

5 Zusammengesetzte Bewegungen

Vertiefung und Kompetenzüberprüfung

von Martin Apolin (Stand November 2015)

A1 Der Katamaran *Twin City Liner* verbindet seit 2006 Wien mit der slowakischen Hauptstadt Bratislava. Seine Fahrtgeschwindigkeit beträgt 60 km/h. Laut Fahrplan benötigt er von Wien nach Bratislava 75 Minuten, von Bratislava nach Wien 90 Minuten. Schätze aus diesen Daten die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Donau ab.



Abb. 1: Der Katamaran *Twin City Liner*
(Foto: GuentherZ; Quelle: Wikipedia).

A2 a Die Erde ist rund 150 Milliarden Meter von der Sonne entfernt. Schätze ab, mit welcher Geschwindigkeit sie sich um die Sonne bewegt.

b Bei welchem Prozentsatz der Lichtgeschwindigkeit (siehe BB5, S. 22, Tab. 4.1) liegt die Bahngeschwindigkeit der Erde? Wie weit bewegt sich die Erde, wenn sich das Licht um 10 m bewegt?



Abb. 2 (Grafik: Janosch Slama; Abb. 4.13, S. 37)

c Nimm an, du stehst im Regen, und die Regentropfen fallen senkrecht (Abb. 2 links). Wenn du nun zu laufen beginnst, addieren sich die Laufgeschwindigkeit und die Fallgeschwindigkeit der Tropfen, und diese kommen von schräg rechts. Fällt der Regen tatsächlich schräg? Ansichtssache - für die bewegte Person

schon. Für eine ruhende Person fällt der Regen aber nach wie vor senkrecht. Diese scheinbare Ablenkung nennt man Aberration. Das heißt wörtlich übersetzt eigentlich Verirrung.

Dieser Effekt tritt auch bei Licht auf. Wenn du einen Stern anvisierst, der sich exakt über dir befindet (also im Zenith), dann musst du das Fernrohr um einen kleinen Winkel kippen, damit der Stern genau in der Mitte des Bildes ist. Schätze diesen Winkel ab und verwende dabei das Ergebnis aus 2b.

A3 Wie müsste der Sternenhimmel für ein extrem schnelles Raumschiff aussehen - also eines, das sich beinahe mit Lichtgeschwindigkeit bewegt? Verwende für deine Überlegungen die Ergebnisse von A2.

A4 Ein Radfahrer fährt in der Ebene eine Strecke von 10 km hin und wieder zurück. Er schafft es, mit 25 km/h relativ zur Luft zu fahren.

a Wie lange braucht er bei Windstille?

b Wie lange braucht er bei Wind mit 5 km/h, 10 km/h und 15 km/h parallel zur Straße?

c Was kannst du aus den Ergebnissen von b) bezüglich des Einflusses des Windes schließen? Zeichne dazu ein Diagramm, in dem du auf der x-Achse die relative Windgeschwindigkeit (bezogen auf die Fahrtgeschwindigkeit bei Windstille) und auf der y-Achse die relative Zeit einträgst (1 = Zeit bei Windstille).

A5 Um wie viel weiter fliegt ein Objekt als es hoch fliegt, wenn man es unter einem Winkel von 45° abwirft? Überlege nur mit Hilfe des Unabhängigkeitsprinzips und nimm dabei für g vereinfacht 10 m/s^2 an. (Anm.: Es funktioniert für jedes g , ist aber in diesem Fall im Kopf zu rechnen.)

A6 Schätze ab, wie lange der Flug bei einem Weltklasseweitsprung dauert. Verwende dazu das Unabhängigkeitsprinzip und die Daten zum Weitsprungweltrekord auf Band I, Seite 36.

A7 Mit welcher Geschwindigkeit wurde der Gegenstand in Abb. 3 abgeworfen? Diese Aufgabe ist analog zu F4 in Band I, S. 33, kann jedoch nicht im Kopf gerechnet werden. Welche Gleichung brauchst du dazu?

