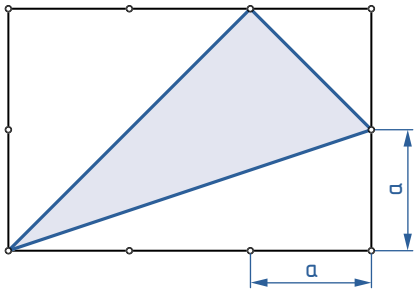
Variable, funktionale Abhängigkeiten

H 1 K 1 **1** Im Schwimmbad sind um 11 Buben mehr als Mädchen.
Stelle dies durch ein Gleichung dar, in dem du die folgenden Variablen verwendest:
b ... Anzahl der Buben; m ... Anzahl der Mädchen

H 1 K 1 **2** Familie Grün möchte im Urlaub ein Auto mieten. Pro Tag ist eine Gebühr von 60 € zu bezahlen; außerdem werden pro gefahrenem Kilometer 1,50 € verrechnet.
Gib eine Formel an, mit der Familie Grün die täglichen Kosten K in Euro bei x gefahrenen Kilometern berechnen kann!

H 1 K 2 **3** Sabine bezahlt für ihr Handy 15 € Grundgebühr im Monat und pro Gesprächsminute 7 c.
Erstelle eine Grafik, aus der man den Rechnungsbetrag für einen Monat bei unterschiedlicher Gesprächsdauer (bis zu 10 h) ablesen kann!

H 1 K 2 **4** Einem Rechteck ist ein Dreieck eingeschrieben.
Gib eine Formel für den Flächeninhalt A des blauen Dreiecks an! Verwende als Variable nur a (Abstand je zweier benachbarter „Punkte“ auf dem Rechteck)!



H 1 K 3 **5** Berechnungen haben ergeben, dass die Arbeiten an einem Kanal 12 Tage in Anspruch nehmen, wenn 4 Arbeiter eingesetzt werden. Der Auftraggeber verlangt, dass die Arbeit in 6 Tagen fertig sein soll.
Wenn man wissen will, wie viele Arbeiter dann beschäftigt werden müssen, wie kann man da überlegen?
Welche der folgenden Überlegungen ist für dich dem Sachverhalt angemessen?
Kreuze entsprechend an!

	angemessen	nicht angemessen
A Die Arbeit soll in der Hälfte der Zeit fertig sein, also braucht man auch halb so viele Arbeiter, daher 2.	☐	☐
B Jeder zusätzliche Arbeiter erspart 3 Tage Arbeitszeit; wenn die Arbeit also 6 Tage früher fertig sein soll, braucht man um 2 Arbeiter mehr, daher insgesamt 6 Arbeiter.	☐	☐
C Wenn die Arbeit in der halben Zeit fertig sein soll, braucht man doppelt so viele Arbeiter, also 8 Arbeiter.	☐	☐

H 1 K 3 **6** Auf einer Karte im Maßstab 1 : 25 000 ist die Entfernung zweier Städte 3 cm lang.
Nina möchte wissen, wie lang diese Strecke auf einer Karte im Maßstab 1 : 50 000 wäre.
Ihre Freundinnen Anna, Leonie und Lisa stellen Überlegungen an.
Welche der folgenden Überlegungen ist für dich dem Sachverhalt angemessen?
Kreuze entsprechend an!

	angemessen	nicht angemessen
A Anna: 50 000 ist doppelt so groß wie 25 000, deshalb muss die Strecke auch doppelt so lang sein, also 6 cm.	☐	☐
B Leonie: Auf einer Karte im Maßstab 1 : 50 000 ist jede Strecke nur halb so lang wie auf einer Karte im Maßstab 1 : 25 000, weil alles doppelt so stark verkleinert wird. Die beiden Städte sind daher auf dieser Karte nur 1,5 cm voneinander entfernt.	☐	☐
C Lisa: Ich muss zuerst ausrechnen, wie groß die Entfernung der Städte in der Wirklichkeit ist, sonst kann ich nicht sagen, wie lang sie auf der Karte im Maßstab 1 : 50 000 sein wird!	☐	☐

 © Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG

H 2 K 1 **7** Welche dieser Ausdrücke sind gleichbedeutend mit $9y^2$?

