer eines Hauses dargestellt, die saniert werden soll. Lies benötigte Längen in der Darstellung ab.

Entlang der schrägen Dachkanten wird eine Dachabschlussblende montiert. Wie lang muss diese sein? (Runde auf eine Dezimale.)

8,1 m

Die Mauer soll auch frisch gestrichen werden. Wie groß ist ihr Flächeninhalt?

17,75 m²

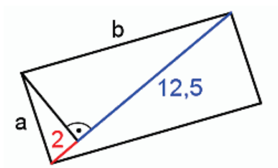


◀68

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

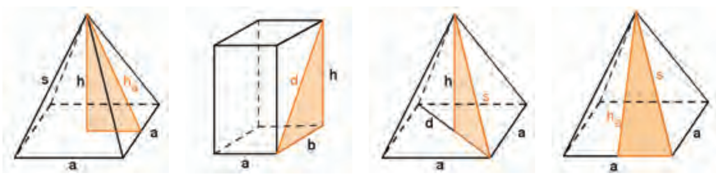
8) Berechne die Seitenlängen a und b des Rechtecks, seinen Umfang und seinen Flächeninhalt.
Markiere jeweils die richtige Lösung.



a =	5,39 cm	29,00 cm	5,00 cm
b =	181,25 cm	11,28 cm	13,46 cm
u =	37,70 cm	32,56 cm	420,50 cm
A =	56,4 cm²	72,5 cm²	5 256,25 cm²

9) Zu welcher Abbildung passt die Formel?

$$s = \sqrt{\frac{d^2}{4} + h^2}$$



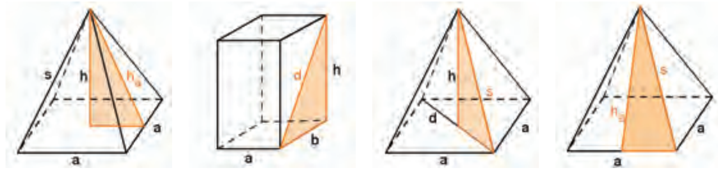
☐ ☐ ☒ ☐

◀ 69

Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

10) Zu welcher Abbildung passt die Formel?

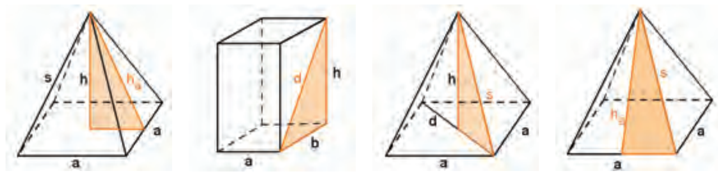
$$s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h_a^2}$$



☐ ☐ ☐ ☒

11) Zu welcher Abbildung passt die Formel?

$$h_a = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$$



☒ ☐ ☐ ☐

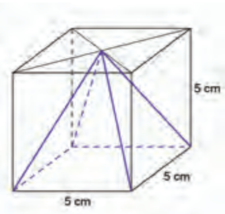
◀ 70

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

12) Die Abbildung zeigt eine Pyramide, die einem Würfel eingeschrieben ist. Wie groß ist die Seitenflächenhöhe und wie lang ist die Seitenkante der Pyramide?



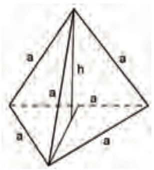
Seitenflächenhöhe: 5,59 cm

Seitenkante: 6,12 cm

(Runde auf zwei Dezimalen.)

13) Eine Firma verwendet regelmäßige Tetraeder als Getränkekartons für ihre Fruchtsäfte. Eine Packung hat 13 cm lange Seitenkanten. Wie groß ist das Fassungsvermögen dieser Getränkepackung und wie viel Material wird für eine Packung benötigt?

Tipp: Die Höhe des Tetraeders kannst du mit der Formel $h = \frac{a}{3} \cdot \sqrt{6}$ berechnen.



Fassungsvermögen circa 260 ml

150
333
260
500

Materialverbrauch circa 293 cm^2

310
526
293
155

14) Eine Stahlschiene hat als Querschnitt ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 1,5 cm. Die Schiene ist 150 cm lang. Wie groß ist das Volumen, die Masse (Stahl hat eine Dichte von 7 800 kg/m^3) und wie groß ist die Oberfläche der Schiene?