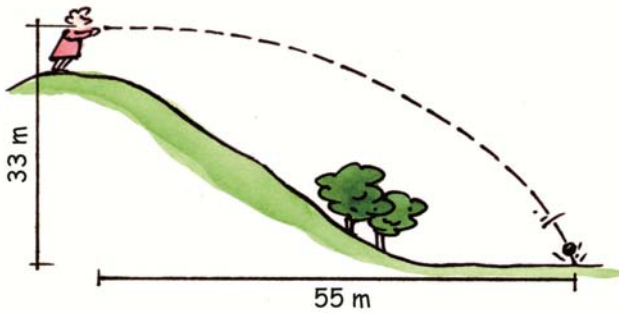


Abb. 3 (Grafik: Janosch Slama)

A8 Nimm an, du wirfst einen Stein von einem Turm unter 45° nach oben ab. Die vertikale Abwurfgeschwindigkeit beträgt 20 m/s . Der Stein prallt nach 5 Sekunden auf den Boden unterhalb des Turmes auf. Wie weit flog der Stein? Wie hoch ist der Turm? Überlege zuerst ohne Formel und erstelle dann zur Überprüfung ein Diagramm.

A9 Schlagbälle haben laut den Regeln der Leichtathletik eine Masse von 70 bis 85 g . Was würde passieren, wenn man mit Tennisbällen wirft? Diese haben eine Masse von 58 g .

A10 Diskus und Speer (Abb. 4) wirft man bei Windstille mit einem Winkel von etwa 35 bis 40° ab. Warum nicht mit 45° ?



Abb. 4: Eric Lemming, dreimaliger Olympiasieger, gilt als Erfinder der modernen Speerwurftechnik (Quelle: "Fourth Olympiad 1908 London Official Report, British Olympic Association 1909).

Hilfe zu A1: Rechnen wir, der schöneren Zahlen wegen, ausnahmsweise einmal nicht in SI-Einheiten, sondern im km/h und Stunden. Die Überlegung ist, dass die angegebenen 60 km/h (v) relativ zum Wasser gelten. In Stromrichtung, also in Richtung Bratislava, ist die Reisegeschwindigkeit relativ zum Ufer daher v plus die Strömungsgeschwindigkeit der Donau (w), gegen die Stromrichtung $v - w$. Man kann das so schreiben:

$$v + w = \frac{s}{t} = 60 \text{ km/h} + w = \frac{s}{1,25 \text{ h}}$$
$$v - w = 60 \text{ km/h} - w = \frac{s}{1,5 \text{ h}}$$
Wir formen die erste Gleichung um ($w = \frac{s}{1,25 \text{ h}} - 60 \text{ km/h}$) und setzen sie in die zweite Gleichung ein: $120 \text{ km/h} = \frac{s}{1,5 \text{ h}} + \frac{s}{1,25 \text{ h}}$. Durch Umformen erhält man für s rund $81,6 \text{ km}$. Die Entfernung Wien - Bratislava ist hierbei etwas überschätzt, weil die angegebenen 60 km/h nur außerhalb der Stadt gelten – aber es geht ja um's Prinzip. Nehmen wir diese Entfernung, dann ergeben sich für die Fließgeschwindigkeit der Donau $5,3 \text{ km/h}$ oder rund $1,5 \text{ m/s}$. Weil wir vorher die Entfernung etwas überschätzt haben, ist die Fließgeschwindigkeit nun etwas unterschätzt.

Hilfe zu A2 a: Der Abstand Erde-Sonne beträgt $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Nehmen wir vereinfacht an, dass die Erdbahn kreisförmig ist. Der Umfang beträgt dann $2 \cdot \pi \cdot r = 9,42 \cdot 10^{11} \text{ m}$. Dafür benötigt die Erde ein Jahr, also etwa $3,14 \cdot 10^7 \text{ s}$. Die Geschwindigkeit der Erde um die Sonne beträgt daher 30.000 m/s oder 30 km/s .

Hilfe zu A2 b: Die Lichtgeschwindigkeit beträgt $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Die Bahngeschwindigkeit der Erde ist $3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ (siehe A2 a) und somit $1/10.000$ oder $0,01 \%$ der Lichtgeschwindigkeit. Wenn sich Licht 10 m weit bewegt, dann hat sich die Erde in dieser Zeit um 1 mm bewegt.

Hilfe zu A2 c: Im Prinzip ist es genauso wie beim Schirm. Die senkrechte Geschwindigkeit wäre in diesem Fall die Lichtgeschwindigkeit und die vertikale Geschwindigkeit die der Erde um die Sonne. Der Winkel, um den man den Schirm bzw. das Fernrohr kippen muss, ist in Abb. 5 rechts (nächste Seite) eingetragen. Es gilt: $\tan \alpha = v_{\text{Erde}}/c$ und $\alpha = \arctan(v_{\text{Erde}}/c) = \arctan(10^{-4}) = 5,73 \cdot 10^{-3}^\circ = 20,63''$.

Man muss also das Fernrohr um den winzigen Winkel von knapp 21 Bogensekunden kippen. Beachte: Eine Bogensekunde ist bloß der 3600ste Teil eines Grads. Das ist absurd wenig! Trotzdem: Schon im Jahre 1725 beobachtete der englische Astronom JAMES BRADLEY eine solche Verschiebung bei einem Stern, den man von London aus im Zenit beobachten konnte. Durch die Erdbewegung beschreiben die Sterne im Laufe eines Jahres kleine Ellipsen am Himmel, eine Miniaturkopie der Erdbahn. Aus der Bahngeschwindigkeit der Erde

und dem Aberrations-Winkel konnte Bradley schon damals eine Schätzung der Lichtgeschwindigkeit abgeben, die nur etwa 1,2% über dem heute als richtig angesehenen Wert lag.

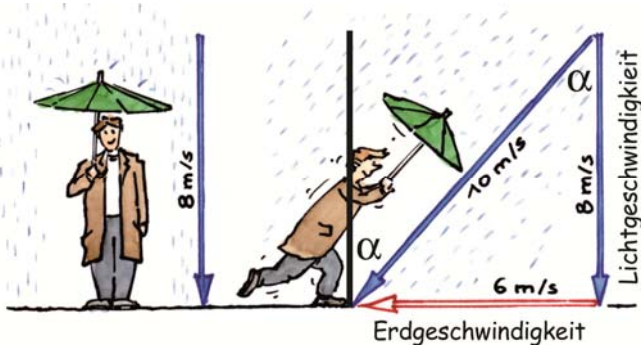


Abb. 5: Analogie zwischen der Aberration der Regentropfen und der Aberration des Lichts. (Grafik: Janosch Slama)

Hilfe zu A3: Für ein extrem schnell bewegtes Raumschiff sind die Sterne nicht gleichmäßig verteilt, sondern erscheinen in dem Teil des Raums konzentriert, auf den sich das Raumschiff zubewegt (siehe Abb. 6). Warum? Weil sich, wie beim Regen oder beim Teleskop, die scheinbare Richtung, aus der das Licht kommt, in Bewegungsrichtung nach vorne verschiebt. Bei einer Reisegeschwindigkeit von knapp c würdest du einen Stern, der sich genau über dir befindet, um 45° in Bewegungsrichtung verschoben sehen.

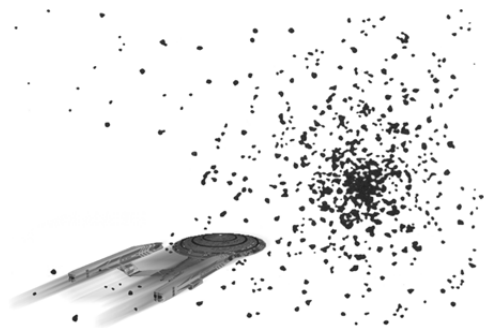


Abb. 6

Hilfe zu A4 a: $t = s/v = 20 \text{ km}/25 \text{ km/h} = 0,8 \text{ h} = 48 \text{ min.}$

b: Hier müssen die Zeiten für die beiden Strecken getrennt gerechnet werden. Die Geschwindigkeit relativ zum Boden ergibt sich aus der Windgeschwindigkeit und der möglichen Geschwindigkeit relativ zur Luft.
Bei 5 km/h : $t = (10/20 + 10/30) \text{ h} = 0,833 \text{ h} = 50 \text{ min}$
Bei 10 km/h : $t = (10/15 + 10/35) \text{ h} = 0,952 \text{ h} = 57,1 \text{ min.}$
Bei 15 km/h : $t = (10/10 + 10/40) \text{ h} = 1,25 \text{ h} = 75 \text{ min.}$

c: In Abb. 7 siehst du den Zusammenhang zwischen der relativen Windgeschwindigkeit (bezogen auf die Geschwindigkeit des Radfahrers bei Windstille) und der relativen Zeit (bezogen auf die Zeit bei Windstille). Die kürzeste Zeit erreicht man bei Windstille. Wind ist also immer schlecht. Zwar fährt man die Strecke mit Rückenwind schneller, aber man verliert auf der Gegenwindstrecke mehr Zeit als man gewinnt. Im Extremfall, bei einer relativen Windgeschwindigkeit von 1, würde man sich nicht mehr bewegen und daher unendlich lange benötigen. Die Grafik endet daher bei einer relativen Windgeschwindigkeit von 0,96.