☐ $9y + y$ ☐ $3y \cdot 3y$ ☐ $9 + y^2$ ☐ $9y \cdot y$

H 2 K 1 **8** Löse die folgende Gleichung:

$15x - 27 = 43 + 8x$

H 2 K 2 **9** Die Leistung kann man mit folgender Formel berechnen: $P = \frac{W}{t}$ $\left(\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}\right)$

(P ... Leistung in Watt, W ... Arbeit in Joule, t ... Zeit in Sekunden)

Wie lange brennt eine 600-Watt-Lampe, wenn ihr Energieverbrauch (Arbeit) 3000 Joule beträgt?

H 2 K 2 **10** Löse die folgende Gleichung:

$(3x + 2) \cdot (2x - 5) = 6x \cdot (x - 2)$

H 2 K 2 **11** Vereinfache den Term und führe die Probe für $x = 2$ durch!

$5x \cdot (2x^2 - 3) + 2x^2 \cdot (3x + 4) - x \cdot (2x^2 + 1) =$

H 2 K 3 **12** Das Volumen V eines quadratischen Prismas kann man nach folgender Formel berechnen:

$V = a^2 \cdot h$ (a ... Grundkante, h ... Höhe des Prismas)

Wenn man die Grundkante verdoppelt, wie muss man dann die Höhe wählen, damit sich das Volumen nicht verändert?

H 2 K 3 **13** Das Volumen einer quadratischen Pyramide kann man nach folgender Formel berechnen:

$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$ (a ... Grundkante, h ... Höhe der Pyramide)

Wenn die Grundkante a verdreifacht wird und die Höhe h gedrittelt, wie verändert sich dadurch das Volumen V?

☐ Das Volumen V bleibt gleich.

☐ Das Volumen V ist dann neunmal so groß.

☐ Das Volumen V ist dann dreimal so groß.

☐ Das Volumen V ist dann sechsmal so groß.

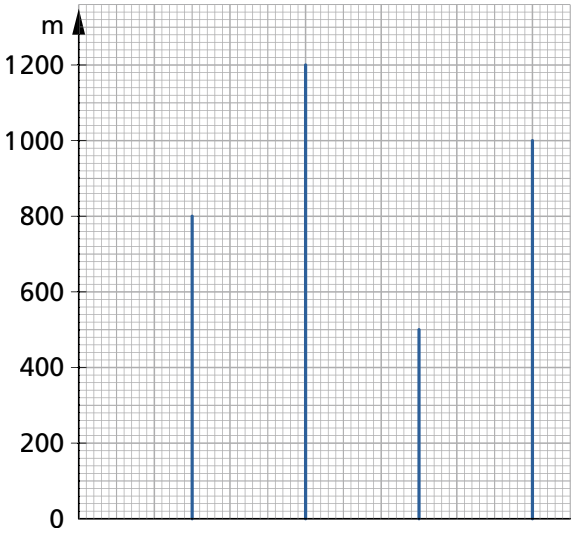
H 2 K 3 **14** Setze die Klammern so, dass die Lösung der Gleichung $x = 4$ ergibt!

$4 \cdot 7 + x - 10 = 34$

H 2 K 3 **15** Wie müssen die Klammern gesetzt werden, damit die Beziehungen stimmen?

$4 + 3 \cdot 2^2 = 28$ $4 + 3 \cdot 2^2 = 40$ $4 + 3 \cdot 2^2 = 100$

H 3 K 1 **16** Das Diagramm zeigt die Höhe von vier Bergen. Berg A ist am niedrigsten, Berg B am höchsten. Berg D ist höher als Berg C. Wie hoch ist Berg D?



H 3 K 1 **17** Auf dem Parkplatz eines Einkaufszentrums stehen m Motorräder und p Personenkraftwagen.
Was bedeutet die folgende Beziehung zwischen m und p?

$m = \frac{p}{2} - 10$

H 3 K 1 **18** Das Ohm'sche Gesetz lautet $I = \frac{U}{R}$ $\left(\text{Stromstärke} = \frac{\text{Spannung}}{\text{Widerstand}}\right)$.

a) Wie ändert sich die Stromstärke I, wenn der Widerstand verdoppelt wird und die Spannung U gleich bleibt?

b) Wie ändert sich die Stromstärke I, wenn die Spannung U verdoppelt wird und der Widerstand R gleich bleibt?