Volumen:	$V = 188,67\ cm^3$	$V = 146,14\ cm^3$	$V = 292,28\ cm^3$	$V = 377,34\ cm^3$
Masse:	$m \approx 1,14$ kg	$m \approx 1,47$ kg	$m \approx 2,28$ kg	$m \approx 2,94$ kg
Oberfläche:	$O \approx 677,52\ cm^2$	$O \approx 675,00\ cm^2$	$O \approx 226,95\ cm^2$	$O \approx 676,95\ cm^2$

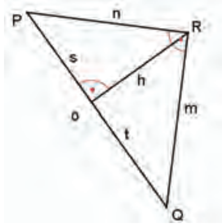
◀71

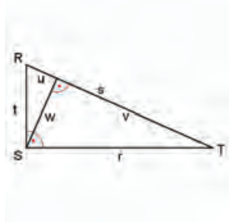
Testen und Fördern

Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

Dreiecke und ihre Eigenschaften kennen

Gib für die Dreiecke jeweils den pythagoreischen Lehrsatz, den Kathetensatz und den Höhensatz an!





$m^2 + n^2 = o^2$	$x^2 + y^2 = j^2$	$r^2 + t^2 = s^2$
$m^2 = o \cdot t,\ n^2 = o \cdot s$	$x^2 = j \cdot r,\ y^2 = j \cdot k$	$r^2 = s \cdot v,\ t^2 = s \cdot u$
$h^2 = s \cdot t$	$z^2 = r \cdot k$	$w^2 = u \cdot v$

In der Tabelle stehen die Seitenlängen, Hypotenusenabschnitte und die Höhe von rechtwinkligen Dreiecken (rechter Winkel bei Punkt C). Jeweils zwei Längen sind gegeben. Ergänze die Tabelle!

Dreieck	1	2	3	4	5	6	7	8
a	21	~8,94	27	~5,69	~4,7	~20,78	25	~3,63
b	72	~17,89	120	~6,95	4,2	12	~96,82	4,8
c	75	20	123	~8,98	6,3	24	100	~6,02
h	20,16	8	~26,34	4,4	~3,13	~10,39	~24,21	2,9
p	5,88	4	~5,93	3,6	3,5	18	6,25	~2,20
q	69,12	16	~117,07	~5,38	2,8	6	93,75	~3,82

◀72

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

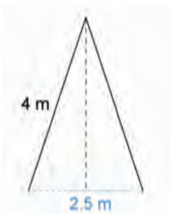
Testen und Fördern

Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

Figuren und geometrische Eigenschaften erkennen

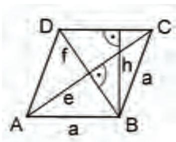
Eine Girlande soll diagonal durch einen rechteckigen Raum gespannt werden. Der Raum ist 4,6 m lang und 3,7 m breit. Wie lang muss die Girlande mindestens sein?

☐ 5,5 m ☐ 7,5 m ☒ 6 m ☐ 4,2 m



Eine Doppelleiter ist zusammengeklappt 4 m lang und ihre Beine sind aufgestellt 2,5 m weit voneinander entfernt.

Wie hoch ist die Leiter, wenn sie aufgestellt ist? ≈ 3,8 m



Von einem Rhombus sind zwei Bestimmungsstücke gegeben. Berechne die gesuchte Länge!

a) a = 25 mm, e = 40 mm

f = 30 mm

c) e = 16 mm, f = 12 mm

a = 10 mm

b) a = 29 mm, f = 40 mm

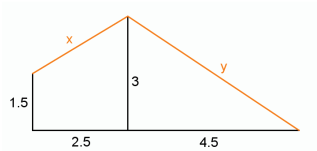
e = 42 mm

d) a = 30 mm, h = 24 mm

e ≈ 53,7 mm, f ≈ 26,8 mm

Berechne die Längen der Seiten x und y!

x ≈ 2,9, y ≈ 5,4



◀ 73

Testen und Fördern

Lehrsatz des Pythagoras – Lösungen

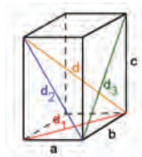
Körper und ihre Eigenschaften kennen

Wie lang ist die Raumdiagonale eines Würfels mit Seitenlänge 4,3 cm (gerundet)?

☐ 6,1 cm ☒ 7,4 cm ☐ 8,2 cm ☐ 5,7 cm

Ein Quader hat die Seitenlängen a = 6 cm, b = 3 cm und c = 5 cm. Berechne die drei Flächendiagonalen und die Raumdiagonale!

