

Ich kann die Begriffe des Binomialkoeffizienten und der „Fakultät“ beschreiben, diese berechnen und deuten.

- A, B **1** In einer Musik-Playlist auf einer Streaming-Plattform sind 14 mp3-Dateien abgespeichert. Wählt man die Playlist, werden die gespeicherten Titel in zufälliger Reihenfolge wiedergegeben.
- Wie viele verschiedenen unterschiedliche Abspielreihenfolgen gibt es für diese Playlist? Berechne.
 - Wenn man die Option „zufällige Auswahl“ anklickt, werden aus der Playlist 7 Titel zufällig ausgewählt. Wie viele verschiedene Liedgruppen können auf diese Weise zusammengestellt werden? Berechne.
- C, D **2** Auf der Website einer Online-Zeitschrift muss man beim Login ein Passwort generieren, das aus genau 8 verschiedenen Kleinbuchstaben bestehen soll. Dabei dürfen keine Umlaute verwendet werden. Auf der Website steht ein kurzer Text über die Sicherheit des Passwortes. Unter anderem ist dabei zu lesen: „Da man für ein Passwort 8 Buchstaben aus 26 möglichen Buchstaben auswählen muss, gibt es insgesamt $\binom{26}{8} = 1562\,275$ verschiedene Passwörter.“
- Ist diese Aussage korrekt? Begründe deine Antwort und stelle die Aussage gegebenenfalls richtig.
- A, B **3** Ein Adventkalender besteht aus 24 Stoffsäckchen, die mit Zahlen von 1 bis 24 beschriftet sind und entlang einer langen Schnur nebeneinander an die Wand gehängt werden. Wie viele verschiedene Möglichkeiten für die Anordnung der 24 Säckchen gibt es? Berechne.
- A, B **4** In einer Projektwoche haben 7 Teams bestehend aus jeweils drei Personen eine Präsentation zu einem selbstgewählten Thema vorbereitet. Am letzten Tag sollen alle Themen präsentiert werden. Die Gruppen können sich dabei selbst aussuchen, in welcher Reihenfolge sie präsentieren wollen.
- Wie viele verschiedene Präsentationsreihenfolgen sind möglich? Berechne.
- Aus allen Schülerinnen und Schülern, die in den Präsentationsteams gearbeitet haben, sollen zwei Personen ausgewählt werden, die bei der Abschlussfeier einen kurzen Überblick über die Projektwoche geben.
- Berechne die Anzahl der möglichen 2er-Teams.
- B, C **5** Im Maturajahrgang einer Schule mit Sportschwerpunkt sollen aus jeder Klasse vier Schülerinnen und Schüler für die Teilnahme am „Ninja Warrior Matura-Team-Wettbewerb“ ausgewählt werden. Die Klasse 5A wird von 12 Schülerinnen und 9 Schülern besucht.
- Was beschreibt der Binomialkoeffizient $\binom{9}{3}$ in diesem Sachzusammenhang? Gib eine mögliche Interpretation an.
 - Wie viele verschiedene 4er-Teams können in der 5A gebildet werden? Berechne.
 - Berechne, wie viele verschiedene Ninja Warrior-Teams in der 5A gebildet werden können, wenn die Teams aus zwei Mädchen und zwei Burschen bestehen soll.
 - Jedes Team darf die Startreihenfolge der Teammitglieder selbst bestimmen. Im 5A-Team wird Felix fix als erster Läufer ins Rennen gehen. Berechne die Anzahl der möglichen Startreihenfolgen im 5A-Team.

Lösungen zu:

Ich kann die Begriffe des Binomialkoeffizienten und der „Fakultät“ beschreiben, diese berechnen und deuten.

1 a. $14! = 8,7178 \dots \cdot 10^{10}$ Möglichkeiten.

b. $\binom{14}{7} = 3\,432$ Möglichkeiten.

2 Die Aussage ist falsch. Bei einem Passwort ist die Reihenfolge relevant, in der die Buchstaben angeordnet werden. Zum Beispiel stellen die beiden Anordnungen „abcdefghi“ und „ibcdefgha“ zwei verschiedene Passwörter dar. Mit dem Binomialkoeffizienten wird aber die Anzahl der verschiedenen möglichen 8-elementigen Teilmengen aus der Menge aller 26 Buchstaben berechnet. Dabei wird die Reihenfolge der Anordnung nicht berücksichtigt. Das heißt, dass die beiden oben genannten Anordnungen von Buchstaben als ein- und dieselbe Möglichkeit gezählt werden. Es gibt also viel mehr verschiedene Passwörter als im Text genannt. Da man für die erste Stelle des Passwortes 26 Buchstaben zur Verfügung hat, für die zweite Stelle dann 25 Buchstaben, für die 3. Stelle noch 24 Buchstaben etc. zur Verfügung hat, ist die Anzahl der möglichen Passwörter $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot \dots \cdot 21 \cdot 20 \cdot 19 = 6,299 \dots \cdot 10^{10}$.

3 $24! = 6,204 \dots \cdot 10^{23}$ Anordnungen

4 a. $7! = 5\,040$ mögliche Reihenfolgen

b. $\binom{21}{2} = 210$ mögliche 2er-Teams

[Insgesamt stehen 21 Schüler und Schülerinnen zur Auswahl, zwei davon werden ausgewählt.]

5 .a. Der Binomialkoeffizient $\binom{9}{3}$ gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, drei Burschen von den insgesamt neun Burschen der 5A für das Ninja Warrior-Team auszuwählen.

b. $\binom{21}{4} = 5\,985$ mögliche 4er-Teams können gebildet werden (wenn die Zusammensetzung des Teams beliebig ist).

c. $\binom{12}{2} \cdot \binom{9}{2} = 2\,376$ mögliche Teams, die aus genau zwei Burschen und zwei Mädchen bestehen.

[Es gibt $\binom{12}{2} = 66$ Möglichkeiten, zwei Mädchen für das Team auszuwählen und $\binom{9}{2} = 36$ Möglichkeiten, zwei Burschen für das Team auszuwählen.]

d. Anzahl der möglichen Startreihenfolgen: $3! = 6$. [Da Felix fix als erster ins Rennen startet, bleiben für den zweiten Startplatz noch 3 andere Personen zur Auswahl, für den dritten Startplatz noch zwei Personen und für den 4. Startplatz eine Person.]