H 3 K 1 **19** Betrachte die Formel $p = \frac{F}{A}$ $\left(\text{Druck} = \frac{\text{Druckkraft}}{\text{Fläche}}\right)$!

a) Welches Verhältnis besteht zwischen dem Druck p und der Fläche A, wenn die Druckkraft F konstant ist?

b) Welches Verhältnis besteht zwischen dem Druck p und der Druckkraft F, wenn die Fläche A konstant ist?

H 3 K 1 **20** Ordne dem Text die richtige Gleichung zu:
Dividiert man eine Zahl durch 4 und subtrahiert davon 8, so erhält man das Produkt von 3 und 5.

☐ $x \cdot 4 - 8 = 3 \cdot 5$ ☐ $x : 4 + 8 = 3 \cdot 5$ ☐ $x : 4 - 8 = 3 \cdot 5$ ☐ $x : 4 - 8 = 3 : 5$

H 3 K 1 **21** Robert hat 180 € gespart. Er kauft ein neues Handy um 69 € und 3 CDs für je 19 €. Wie viel Geld bleibt ihm über?
Kreuze die dazu passenden Gleichungen an!

☐ $180 - 69 + 3 \cdot 19 = x$ ☐ $180 - 69 - 3 \cdot 19 = x$

☐ $180 - (69 + 3 \cdot 19) = x$ ☐ $180 - (69 - 3 \cdot 19) = x$

H 3 K 2 **22** Die Eintrittspreise in ein Museum betragen für Kinder k €, für Erwachsene e €. In einem Monat zählt man x Kinder und y Erwachsene als Besucher.

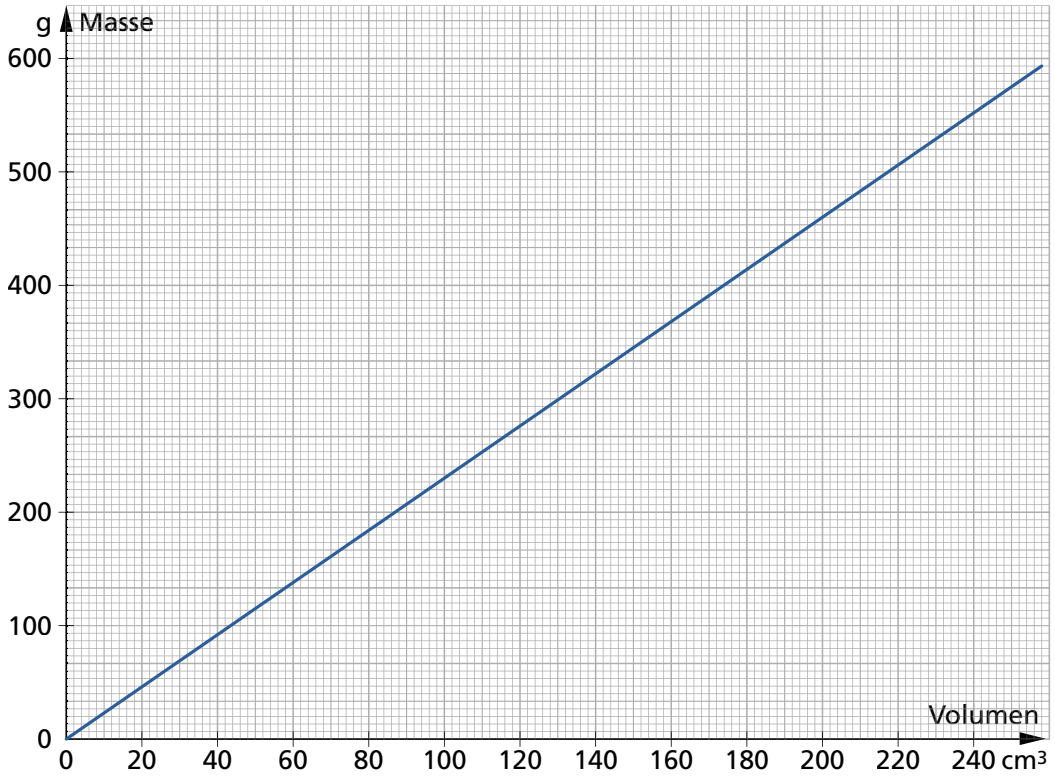
a) Was bedeutet $x + y$?

b) Was bedeutet $k \cdot x + e \cdot y$?