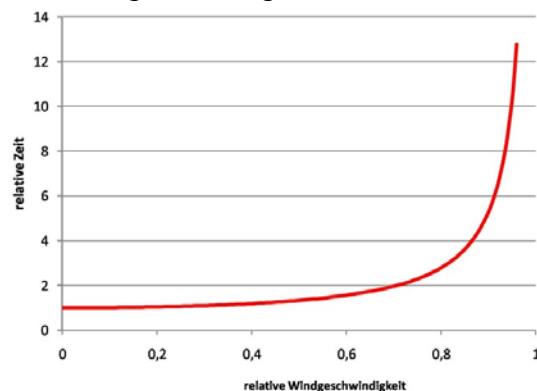


Abb. 7

Hilfe zu A5: Nimm an, du wirfst unter 45° ab und v_x und v_y sollen jeweils 10 m/s groß sein. Nehmen wir zuerst nur die senkrechte Bewegung her. Wenn du mit 10 m/s abwirfst, dann fliegt der Gegenstand 5 m hoch und fällt wieder zurück. Der Wurf dauert daher 2 Sekunden . In dieser Zeit fliegt der Gegenstand daher 20 m weit, also 4-mal so weit wie hoch. In der Tabelle sind noch andere Abfluggeschwindigkeiten eingetragen. Das Verhältnis Flughöhe zu -weite ist immer 4 zu 1!

v_x [m/s]	v_y [m/s]	Flughöhe [m]	Gesamtdauer [s]	Flugweite [m]	Verhältnis
10	10	5	2	$10 \cdot 2 = \mathbf{20}$	1:4
20	20	20	4	$20 \cdot 4 = \mathbf{80}$	1:4
30	30	45	6	$30 \cdot 6 = \mathbf{180}$	1:4
40	40	80	8	$40 \cdot 8 = \mathbf{320}$	1:4

Hilfe zu A6: Die Anlauf- und somit auch Absprunggeschwindigkeit beim Weltrekord kann man mit $10,2 \text{ m/s}$ abschätzen (siehe Legende Band I, S. 36, Abb. 5.15). Weil der Absprung unter 20° erfolgt, ist die x-Komponente der Geschwindigkeit $v_x = \cos(20^\circ) \cdot v \approx 9,6 \text{ m/s}$. Für $8,95 \text{ m}$ braucht man mit dieser Geschwindigkeit $0,93 \text{ s}$, also eine knappe Sekunde.

Hilfe zu A7: Aus der Gleichung $s = \frac{g}{2}t^2$ folgt $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$ (siehe Band I, S. 25, Kap. 4.4.1). Bei einer Falltiefe von 33 m beträgt die Fallzeit (bei $g = 9,81 \text{ m/s}^2$) 2,59 s. Die Abwurfgeschwindigkeit ist daher $55 \text{ m/s} : 2,59 \text{ s} = 21,24 \text{ m/s}$.

Hilfe zu A8: Wenn du unter 45° wirfst und die vertikale Geschwindigkeit 20 m/s beträgt, muss auch die horizontale Geschwindigkeit 20 m/s betragen. Die Wurfweite beträgt deshalb 100 m, weil der Stein fünf Sekunden unterwegs ist. Wenn du mit 20 m/s vertikal abwirfst, fliegt der Stein zwei Sekunden hinauf, weil er pro Sekunde um 10 m/s langsamer wird. Er steigt dabei um 20 m auf. Weil der Wurf fünf Sekunden dauert, fällt der Stein danach drei Sekunden. In drei Sekunden fallen alle Objekte 45 m tief. Der Stein steigt zunächst 20 m über den Abwurfpunkt auf und fällt dann wieder 45 m und somit 25 m unter das Ausgangsniveau (Abb. 8). Daher ist der Turm 25 m hoch. Die ersten 4 Sekunden des Wurfes sind analog mit Band I, S. 35, Abb. 5.11.

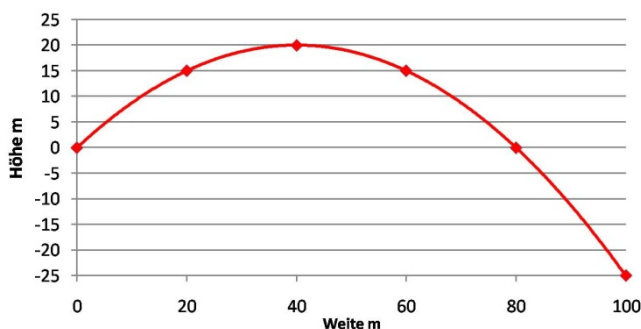


Abb. 8

Hilfe zu A9:

