

Thema: Unendliche geometrische Reihe		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: mittel	Klasse:

1. Berechne die Summe der unendlichen geometrischen Reihe $-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$.

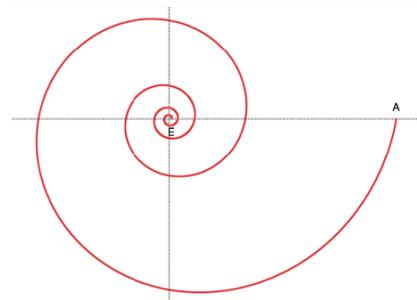
2. Ein Ball fällt aus drei Metern Höhe auf den Boden, springt hoch, fällt wieder usw. Die Höhe, die der Ball hochspringt, ist jedes Mal $\frac{4}{5}$ der vorher erreichten Höhe. Bestimme die Länge des Wegs, die der Ball insgesamt zurücklegt.

3. Ein Pendel schwingt in einer Flüssigkeit und wird dadurch abgebremst. Die Bogenlänge eines Ausschlags ist dabei immer 60% des vorherigen Ausschlags. Die Bogenlänge des sechsten Ausschlags ist 30 cm.

a) Bestimme die Bogenlänge des ersten Ausschlags.

b) Bestimme die Gesamtlänge des Wegs, den die Pendelspitze zurücklegt.

4. Durch ein endloses Aneinanderfügen von Halbkreisen entsteht eine Spirale, wobei ab dem zweiten Durchmesser jeder Durchmesser nur mehr 80% des vorherigen Durchmessers ist. Der erste Durchmesser beträgt 20 cm. Bestimme den Abstand der Punkte A und E, wenn sich die Spirale unbegrenzt E annähert.



Thema: Unendliche geometrische Reihe - Lösungen		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: mittel	Klasse:

1. Berechne die Summe der unendlichen geometrischen Reihe $-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$.

$$q = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \quad s = \frac{b_1}{1-q} = \frac{-0,5}{1-(-0,5)} = -\frac{1}{3}$$

2. Ein Ball fällt aus drei Metern Höhe auf den Boden, springt hoch, fällt wieder usw. Die Höhe, die der Ball hochspringt, ist jedes Mal $\frac{4}{5}$ der vorher erreichten Höhe. Bestimme die Länge des Wegs, die der Ball insgesamt zurücklegt.

Höhe, die der Ball nach dem ersten Hochspringen erreicht ... $3 \cdot \frac{4}{5} = 2,4 \text{ m} = b_1$ $q = \frac{4}{5} = 0,8$

$$s = 3 + 2 \cdot \frac{2,4}{1-0,8} = 27 \quad \text{Der Ball legt insgesamt einen Weg von 27 Metern zurück.}$$

Der Ball legt beim Hochspringen und Zurückfallen denselben Weg zurück.

3. Ein Pendel schwingt in einer Flüssigkeit und wird dadurch abgebremst. Die Bogenlänge eines Ausschlags ist dabei immer 60% des vorherigen Ausschlags. Die Bogenlänge des sechsten Ausschlags ist 30 cm.

a) Bestimme die Bogenlänge des ersten Ausschlags.

$$b_6 = 30 \text{ cm} \quad q = 0,6 \quad n = 6$$

$$b_6 = b_1 \cdot q^5 \quad \rightarrow \quad b_1 = \frac{b_6}{q^5} = \frac{30}{0,6^5} \approx 385,80 \text{ cm}$$

Die Bogenlänge des ersten Ausschlags beträgt 385,80 cm

b) Bestimme die Gesamtlänge des Wegs, den die Pendelspitze zurücklegt.

$$s = \frac{b_1}{1-q} = \frac{385,80}{1-0,6} \approx 964,51 \text{ cm}$$

Die Pendelspitze legt insgesamt einen Weg von 964,51 cm zurück.

4. Durch ein endloses Aneinanderfügen von Halbkreisen entsteht eine Spirale, wobei ab dem zweiten Durchmesser jeder Durchmesser nur mehr 80% des vorherigen Durchmessers ist. Der erste Durchmesser beträgt 20 cm.

Bestimme den Abstand der Punkte A und E, wenn sich die Spirale unbegrenzt E annähert.

$$b_1 = 20 - 20 \cdot 0,8 = 20 - 16 = 4 \text{ cm} \quad b_2 = 16 \cdot 0,8 - 16 \cdot 0,8^2 = 2,56 \text{ cm}$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{2,56}{4} = 0,64$$

$$s = \frac{b_1}{1-q} = \frac{4}{1-0,64} \approx 11,11$$

Die Länge der Strecke AE beträgt rund 11,11 cm.