H 3 K 2 **23** Das Volumen und die Masse von Gipsstücken wurden gemessen. Die Wertepaare (Volumen und Masse) sind in der Figur unten dargestellt.

a) Wie groß ist die Masse eines Gipsstückes mit 100 cm^3 Volumen?

b) Wenn ein Gipsstück eine Masse von 400 g hat, wie groß ist dann ungefähr sein Volumen?



H 3 K 2 **24** Anna fährt meistens mit dem Fahrrad zur Schule. Sie hat dabei eine durchschnittliche Geschwindigkeit von 15 km/h.

In einer Formel soll dargestellt werden, wie die Zeit t (in Stunden), die sie für ihren Schulweg braucht, von der Länge des Schulweges s (in Kilometer) abhängt.

Kennzeichne die richtige Formel!

☐ $t = \frac{15}{s}$ ☐ $t = \frac{s}{15}$ ☐ $t = 15 \cdot s$ ☐ $t = 15 + s$ ☐ $t = 15 - s$ ☐ $t = s - 15$

H 3 K 2 **25** Die untenstehende Tabelle gibt jeweils an, aus welcher Höhe (h) ein Ball fallengelassen wurde und wie hoch (s) er anschließend wieder sprang. Welche Formel beschreibt die Beziehung der Werte aus der Tabelle richtig?

h	45 cm	60 cm	90 cm	120 cm
s	30 cm	40 cm	60 cm	80 cm

☐ $s = \frac{3}{4}h$ ☐ $s = h - 15$ ☐ $s = h + 15$ ☐ $s = 1{,}5\,h$ ☐ $s = \frac{2}{3}h$ ☐ $s = \frac{h^2}{9}$

H 3 K 3 **26** In Leonies Klasse gilt: $b > 2 \cdot (m - 2)$, dabei ist m die Anzahl der Mädchen und b die Anzahl der Buben. Wenn in ihrer Klasse 10 Mädchen sind, welche der folgenden Aussagen über die Anzahl der Buben ihrer Klasse wird dann durch die Ungleichung ausgedrückt?

☐ Es sind mindestens 16 Buben.
☐ Es sind höchstens 16 Buben.
☐ Es sind mindestens 17 Buben.
☐ Es sind höchstens 17 Buben.
☐ Es sind mindestens 18 Buben.
☐ Es sind höchstens 18 Buben.

H 3 K 3 **27** Andreas und Gabi haben die Ungleichung $25 - 2x > 11$ auf verschiedene Weisen gelöst.

Andreas:
$25 - 2x > 11$
$-2x > -14$
$x < 7$

Gabi:
$25 - 2x > 11$
$14 - 2x > 0$
$14 > 2x$
$7 > x$
$x < 7$

1) Beschreibe die Methoden, mit denen sie jeweils gerechnet haben! Welche Äquivalenzumformungen haben sie gemacht?
2) Welche Vor- bzw. Nachteile haben ihre Methoden?

H 4 K 1 **28** Eine Autofirma gibt Ende des Jahres folgenden Bericht ab: „Wir konnten unsere Produktion von 150 000 auf 210 000 Stück pro Jahr steigern. Die Zahl der Mitarbeiter stieg im gleichen Verhältnis von 100 auf 120."
Ist diese Auskunft richtig? Begründe deine Ansicht!

H 4 K 1 **29** Familie Klett möchte im Urlaub für einen Tag ein Auto mieten. Zwei Tarife stehen zur Wahl:
Tarif 1: 89 € Pauschale bei unbegrenzter Kilometeranzahl
Tarif 2: 39 € Pauschale und pro gefahrenem Kilometer 0,50 €
Frau Klett meint: „Wenn wir 100 km fahren, sind beide Tarife gleich teuer. Wenn wir aber weniger als 100 km zurücklegen, ist Tarif 2 günstiger."
Zeige, dass das stimmt!

H 4 K 2 **30** Welche Fehler wurden beim Umformen gemacht? Erkläre und stelle richtig!

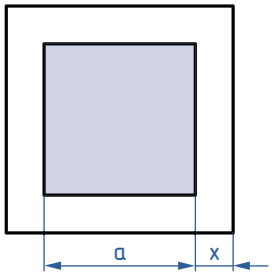
a) $(3x - 5y) \cdot (-7) = -21x - 35y$
b) $15a - 4 \cdot (a - 2b) = 15a - 4a - 8b$
c) $(2a + 9b)^2 = 4a^2 + 36ab + 18b^2$
d) $(5r - 4) \cdot (5 + 4r) = 25r - 16r = 9r$

H 4 K 2 **31**

Niki hat 5 CDs weniger als Katja, und Jakob hat doppelt so viele CDs wie Niki.
Susanne sagt: „Die Gesamtanzahl der CDs ist sicher ungerade, egal wie viele CDs Niki hat!“
Zeige, dass Susanne recht hat!