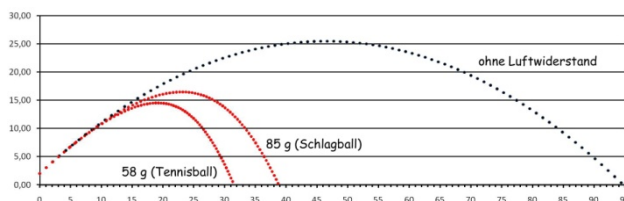


Abb. 9: Flugbahn eines Schlagballs bzw. Tennisballs im Vergleich mit einer Wurfparabel im luftleeren Raum. Die Abwurfgeschwindigkeit beträgt in allen Fällen 30 m/s. (Grafik: Martin Apolin)

Vorausgesetzt, dass man beide Bälle gleich schnell abwirft, fliegt der Schlagball weiter als der Tennisball. Durch den Luftwiderstand werden die Bälle gebremst. Weil der Schlagball eine größere Masse hat, ist er auch träger und verliert weniger an Geschwindigkeit. In Abb. 9 siehst du eine Wurf-Simulation, bei der auch

der Luftwiderstand berücksichtigt wurde. Bei einer v_0 von 30 m/s sind 7 m Differenz zwischen Tennisball und Schlagball. Zum Vergleich ist auch die Flugbahn ohne Luftwiderstand eingezeichnet.

Hilfe zu A10: Runde nicht rotierende Wurfobjekte wie Schlagbälle erfahren keinen Auftrieb durch die anströmende Luft. Der Diskus ist aber ein aerodynamisches Objekt. Daher wirkt auf ihn ähnlich wie auf eine Tragfläche ein dynamischer Auftrieb. Durch diesen Auftrieb verändert sich die Flugbahn gegenüber einem nichtaerodynamischen Objekt (Abb. 10) und somit auch der optimale Abwurfwinkel. Dieser ist vom Wind abhängig. Bei Windstille liegt er bei 36 bis 38° . Bei Gegenwind kann er bis auf etwa 26° absinken, bei Rückenwind auf 42° ansteigen. Windkanaltests zeigen, dass bei einem Wurf auf 50 m jeder m/s Gegenwind die Weite um etwa einen halben Meter erhöht. Damit der Diskus seine aerodynamische Wirkung entfalten kann, muss er aber mit viel Drehung abgeworfen werden. Dann ist er in der Luft sehr stabil und die Richtung seiner Drehachse ändert sich kaum (Abb. 10).

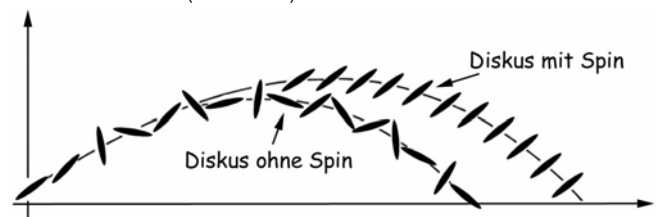


Abb. 10: Nur ein rotierender Diskus behält seine Lage im Raum und wirkt aerodynamisch. Ein Diskus ohne Spin, also ohne Eigendrehung, torkelt und wirkt wie ein Objekt ohne Auftrieb, etwa eine Kugel, und hat daher eine wesentlich kürzere Flugbahn. (Grafik: Martin Apolin)

Auch der Speer zeigt ein aerodynamisches Verhalten und erfährt ähnlich wie ein Diskus einen dynamischen Auftrieb. Speere werden mit 35 bis 40° abgeworfen. Die aktuell verwendeten Speere fliegen eher bei Rückenwind weiter. Das liegt am letzten Flugdrittel, bei dem die Spitze nach unten zeigt. Der Speer wirkt dann wie eine negativ angestellte Tragfläche und erfährt dadurch keinen Auftrieb, sondern sogar einen Abtrieb, der die Flugbahn verkürzt.

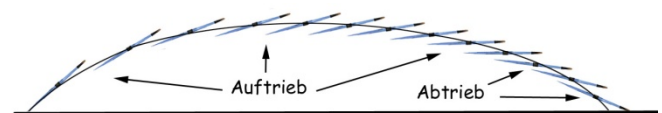


Abb. 11: Flugbahn und Neigung eines Speers. In der letzten Phase erzeugt die Aerodynamik eine Kraft nach unten, einen Abtrieb. Bei neuen Speeren ist die Phase des Abtriebs länger. Bei Gegenwind fällt dieser noch stärker aus, die Wurfweite sinkt. (Grafik: Martin Apolin)