

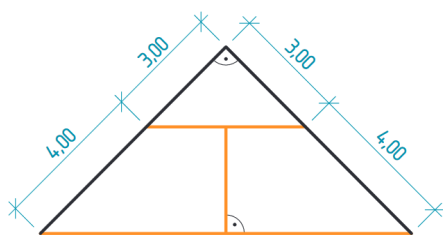


Herausfordernde Aufgaben zu Satz des Pythagoras bei allgemeinen Dreiecken, S. 188

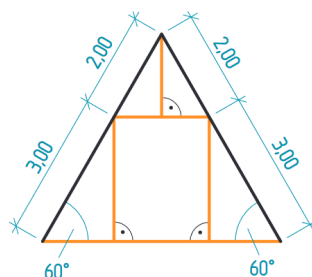
1. In einem gleichschenkligen Dreieck mit Basis c , Höhe h_c und Schenkeln $a = b$ sind einige der Größen bekannt. Berechne die fehlende Größe. Berechne weiters auch Umfang und Fläche.
 - a. $c = 10 \text{ m}, h_c = 12 \text{ m}$
 - b. $c = 72 \text{ mm}, a = 85 \text{ mm}$
 - c. $a = 60 \text{ cm}, h_c = 11 \text{ cm}$

2. Berechne die Gesamtlänge der orange eingezeichneten Balken in den dargestellten Dachkonstruktionen! (Maße in Meter)

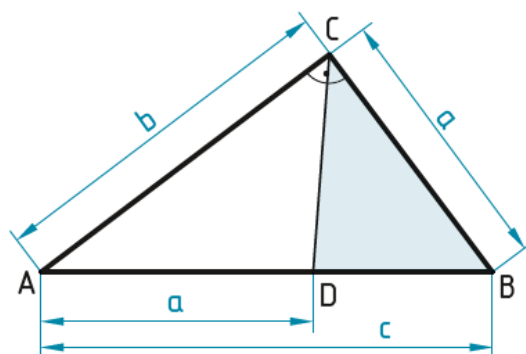
a)



b)



3. Wie viel Prozent der Fläche des nebenstehend abgebildeten rechtwinkligen Dreiecks ABC mit $b = 52 \text{ cm}$ und $c = 65 \text{ cm}$ sind blau?
Hinweis: $\angle BAC \neq 90^\circ$



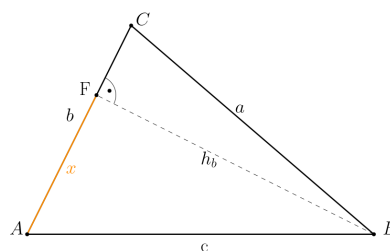


1. Ein Dreieck hat die Seitenlängen $a = 13 \text{ cm}$, $b = 14 \text{ cm}$, $c = 15 \text{ cm}$ und den Umkreisradius $r = 8,125 \text{ cm}$.
Welche der drei Seiten hat den kleinsten Abstand zum Umkreismittelpunkt? Rate zuerst, dann berechne die drei Abstände.
Hinweis: Für die Berechnung der Abstände kannst du die Formel für den Abstand einer Sehne zum Kreismittelpunkt verwenden (Aufgabe 811). Jede Dreiecksseite ist eine Sehne im Umkreis.

2. Ist c die längste Seite eines Dreiecks, so kann anhand der Beziehungen $a^2 + b^2 > c^2$, $a^2 + b^2 = c^2$ oder $a^2 + b^2 < c^2$ erkannt werden, ob ein spitzwinkliges, rechtwinkliges oder stumpfwinkliges Dreieck vorliegt.

- a. Wir überlegen: Ist c die längste Seite eines spitzwinkligen Dreiecks, dann ist $a^2 + b^2 > c^2$.

Hinweis: Betrachte dazu die Höhe h_b . Sei F der Fußpunkt dieser Höhe und x die Strecke FA (siehe Skizze).



Dann ist AFB ein rechtwinkliges Dreieck, also gilt $x^2 + h_b^2 = c^2$. Begründe in deinen Worten, warum $b > x$ und $a > h_b$ gelten muss (und somit auch $b^2 > x^2$ und $a^2 > h_b^2$). Folgere daraus $a^2 + b^2 > c^2$.

- b. Untersuche damit, ob folgende Dreiecke spitzwinklig, rechtwinklig oder stumpfwinklig sind:
 - 1) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 9 \text{ cm}$
 - 2) $a = 5 \text{ m}$, $b = 11 \text{ m}$, $c = 13 \text{ m}$
 - 3) $a = 14 \text{ cm}$, $b = 19 \text{ cm}$, $c = 21 \text{ cm}$
 - 4) $a = 20 \text{ mm}$, $b = 21 \text{ mm}$, $c = 29 \text{ mm}$



Lösungen

1. a. $a = 13 \text{ m}, A = 60 \text{ m}^2, u = 36 \text{ m}$
b. $h_c = 77 \text{ mm}, A = 2772 \text{ mm}^2, u = 242 \text{ m}$
c. $c \approx 118 \text{ cm}, A \approx 648,8 \text{ cm}^2, u \approx 238 \text{ cm}$
2. a. $16,97 \text{ m}$ b. $13,93 \text{ m}$
3. 40%
4. Abstand von a: $4,875 \text{ cm}$, Abstand von b: $4,125 \text{ cm}$, Abstand von c: $3,125 \text{ cm}$
5. a. Im spitzwinkligen Dreieck liegt der Höhenfußpunkt immer innerhalb der Seite, also ist die Länge des Höhenabschnitts x kleiner als b , also ist $b > x$.
Weil a die Hypotenuse und h_b eine Kathete im rechtwinkligen Dreieck CFB ist, gilt $a > h_b$.
Es folgt: $a^2 + b^2 > h_b^2 + x^2 = c^2$.
b. 1) spitzwinklig ($85 > 81$)
3) spitzwinklig ($557 < 441$)
2) stumpfwinklig ($146 < 169$)
4) rechtwinklig ($841 = 841$)