H 4 K 3 **32**

Um ein quadratisches Beet mit der Seitenlänge a soll ein Weg der Breite x angelegt werden.
Wenn man die Breite des Weges verdoppelt, ist sein Flächeninhalt mehr als doppelt so groß.
Finde Argumente, warum das so ist!



H 4 K 3 **33**

Der Anhalteweg eines Autos setzt sich aus Reaktionsweg s_R und Bremsweg s_B zusammen.
Oft werden zur Berechnung folgende Faustformeln verwendet:

Reaktionsweg $s_R = 3 \cdot \frac{v}{10}$

Bremsweg $s_B = \left(\frac{v}{10}\right)^2$

Anhalteweg $s = s_R + s_B$

(v ... Fahrzeuggeschwindigkeit vor dem Bremsen in km/h; s_R, s_B und s in Meter)

Frau Stein, Herr Appel und Herr Clemens diskutieren über die Veränderung des Anhalteweges bei höherer Geschwindigkeit.

Wer argumentiert richtig, wer argumentiert falsch? Kreuze entsprechend an!

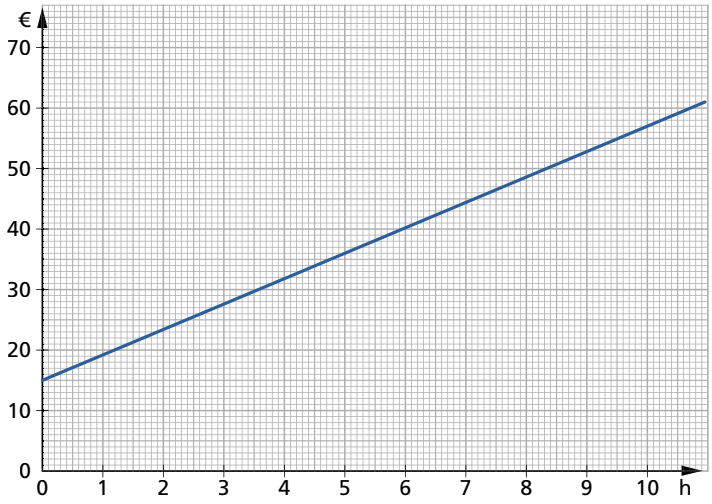
	richtig	falsch
A Frau Stein: „Wenn ich statt mit 30 km/h mit 60 km/h fahre, verdoppelt sich der Reaktionsweg, der Bremsweg ist aber dann viermal so lang! Der Anhalteweg ist daher auf alle Fälle mehr als doppelt und weniger als viermal so lang wie bei 30 km/h!“	☐	☐
B Herr Appel: „Wenn ich meine Geschwindigkeit um 10 km/h erhöhe, wird der Reaktionsweg um 3 m länger $\left(3 \cdot \frac{10}{10} = 3\right)$, der Bremsweg um 1 m, weil $\left(\frac{10}{10}\right)^2 = 1$ ist. Wenn ich also mit 60 km/h statt mit 30 km/h fahre, dann ist der Anhalteweg um $3 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 12$ m länger!“	☐	☐
C Herr Clemens: „Mit der Formel $3 \cdot \frac{v}{10} \cdot \left(\frac{v}{10} + 1\right)$ kann ich mir ausrechnen, um wie viel Meter mein Anhalteweg länger wird, wenn ich die Geschwindigkeit verdopple. Wenn ich statt 30 km/h mit 60 km/h fahre, heißt das: $3 \cdot \frac{30}{10} \cdot \left(\frac{30}{10} + 1\right) = 36$. Der Anhalteweg ist also dann um 36 m länger!“	☐	☐

Variable, funktionale Abhängigkeiten

1 $b = m + 11$

2 $K = 60 + 1{,}50 \cdot x$

3



4 $2a \cdot 3a - (2a \cdot 2a) : 2 - (3a \cdot a) : 2 - (a \cdot a) : 2 = 6a^2 - 2a^2 - 1{,}5a^2 - 0{,}5a^2 = 2a^2$