$d_1 \approx$ 6,7 cm, $d_2 \approx$ 7,8 cm, $d_3 \approx$ 5,8 cm, $d \approx$ 8,4 cm



Von einer quadratischen Pyramide sind zwei Bestimmungsstücke bekannt. Berechne die gesuchte Länge, das Volumen und die Oberfläche!

a) a = 4 cm, h = 6 cm

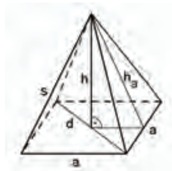
$h_a \approx$ 6,3 cm, s ≈ 6,2 cm

V = 32 cm^3, O ≈ 66,6 cm^2

b) a = 5 m, h_a = 4 m

h ≈ 3,1 cm, d ≈ 7,1 cm

V ≈ 26,0 cm^3, O = 65 cm^2



Eine Getränkepackung ist quaderförmig mit den Maßen 3,40 cm mal 6,50 cm mal 9,05 cm. An einer oberen Ecke ist ein vorgestanztes Loch für einen Trinkhalm.

Wie lang muss der Trinkhalm mindestens sein, damit man in jede Ecke kommt und noch zwei Zentimeter aus der Packung herausschauen? (Runde auf Ganze!)

Der Trinkhalm muss 14 cm lang sein.

Wie viel Saft ist in der Getränkepackung? 200 ml

◀ 74

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

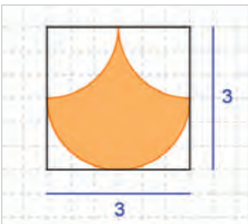
Testen und Fördern

Berechnungen am Kreis – Lösungen

1) Berechne jeweils den Umfang der Münze.

1-Euro-Münze: d = 23,25 mm	69,90 mm
20-Cent-Münze: d = 22,25 mm	60,48 mm
1-Cent-Münze: d = 16,25 mm	76,18 mm
2-Euro-Münze: d = 25,75 mm	73,04 mm
10-Cent-Münze: d = 19,25 mm	80,90 mm
50-Cent-Münze: d = 24,25 mm	51,05 mm

2) Bestimme den Flächeninhalt und den Umfang des gefärbten Flächenstückes.



Der Flächeninhalt beträgt ___4,5___ cm^2.

Der Umfang beträgt auf zwei Dezimalen

gerundet ___9,42___ cm.

◀75

Testen und Fördern

Berechnungen am Kreis – Lösungen

3) Verbinde die Angaben der Textaufgaben mit den passenden Lösungen.

Ein kreisförmiges Blumenbeet mit r = 3 m bekommt eine neue Umzäunung.	18,8 m
Eine kreisrunde Verkehrsfläche mit r = 2,5 m wird neu gestrichen.	28,3 m^2
Ein kreisrunder Spiegel mit r = 0,35 m wird neu eingefasst.	2,2 m
Ein kreisrundes Becken mit r = 3 m erhält einen neuen Bodenbelag.	19,6 m^2

4) Welche Beschreibungen passen zu welcher Figur?
Verbinde sie mit dem entsprechenden Kasten.

Das Kreissegment ...	... heißt auch Kreisausschnitt.
	... wird über den Zentriwinkel verändert.
	... begrenzen eine Sehne und der Kreisbogen.
Der Kreissektor ...	... wird von zwei Radien und dem Kreisbogen begrenzt.
	... kann auch als Kreisabschnitt bezeichnet werden.
	... kann gut in % des gesamten Kreises angegeben werden.

◀76

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Berechnungen am Kreis – Lösungen

5) Entscheide dich für die richtigen Begriffe.

Ein __Kreisring__ besteht aus zwei konzentrischen Kreisen.
Kreis
Kreisabschnitt
Kreisring
Kreissektor

Diese haben den gleichen __Mittelpunkt__ und unterschiedlichen __Radius__.
Umfang
Durchmesser
Mittelpunkt
Radius

Sektor
Radius
Mittelpunkt
Zentriwinkel

Der __Umfang__ eines Kreisrings ist __die Summe__ der Umfänge der beiden
Radius
Flächeninhalt
Mittelpunkt
Umfang

die Summe
der Quotient
die Differenz
das Produkt

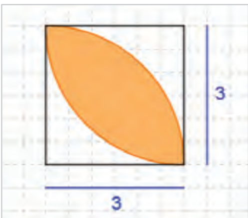
Kreise mit unterschiedlich großen Radien.

Der __Flächeninhalt__ eines Kreisrings ist __die Differenz__ der Flächeninhalte der
Radius
Flächeninhalt
Durchmesser
Umfang

der Quotient
die Differenz
das Produkt
die Summe

beiden Kreise mit unterschiedlich großen Radien.

