9 LINEARE GLEICHUNGEN UND GLEICHUNGSSYSTEME IN ZWEI VARIABLEN

W 9.01 Welche Form hat eine lineare Gleichung in zwei Variablen?

W 9.02 Was versteht man unter einer Lösung einer linearen Gleichung in zwei Variablen? Was lässt sich über deren Lösungsmenge aussagen?

W 9.03 Was ist eine Gerade in $\mathbb{R}^2$? Gib eine Gleichung einer solchen Geraden in impliziter und in expliziter Form an!

W 9.04 Welche Form hat ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen in zwei Variablen?

W 9.05 Was versteht man unter einer Lösung eines linearen Gleichungssystems mit zwei Gleichungen in zwei Variablen?

W 9.06 Erläutere verschiedene Lösungsmethoden für lineare Gleichungssysteme mit zwei Gleichungen in zwei Variablen ohne Technologieeinsatz an selbst gewählten Beispielen!

W 9.07 Wie kann man ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen in zwei Variablen grafisch lösen? Welche Lösungsfälle sind möglich? Begründe dies anhand von Skizzen!

W 9.01 Eine lineare Gleichung in den zwei Variablen x und y hat die Form $ax + by = c$ (mit $a, b, c \in \mathbb{R}$, a und b nicht zugleich 0) .

W 9.02 Eine Lösung einer linearen Gleichung in den zwei Variablen x und y hat als Lösung ein Paar $(x \mid y)$ reeller Zahlen, das diese Gleichung erfüllt. Die Lösungsmenge der Gleichung ist eine Gerade in $\mathbb{R}^2$.

W 9.03 Eine Gerade g in $\mathbb{R}^2$ ist eine Punktmenge der Form $g = \{(x \mid y) \in \mathbb{R}^2 \mid a \cdot x + b \cdot y = c \ \wedge \ a, b, c \in \mathbb{R} \ \wedge$ a und b nicht zugleich $0\}$.
Gleichung in impliziter Form: $ax + by = c$; Gleichung in expliziter Form: $y = -\frac{a}{b}\, x + \frac{c}{b}$ $(b \neq 0)$

W 9.04 Ein lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen in zwei Variablen x und y hat die Form
$$\begin{cases} a_1 \cdot x + a_2 \cdot y = a_0 & (a_1, a_2, a_0 \in \mathbb{R}, a_1 \text{ und } a_2 \text{ nicht beide } 0) \\ b_1 \cdot x + b_2 \cdot y = b_0 & (b_1, b_2, b_0 \in \mathbb{R}, b_1 \text{ und } b_2 \text{ nicht beide } 0) \end{cases}$$

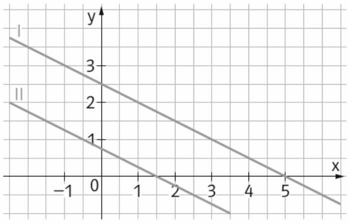
W 9.05 Eine Lösung eines linearen Gleichungssystems mit zwei Gleichungen in zwei Variablen x und y ist ein Paar $(x \mid y)$ reeller Zahlen, wobei x und y beide Gleichungen des Systems erfüllen .

W 9.06 Es gibt drei Methoden zur algebraischen Lösung eines linearen Gleichungssystems mit zwei Gleichungen in zwei Variablen:

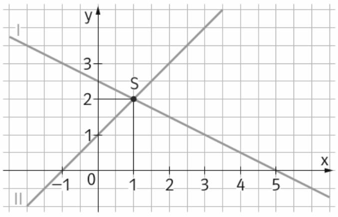
- Substitutionsmethode (Einsetzungsmethode): Aus einer Gleichung wird eine Unbekannte durch die andere ausgedrückt. Der erhaltene Ausdruck wird in die andere Gleichung eingesetzt.
- Eliminationsmethode (Additionsmethode): Man multipliziert die Gleichungen mit geeigneten Zahlen, sodass beim Addieren der beiden Gleichungen eine Unbekannte wegfällt.
- Komparationsmethode (Gleichsetzungsmethode): Aus beiden Gleichungen wird die gleiche Unbekannte durch die andere ausgedrückt. Anschließend werden die erhaltenen Ausdrücke gleichgesetzt.

W 9.07 Ein lineares Gleichungssystem in zwei Variablen wird grafisch gelöst, indem man die Lösungsmengen der beiden Gleichungen als Geraden in einem gemeinsamen Koordinatensystem darstellt und die gegenseitige Lage der Geraden feststellt.
Ein lineares Gleichungssystem in zwei Variablen hat

- keine Lösung, falls die zugehörigen Geraden parallel, aber nicht zusammenfallend sind, zB:



- genau eine Lösung, falls die zugehörigen Geraden nicht parallel sind, zB:



- unendlich viele Lösungen, falls die zugehörigen Geraden zusammenfallen, zB: