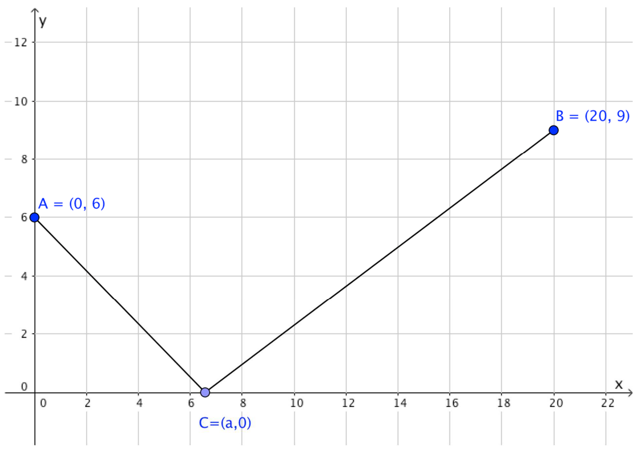
Lösungswege 7 – Online   Arbeitsblatt

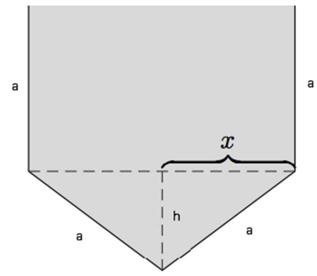
Thema: Extremwertaufgaben mit besonderen Ableitungsregeln		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: mittel	Klasse:

1. Begründe mittels Differentialrechnung, ob es eine positive reellel Zahl gibt, für die gilt: addiert man zu dieser Zahl ihren Kehrwert, so ist die Summe minimal.

2. Bestimme die x-Koordinate a des Punktes C so, dass der Weg ACB minimal wird.



3. Aus vier Blechstreifen mit der Breite a (in cm) soll wie in der Abbildung dargestellt eine Dachrinne mit möglichst großer Querschnittfläche hergestellt werden. Bestimme die Breite 2x der Dachrinne.



© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2015. | www.oebv.at | Lösungswege 5 SB | ISBN: 978-3-209-08466-8
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

Thema: Lösungen – Extremwertaufgaben mit besonderen Ableitungsregeln		**Grundkompetenz:**
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** schwer	**Klasse:**

1. Begründe mittels Differentialrechnung, ob es eine positive reellel Zahl gibt, für die gilt: addiert man zu dieser Zahl ihren Kehrwert, so ist die Summe minimal.

Zahl ... x

Hauptbedingung: $s(x) = x + \frac{1}{x}$

$s'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

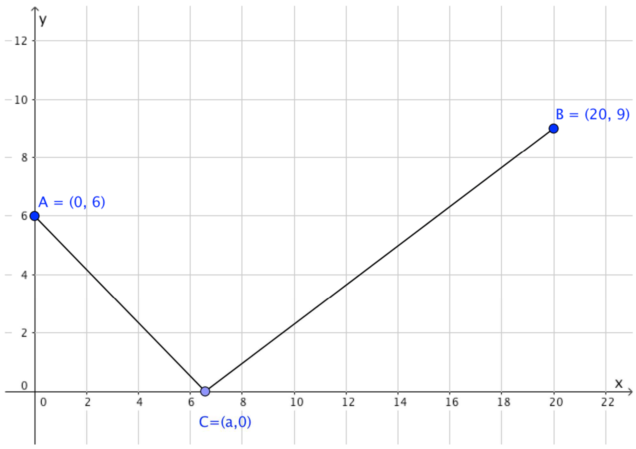
$s''(x) = \frac{2}{x^3}$

s'(x) = 0 → $1 - \frac{1}{x^2} = 0$ → $x_1 = -1 \notin \mathbb{R}^+$ $x_2 = 1$

s''(1) = 2 > 0, d.h. die Summe ist für x = 1 ein Minimum.

Die geforderte Besingung wird nur von der reellen Zahl 1 erfüllt.

2. Bestimme die x-Koordinate a des Punktes C so, dass der Weg ACB minimal wird.



Hauptbedingung: $f(a) = \sqrt{a^2+36} + \sqrt{(20-a)^2+81} = \sqrt{a^2+36} + \sqrt{a^2-40a+481}$

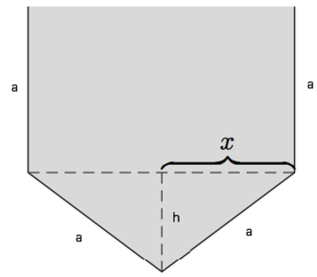
$f'(a) = \frac{a}{\sqrt{a^2+36}} + \frac{a-20}{\sqrt{a^2-40a+481}}$

Berechne unter Verwendung von Technologie: $\frac{a}{\sqrt{a^2+36}} + \frac{a-20}{\sqrt{a^2-40a+481}} = 0$ → a = 8

$f''(8) = \frac{3}{50}$ > 0, d.h. mit a = 8 wird der Weg ACB minimal.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2015. | www.oebv.at | Lösungswege 5 SB | ISBN: 978-3-209-08466-8
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

3. Aus vier Blechstreifen mit der Breite a (in cm) soll wie in der Abbildung dargestellt eine Dachrinne mit möglichst großer Querschnittfläche hergestellt werden. Bestimme die Breite 2x der Dachrinne.



Hauptbedingung: A(x, h) = 2xa + xh

Nebenbedingung: $a^2 = x^2 + h^2$ → $h = \sqrt{a^2 - x^2}$

$A(x) = 2ax + x\sqrt{a^2 - x^2}$

$A'(x) = 2a - \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}} + \sqrt{a^2 - x^2}$

Berechne unter Verwendung von Technologie: $2a - \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}} + \sqrt{a^2 - x^2} = 0$ → $x = \frac{a \cdot \sqrt[4]{12}}{2}$

$A''\left(\frac{a \cdot \sqrt[4]{12}}{2}\right) < 0$, d.h. für $x = \frac{a \cdot \sqrt[4]{12}}{2}$ wird die Querschnittsfläche maximal.

Die Breite der Dachrinne ist $2x = a \cdot \sqrt[4]{12}$ cm.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2015. | www.oebv.at | Lösungswege 5 SB | ISBN: 978-3-209-08466-8
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.