

Zahlensysteme – Dualzahlen

Die Dezimalzahlen benutzen die Basis 10 und benötigen die zehn Ziffern 0, 1, 2, ..., 9. Jede Ziffer einer Dezimalzahl hat neben ihrem Ziffernwert einen Stellenwert, der einer Zehnerpotenz entspricht:

Beispiel: $723 = 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$

Das einfachste Zahlensystem benutzt die Basis 2 und kommt mit den zwei Ziffern 0 und 1 aus. Zahlen, die diese Basis verwenden, nennt man **Dualzahlen**.

Beispiel: Die Dualzahl 110001 entspricht dem dezimalen Wert 49:
 $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 16 + 1 = 49$

Für das Umrechnen einer Dualzahl in ihren dezimalen Wert ist also die Kenntnis der Zweierpotenzen notwendig. Dies kann vermieden werden, wenn man zur Umrechnung das so genannte HORNER-Schema mit dem gleich bleibenden Faktor 2 verwendet:

Beispiel:

1	1	0	0	0	1
	2	6	12	24	48
1	3	6	12	24	49

Rechenschema:

+
↓
○

In jeder Spalte wird von oben nach unten addiert. Der Summenwert wird mit 2 multipliziert und um eine Spalte nach rechts verschoben in die zweite Zeile eingetragen.

Auch die Umrechnung einer Dezimalzahl in eine Dualzahl kann auf zwei Arten erfolgen.

1. Art: Die Zahl bzw. die Divisionsreste werden durch absteigende Zweierpotenzen dividiert. Die Quotienten – **von oben nach unten** gelesen – ergeben die Dualzahl.

Beispiel:

$49 : 32 = 1$	↓	Rest 17
$17 : 16 = 1$		Rest 1
$1 : 8 = 0$		Rest 1
$1 : 4 = 0$		Rest 1
$1 : 2 = 0$		Rest 1
$1 : 1 = 1$	↓	Rest 0

$(49)_{10} = (110001)_2$

2. Art: Die Zahl bzw. die ganzzahligen Quotienten werden so lange durch 2 dividiert, bis sich der Quotient 0 ergibt. Die Divisionsreste – **von unten nach oben** gelesen – ergeben die Dualzahl.

Beispiel:

$49 : 2 = 24$	↑	Rest 1
$24 : 2 = 12$		Rest 0
$12 : 2 = 6$		Rest 0
$6 : 2 = 3$		Rest 0
$3 : 2 = 1$		Rest 1
$1 : 2 = 0$	↑	Rest 1

$(49)_{10} = (110001)_2$

Alle Zahlen- und Buchstabencodes, die nur mit zwei Zeichen auskommen, bezeichnet man als **binär**, unabhängig davon, welches Stellenwertsystem verwendet wird.

Der bei Computern am häufigsten verwendete Code, der ASCII (American Standard Code for Information Interchange) verwendet zB das Dezimalsystem, wobei die zehn Ziffern dual codiert sind.

Großrechenanlagen verwenden häufig den EBCD-Code (Extended Binary Code Dezimal), bei dem die Basis 16 verwendet wird (**Sedezimalzahlen**). Dieses Zahlensystem benötigt 16 Ziffern, die meist mit 0, 1, 2, ..., 9, A, B, ..., F bezeichnet werden. Jede dieser Ziffern wird als vierstellige Dualzahl codiert.