6) Bestimme den Flächeninhalt und den Umfang des gefärbten Flächenstückes.



Der Flächeninhalt beträgt auf zwei Dezimalen

gerundet __5,14__ cm^2.

Der Umfang beträgt auf zwei Dezimalen

gerundet __9,42__ cm.

◀77

Testen und Fördern

Berechnungen am Kreis – Lösungen

7) Ordne die Formeln richtig zu.

Flächeninhalt des Kreises	$(r_1^2 - r_2^2) \cdot \pi$
Umfang des Kreisrings	$r^2 \cdot \pi$
Flächeninhalt des Kreisrings	$(r_1 + r_2) \cdot 2\pi$
Flächeninhalt des Kreissektors	$\frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$

8) Markiere den Umfang des gegebenen Kreissektors gelb und den Flächeninhalt orange.

a) r = 1 cm, α = 45°

0,79 2,79 0,39 3,14 17,67 6,28

b) r = 2,3 cm, α = 60°

7,01 1,20 5,54 1,78 2,41 2,77

◀78

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Berechnungen am Kreis – Lösungen

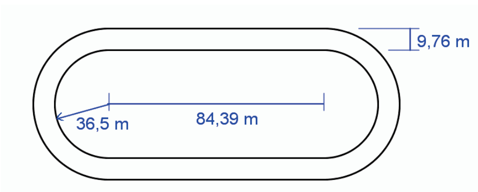
9) Wie verändert sich der Flächeninhalt des Kreissektors, wenn der Zentriwinkel verdoppelt wird?

- ☐ Er bleibt gleich groß.
- ☒ Er wird doppelt so groß.
- ☐ Er wird viermal so groß.
- ☐ Das hängt von der Größe des Radius ab.

10) Ein Dichtungsring hat einen Außendurchmesser von 3 cm und ist 0,8 cm breit. Wie groß ist seine Fläche?

- ☐ 22,26 cm^2
- ☐ 22,12 cm^2
- ☐ 5,06 cm^2
- ☒ 5,53 cm^2

11) Die Laufbahn einer Leichtathletikanlage bekommt einen neuen Belag.



Wie viel Quadratmeter Belag werden benötigt? 4 185 m^2

Berechnungen am Kreis – Lösungen

Begriffe am Kreis kennen und Kreise zeichnen

Gib zu allen Kreisteilen Beispiele aus dem täglichen Leben an, an denen man die geometrische Form sehen kann.

Kreissegment: zB: Halbmond, Teilkreis am Strafraum auf dem Fußballfeld etc.

Kreissektor: zB: Tortenstück, blaue Teile im Parkverbotsschild etc.

Kreisring: zB: CD, Kreisverkehr, Dichtungsring etc.

Ergänze die Sätze! Wähle aus den angegebenen Begriffen aus!

Der Kreisbogen ist ein Teil des Kreisumfangs. Seine Länge ist abhängig
Zentriwinkel Radius Kreisbogen

von der Größe des Zentriwinkels. Den Flächeninhalt eines
Zentriwinkels Radius Umfangs Flächeninhalt Umfang Kreisbogen

Kreissektors kann man mit der Formel $\frac{b \cdot r}{2}$ berechnen.
$\frac{r^2 \cdot \pi}{2}$ $\frac{b \cdot r}{2}$ $\frac{b \cdot r^2}{2}$

Konzentrische Kreise haben den gleichen Mittelpunkt und unterschiedlichen
Umfang Mittelpunkt Radius

Radius. Bei einem Kreisring ist der Umfang
Radius Mittelpunkt Zentriwinkel Flächeninhalt Umfang Radius

die Summe der Umfänge und sein Flächeninhalt ist die
Summe Differenz Produkt Umfang Rauminhalt Flächeninhalt

Differenz der Flächeninhalte der beiden konzentrischen Kreise.
Quotient Differenz Summe

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

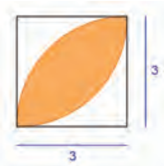
Berechnungen am Kreis – Lösungen

Berechnungen am Kreis – Flächenumfang bestimmen

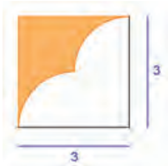
Berechne jeweils die fehlende Größe des Kreises!

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Radius	12 mm	22,5 cm	22 km	~1 cm	~27 mm	~10 cm
Durchmesser	24 mm	45 cm	44 km	~2 cm	~54 mm	~20 cm
Umfang	~75 mm	~141 cm	~138 km	6 cm	170 mm	62,8 cm

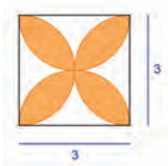
Berechne den Umfang der gefärbten Fläche! (Maße in Zentimeter)



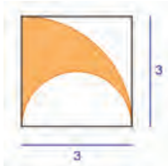
u ≈ 9,42 cm



u ≈ 10,71 cm



u ≈ 18,85 cm



u ≈ 12,42 cm

Wie viele Umdrehungen macht ein Rad mit 40 cm Radius auf 1 km?

- ☐ 1 250 Umdrehungen, weil der Durchmesser des Rades 80 cm ist und das Rad deswegen bei jeder Umdrehung 80 cm zurücklegt.
- ☐ Etwa 500 Umdrehungen, weil der Umfang des Rades etwa 2 m ist und das Rad deswegen bei jeder Umdrehung 2 m zurücklegt.
- ☒ Etwa 400 Umdrehungen, weil der Umfang des Rades etwa 2,5 m ist und das Rad deswegen bei jeder Umdrehung 2,5 m zurücklegt.
- ☐ Etwa 500 Umdrehungen, weil der Flächeninhalt des Rades etwa 2 m ist und das Rad deswegen bei jeder Umdrehung 2 m zurücklegt.

◀81

Berechnungen am Kreis – Lösungen

Berechnungen am Kreis – Flächenumfang bestimmen

Wie groß ist der Umfang des Kreisringes?
Markiere die richtige Lösung!

r_1 = 20 cm, r_2 = 15 cm

u ≈ 625 cm u ≈ 31 cm u ≈ 550 cm **u ≈ 220 cm** u ≈ 110 cm

r_1 = 8,2 m, r_2 = 6,9 m

u ≈ 47,4 m u ≈ 8,2 m **u ≈ 94,9 m** u ≈ 16,3 m u ≈ 189,8 m

Berechne zuerst die Länge des Kreisbogens und dann den Umfang des Kreissektors!

a) r = 15 cm, α = 40° b ≈ <u>10,5 cm</u> u ≈ <u>40,5 cm</u>

b) r = 1,4 m, α = 140° b ≈ <u>3,4 m</u> u ≈ <u>6,2 m</u>

c) r = 2,3 cm, α = 12° b ≈ <u>0,5 cm</u> u ≈ <u>5,1 cm</u>

Wie verändert sich die Länge des Kreisbogens, wenn man den Zentriwinkel verdreifacht?

- ☐ Sie wird doppelt so groß.
- ☐ Sie wird gedrittelt.
- ☐ Sie wird viermal so groß.
- ☒ Sie wird dreimal so groß.

Marlissa und ihre kleine Schwester Stefanie machen einen 15 km langen Radausflug. Die Reifen von Marlissas Fahrrad haben 71 cm Durchmesser und die von Stefanies Fahrrad 50 cm.

Wie oft drehen sich Malissas Räder und wie oft Stefanies?

<u>Marlissas Räder drehen sich etwa 6 725 mal, Stefanies etwa 9 549 mal.</u>

Wie oft drehen sich Marlissas Räder, wenn Stefanies sich 100 mal drehen? <u>etwa 70 mal</u>

◀82

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

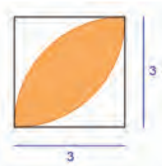
Berechnungen am Kreis – Lösungen

Flächeninhalte bestimmen

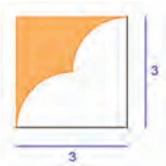
Berechne jeweils die fehlende Größe des Kreises!

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Radius	14 mm	2 cm	1,5 m	~11 cm	~10 mm	~17 m
Durchmesser	28 mm	4 cm	3 m	~22 cm	~20 mm	~34 m
Flächeninhalt	~616 mm²	~13 cm²	~7 m²	380 cm²	314,2 mm²	908 m²

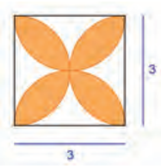
Berechne den Flächeninhalt der gefärbten Fläche! (Maße in Zentimeter)



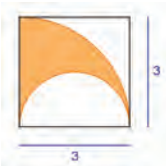
A ≈ 5,14 cm²



A ≈ 3,22 cm²



A ≈ 5,14 cm²



A ≈ 3,53 cm²

Wie verändert sich der Flächeninhalt eines Kreises, wenn man den Radius halbiert?

- ☐ Er bleibt gleich groß.
- ☐ Er wird halbiert.
- ☐ Er wird verdoppelt.
- ☒ Er wird geviertelt.

