

Thema: Monotonie von Zahlenfolgen		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: mittel	Klasse:



Stelle eine Vermutung über das Monotonieverhalten der Zahlenfolge auf und beweise die Vermutung.

a) $a_n = \frac{3}{4n}$

b) $a_n = 5 - \frac{1}{n}$

c) $a_n = \frac{4-3n}{n+2}$

d) $a_n = \frac{4n+1}{2n+1}$



Thema: Monotonie von Zahlenfolgen - Lösungen		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad:	Klasse:

a) $a_n = \frac{3}{4n}$

(0,75; 0,375; 0,25; 0,1875; ...)

Vermutung: streng monoton fallend

$$a_n > a_{n+1} \\ \frac{3}{4n} > \frac{3}{4(n+1)} \quad | \cdot 4n(n+1)$$

$$3(n+1) > 3n$$

$$3n+1 > 3n \quad | -3n \\ 1 > 0$$

Wahr für alle natürlichen $n \rightarrow a_n$ ist streng monoton fallend

b) $a_n = 5 - \frac{1}{n}$

(4; 4,5; 4,67; 4,75; ...)

Vermutung: streng monoton steigend

$$a_n < a_{n+1} \\ 5 - \frac{1}{n} < 5 - \frac{1}{n+1} \quad | -5 \\ -\frac{1}{n} < -\frac{1}{n+1} \quad | \cdot (-1) \\ \frac{1}{n} > \frac{1}{n+1} \quad | \cdot n(n+1) \\ n+1 > n \quad | -n \\ 1 > 0$$

Wahr für alle natürlichen $n \rightarrow a_n$ ist streng monoton steigend

c) $a_n = \frac{4-3n}{n+2}$

(0,33; -0,5; -1; -1,33; ...)

Vermutung: streng monoton fallend

$$a_n > a_{n+1} \\ \frac{4-3n}{n+2} > \frac{4-3(n+1)}{(n+1)+2} \\ \frac{4-3n}{n+2} > \frac{-3n+1}{n+3} \quad | \cdot (n+2)(n+3) \\ (4-3n)(n+3) > (-3n+1)(n+2) \\ -5n-3n^2+12 > -3n^2-5n+2 \quad | +5n+3n^2 \\ 12 > 2$$

Wahr für alle natürlichen $n \rightarrow a_n$ ist streng monoton fallend

d) $a_n = \frac{4n+1}{2n+1}$

(1,67; 1,8; 1,86; 1,89; ...)

Vermutung: streng monoton steigend

$$a_n < a_{n+1} \\ \frac{4n+1}{2n+1} < \frac{4(n+1)+1}{2(n+1)+1} \quad | \cdot (2n+3)(2n+1) \\ (4n+1)(2n+3) < (4n+5)(2n+1) \\ 8n^2+14n+3 < 8n^2+14n+5 \quad | -8n^2-14n \\ 3 < 5$$

Wahr für alle natürlichen $n \rightarrow a_n$ ist streng monoton steigend

