

## Lösung Aufgabe 789

a) Gemäß der Abbildung betrachtet man ein rechtwinkeliges Dreieck mit der Hypotenuse  $l$  und einer Kathete  $\frac{s}{2}$ . Der Winkel, der dieser Kathete gegenüberliegt, ist  $\frac{\alpha}{2}$ . Somit gilt

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{s}{2}}{l} \Rightarrow \frac{s}{2} = l \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0,9 \cdot \sin(22,5^\circ) = 0,3444$$

$$s = 0,68888 \text{ m} \approx 69 \text{ cm}$$

Um die mittlere Geschwindigkeit beim Bummeln zu ermitteln, berechnet man zuerst die Schwingungsdauer eines Beins nach der angegebenen Formel:

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,9}{15}} = 1,622 \text{ s}$ . Dies ist die Zeit, in der das Bein von vorne nach hinten und wieder zurück schwingt. Der Mensch legt dabei die doppelte Schrittlänge zurück, also rund 1,378 m.

Die mittlere Geschwindigkeit  $v$  beträgt dann  $v = \frac{1,378}{1,622} \approx 0,85 \text{ m/s}$ .

b) Der Parameter  $a_1$  entspricht der Amplitude der Schwingung. Die Amplitude ist in diesem Fall die Hälfte der Schrittlänge, was  $17,5 \text{ cm} = 0,175 \text{ m}$  ergibt.

Für den Parameter  $b_1$  berechnet man die Schwingungsdauer  $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,5}{15}} = 1,147 \text{ s}$  und mit der angegebenen Formel  $b_1 = \frac{2\pi}{1,147} \approx 5,48$ .

$$a_1 = 0,175 \quad b_1 \approx 5,48$$

Die Bewegung des zweiten Beins unterscheidet sich von jener des ersten dadurch, dass es sich ganz hinten befindet, wenn das erste Bein ganz vorne steht und umgekehrt. Mathematisch betrachtet bedeutet das, dass die Amplitude des zweiten Beins negativ ist, wenn die Amplitude des ersten Beins den entsprechenden positiven Wert annimmt, wobei die Beträge der beiden Amplituden gleich sind. Die Winkelfunktion, die die Bewegung des zweiten Beins beschreibt, hat also dieselbe Form wie jene, die die Bewegung des ersten Beins angibt, nur ist sie um  $\pi$  entlang der 1. Achse verschoben.

Den Zusammenhang zwischen den beiden Funktionen kann man daher so formulieren:

$$a_1 \cdot \sin(b_1 \cdot t + \pi) = a_2 \cdot \sin(b_2 \cdot t)$$

c) Der angegebene Ausdruck ist der Differentialquotient der Auslenkung des Beins bezüglich der Zeit. Man kann ihn als momentane Änderung der Auslenkung pro Sekunde zum Zeitpunkt  $t_1$  interpretieren.

Die mittlere Geschwindigkeit  $v_E$  eines Erwachsenen beim Bummel ist  $\frac{s}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{15}}}$ .

Wenn  $s$  und  $l$  eines Kindes nur halb so groß sind, ist dessen mittlere Geschwindigkeit

$$v_K = \frac{s/2}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 15}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{s}{2\pi \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{15}}}$$

Multiplizieren mit dem Kehrwert von  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  liefert  $\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{1} \cdot \frac{s}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{15}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{s}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{15}}}$ . Und das ist  $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot v_E$ .