◄83

Berechnungen am Kreis – Lösungen

Flächeninhalte bestimmen

Wie groß ist der Flächeninhalt des Kreisringes?
Markiere die richtige Lösung!

$r_1 = 20$ cm, $r_2 = 15$ cm

A ≈ 78,5 cm² A ≈ 175 cm² A ≈ 550 cm² A ≈ 2 200 cm² A ≈ 157 cm²

$r_1 = 8{,}2$ m, $r_2 = 6{,}9$ m

A ≈ 61,7 m² A ≈ 246,7 m² A ≈ 5,3 m² A ≈ 4,1 m² A ≈ 10,6 m²

Berechne jeweils die fehlenden Größen des Kreissektors!

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Radius	3 mm	5 cm	30 cm	~2,5 cm	28,6 mm	~1,5 cm
Zentriwinkel	175°	60°	~45°	42°	~44,4°	210°
Kreisbogen	~9 mm	~5 cm	~23 cm	~1,8 cm	22,16 mm	5,5 cm
Flächeninhalt	~14 mm²	~13 cm²	350 cm²	2,3 cm²	~317 mm²	~4,1 cm²

Wie verändert sich der Flächeninhalt des Kreissektors, wenn der Radius verdoppelt wird und der Zentriwinkel gleich bleibt?

- ☐ Er bleibt gleich groß.
- ☐ Er wird doppelt so groß.
- ☒ Er wird viermal so groß.
- ☐ Er wird achtmal so groß.

Ein runder Tisch mit 1,3 m Durchmesser kann mit einer rechteckigen Platte vergößert werden, die in der Mitte eingelegt wird. Diese Platte misst 1,3 m mal 0,8 m.

Wie groß ist die Tischfläche ohne die Zusatzplatte? ~1,33 m²

Wie groß ist die Tischfläche mit der Zusatzplatte? ~2,37 m²

◄84

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

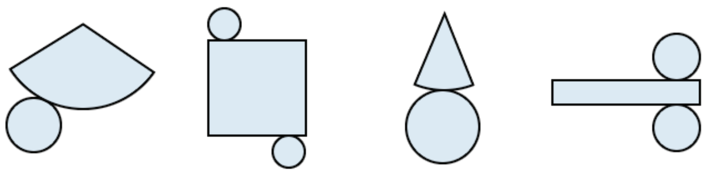
Testen und Fördern

Zylinder-Kegel-Kugel – Lösungen

1) Welcher Körper hat keine Ecken und ist trotzdem keine Kugel?

- ☐ Kugel
- ☒ Zylinder
- ☐ Kegel
- ☐ Tetraeder

2) Welches Netz gehört zu dem abgebildeten Körper?



☒ ☐ ☐ ☐

◀85

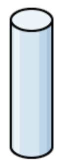
Testen und Fördern

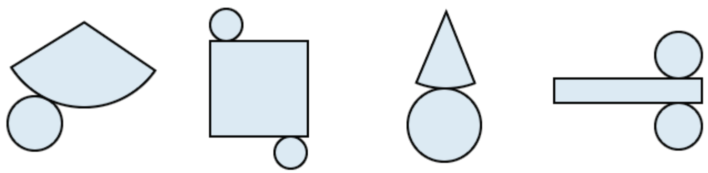
Zylinder-Kegel-Kugel – Lösungen

3) Welcher Körper hat 5 Ecken und 4 gleiche Seitenflächen?

- ☐ Kegel
- ☐ Quader
- ☐ Zylinder
- ☒ quadratische Pyramide

4) Welches Netz gehört zu dem abgebildeten Körper?





☐ ☒ ☐ ☐

5) Welcher Körper hat nur eine Ecke und unendlich viele Symmetrieebenen?

- ☐ quadratische Pyramide
- ☐ Zylinder
- ☒ Kegel
- ☐ Halbkugel

◀86

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

6) Zu welchem Körper gehören die Formeln?
Ordne richtig zu.

$M = r \cdot \pi \cdot s$

$O = 2r\pi(r+h)$

$O = r\pi(r+s)$

$V = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi}{3}$

Zylinder

Kegel

Kugel

$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$

$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$

$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$

$M = 2r \cdot \pi \cdot h$

7) Berechne die gesuchte Größe und markiere die gerundete Lösung.

Kegel: r = 3 cm, s = 7 cm

Die Mantelfläche beträgt:	31,52 cm²,	65,97 cm²,	197,92 cm²

Kegel: r = 10 cm, h = 9 cm

Das Volumen beträgt:	471,24 cm³,	942,48 cm³,	2 827,43 cm³

Kegel: r = 6 cm, s = 8 cm

Die Oberfläche beträgt:	113,10 cm²,	150,80 cm²,	263,89 cm²

◀87

Testen und Fördern

Zylinder-Kegel-Kugel – Lösungen

8) Justin möchte neue Bezüge für mehrere Nackenrollen nähen.
Wie viel Stoff benötigt er mindestens?

Für eine 40 cm lange Rolle mit 15 cm Durchmesser braucht er:

2 592 cm² 1 885 cm² 600 cm² 2 238 cm²

Für eine 70 cm lange Rolle mit 25 cm Durchmesser braucht er:

7 461 cm² 34 361 cm² 6 480 cm² 5 498 cm²

9) Verbinde die Größen, die zum selben Zylinder gehören, miteinander.

Berechne aus den linken Angaben die fehlende Länge (Radius oder Höhe) und runde sie auf Ganze.

r = 10 cm; V ≈ 9 425 cm³	O ≈ 2 758 cm²
r = 5,65 cm; V ≈ 6 218 cm³	O ≈ 2 402 cm²
h = 46,878 cm; V ≈ 9 425 cm³	O ≈ 5 429 cm²
h = 12 cm; V ≈ 21 715 cm³	O ≈ 2 513 cm²

10) Jakob möchte eine zweistöckige Sachertorte backen.

Sein Rezept sieht für eine Springform mit 26 cm Durchmesser und 5 cm Höhe 8 Eier vor. Er möchte zusätzlich eine Form mit 20 cm Durchmesser und derselben Höhe verwenden.
Wie viele Eier braucht er für die Torte in der kleineren Form?

Volumen der großen Form: 2 655 cm³ (Runde auf Ganze.)

Volumen der kleinen Form: 1 571 cm³ (Runde auf Ganze.)

Jakob braucht für die kleinere Form zusätzlich 5 Eier.

◀88

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Zylinder-Kegel-Kugel – Lösungen

11) Im Supermarkt gekaufte Eisstanitzel sind mit einer Papiermanschette und einem Deckel verpackt.

Ein Erdbeereis ist 14 cm hoch und hat oben 5 cm Durchmesser.
Wie groß ist die Papiermanschette für dieses Eis?

Wie lang ist die Erzeugende des Kegels? (Zwei Dezimalstellen) s ≈ 14,22 cm

Die Papiermanschette ist daher auf Ganze gerundet 112 cm^2 groß.

12) Rosalie gießt kegelförmige Kerzen in einer 18 cm hohen Gussform mit 8 cm Bodendurchmesser.

Wie viel geschmolzenes Wachs braucht sie für eine Kerze?

- ☐ 1,2 l
- ☐ 905 ml
- ☒ 302 ml
- ☐ 151 ml

13) Welche ist die richtige Formel für das Volumen der Kugel? Kreuze an.

- ☐ $V = r^2 \cdot \pi : 4$
- ☒ $V = 4 \cdot r^3 \cdot \pi : 3$
- ☐ $V = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$
- ☐ $V = r^3 \cdot \pi : 3$

◀89

Testen und Fördern

Zylinder-Kegel-Kugel – Lösungen

**14) Eine alte Kanonenkugel aus Eisen wird wegen ihres hohen Gewichtes von 111 kg für eine Ausstellung aus Holz nachgebildet.
Wie viel wiegt die Nachbildung aus Holz?**

Dichte von Eisen ≈ 7 870 kg/m^3
Dichte von Holz ≈ 400 kg/m^3

Volumen der Kanonenkugel: V ≈ 0,0141 m^3 — 141 / 0,0141 / 0,2775 / 873 570

Radius der Kanonenkugel: r ≈ 15 cm — 183 / 0,183 / 0,15 / 15

Masse der Nachbildung aus Holz: M ≈ 5,64 kg — 56,40 / 0,564 / 5,64 / 27,75

◀90

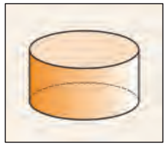
Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Zylinder-Kegel-Kugel – Lösungen

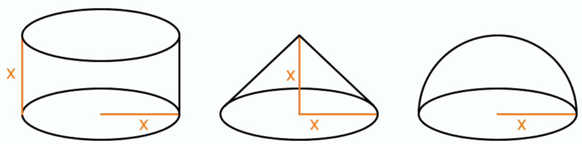
Körper und ihre Eigenschaften kennen

Ergänze die Tabelle!



Körpername	Zylinder	Kegel	Kugel
Eckenanzahl	0	1	0
Flächenanzahl	3	2	1
Hat der Körper ein Netz?	Ja	Ja	Nein

Welcher Körper hat das größte Volumen?



1) Was vermutest du? Der Zylinder hat in diesem Fall das größte Volumen.

2) Gib für jeden der Körper eine Formel für das Volumen mit der Variable x an!

$V_{Zylinder} = x^3 \cdot \pi$ $V_{Kegel} = \frac{1}{3} x^3 \cdot \pi$ $V_{Halbkugel} = \frac{2}{3} x^3 \cdot \pi$

3) In welchem Verhältnis stehen die Volumina zueinander?

$V_{Kegel} : V_{Halbkugel} : V_{Zylinder} = 1 : 2 : 3$

◀91

Testen und Fördern

Zylinder-Kegel-Kugel – Lösungen

Flächeninhalte bestimmen

Berechne jeweils die fehlende Größe des Zylinders!

	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6
Radius	9 cm	3 cm	1,5 m	~3,5 cm	3 mm	6,8 cm
Höhe	24 cm	4 cm	~2,5 m	2,7 cm	~11,0 mm	6,8 cm
Oberfläche	~1 866,1 cm^2	~131,9 cm^2	37,7 m^2	~136,4 cm^2	263,9 mm^2	~581,1 cm^2
Mantel	~1 357,2 cm^2	~75,4 cm^2	~23,6 m^2	59,4 cm^2	~207,4 mm^2	~290,5 cm^2

Verbinde die Angaben mit den richtigen Lösungen!

Kegel: r = 1,5 cm, s = 7 cm	O ≈ 40,1 cm^2
	M ≈ 100,5 cm^2
Kegel: r = 4 cm, s = 8 cm	O ≈ 13,1 cm^2
	M ≈ 33,0 cm^2
Kegel: r = 1 cm, h = 3 cm	O ≈ 150,8 cm^2
	M ≈ 9,9 cm^2

Berechne die Oberfläche der Kugel!

a) r = 9 mm O ≈ 1 017,9 mm^2

b) r = 1,7 cm O ≈ 36,32 cm^2

c) r = 11,5 cm O ≈ 1 661,90 cm^2

d) d = 10 cm O ≈ 314,2 cm^2

e) d = 40 mm O ≈ 5 026,5 mm^2

f) d = 17,7 dm O ≈ 984,23 dm^2

◀92

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)

Testen und Fördern

Zylinder-Kegel-Kugel – Lösungen

Rauminhalte bestimmen

Berechne das Volumen!

a) Kegel: r = 4 cm, h = 2 cm — $V \approx 33{,}51\ cm^3$

b) Zylinder: r = 3 cm, h = 11 cm — $V \approx 311{,}02\ cm^3$

c) Kugel: r = 4,5 cm — $V \approx 381{,}70\ cm^3$

Ein Kochtopf mit 22 cm Durchmesser und 23 cm Höhe wird bis 2 cm unter den Rand gefüllt. Wie viel Liter Wasser enthält er dann in etwa?

8 Liter

Ist die Dichte eines Körpers geringer als die Dichte von Wasser, dann schwimmt dieser Körper. Bestimme, ob die Körper untergehen oder schwimmen!
Dichte von Wasser: 1 000 kg/m^3 = 1 g / cm^3

Form	Zylinder	Kegel	Kugel	Zylinder	Kegel	Kugel
Material	Holz	Blei	Plastilin	Plexiglas	Kork	Styropor
Masse	141,4 g	85,2 g	78,5 g	544,9 g	4,24 kg	8,9 g
Radius	1,5 cm	1,2 cm	2,5 cm	7 cm	15 cm	5 cm
Höhe	50 cm	5 cm	-	3 cm	75 cm	-
Volumen in cm^3	~353,4	~7,54	~65,45	~461,81	~17 671,5	~523,6
Dichte in g/cm^3	~0,4	~11,3	~1,2	~1,2	~0,24	~0,017
Schwimmt?	Ja	Nein	Nein	Nein	Ja	Ja

Die Karamellcreme für eine Toffee-Praline wird zwischen zwei Halbkugelformen so in Form gepresst, dass sie 2 mm dick wird. Wie viel Karamell ist in dieser Praline?

circa 1 cm^3 bzw. 1 ml

◀93

Das ist Mathematik 4. Testen und Fördern, Arbeitsheft (ISBN 978-3-209-08440-8)