5 angemessen: **C**; nicht angemessen: **A**, **B**

6 angemessen: **B**; nicht angemessen: **A**, **C**

7 $3y \cdot 3y$ und $9y \cdot y$

8 $x = 10$

9 $t = 5\ s$

10 $x = 10$

11 $14x^3 + 8x^2 - 16x$; Probe: 112

12 Man muss die Höhe vierteln.

13 Das Volumen ist dann dreimal so groß.

14 $4 \cdot (7 + x) - 10 = 34$

15 $(4 + 3) \cdot 2^2 = 28$
$4 + (3 \cdot 2)^2 = 40$
$(4 + 3 \cdot 2)^2 = 100$

Potenzieren hat Vorrang vor dem Multiplizieren und Multiplizieren vor dem Addieren. Was in Klammern steht, wird zuerst berechnet.

16 Berg D ist 1000 m hoch.

17 Die Anzahl der Motorräder ist um 10 kleiner als die halbe Anzahl der PKWs.

18 **a)** Die Stromstärke wird halbiert. **b)** Die Stromstärke wird verdoppelt.

19 **a)** indirekt prop. Verhältnis; wenn sich die Fläche verdoppelt, halbiert sich der Druck
b) direkt prop. Verhältnis; wenn sich die Druckkraft verdoppelt, verdoppelt sich der Druck

20 richtig ist $x : 4 - 8 = 3 \cdot 5$

21 richtig sind $180 - (69 + 3 \cdot 19) = x$ und $180 - 69 - 3 \cdot 19 = x$

22 **a)** $x + y$ gibt die Anzahl der Besucher (Kinder und Erwachsene) in diesem Monat an.
b) $k \cdot x + e \cdot y$ gibt die Gesamteinnahmen in diesem Monat in Euro an.

23 Ein Gipsstück mit $100\ cm^3$ hat eine Masse von ungefähr 230 g.
Wenn das Gipsstück eine Masse von 400 g hat, dann ist sein Volumen ungefähr $174\ cm^3$.

24 richtig ist $t = \frac{s}{15}$

25 richtig ist $s = \frac{2}{3}h$

26 Es sind mindestens 17 Buben.

27 **1)** Sie haben folgende Äquivalenzumformungen durchgeführt:

Andreas:

$25 - 2x > 11 \quad | -25$
$-2x > -14 \quad | : (-2)$
$x < 7$

Gabi:

$25 - 2x > 11 \quad | -11$
$14 - 2x > 0 \quad | + 2x$
$14 > 2x \quad | : 2$
$7 > x$
$x < 7$

2) Die Lösung von Andreas ist etwas kürzer, sie hat einen Rechenschritt weniger. Dafür musste Andreas aufpassen, dass er bei der Division durch (–2) nicht vergisst, das Relationszeichen umzudrehen.

28 Diese Auskunft ist nicht richtig. Wenn die Anzahl der Mitarbeiter im gleichen Verhältnis gestiegen wäre, müsste sie nun 140 betragen: $\frac{210000}{150000} = \frac{21}{15} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{7}{5} \cdot 100 = 140$

29 Bei kürzeren Fahrten machen die Kosten pro Kilometer nicht so viel aus, der niedrige Tagestarif fällt stärker ins Gewicht. Nach Tarif 2 fallen bei einer Fahrt von 100 km $39 + 100 \cdot 0{,}5 = 89$ € an, das entspricht genau Tarif 1.

30 **a)** $(3x - 5y) \cdot (-7) = -21x + 35y$ Minus mal Minus ergibt Plus
b) $15a - 4 \cdot (a - 2b) = 15a - 4a + 8b$ Minus mal Minus ergibt Plus
c) $(2a + 9b)^2 = 4a^2 + 36ab + 81b^2$ $9^2 = 81$ und nicht 18
d) $(5r - 4) \cdot (5 + 4r) = 25r - 20 + 20r^2 - 16r = 20r^2 + 9r - 20$
Jedes Glied des ersten Terms muss mit jedem Glied des zweiten Terms multipliziert werden.

31 x ... Anzahl der CDs von Niki
Niki: x
Katja: x + 5
Jakob: 2x
Gesamtanzahl der CDs daher: $x + (x + 5) + 2x = 4x + 5$
Da 4x immer eine gerade Zahl ergibt und 5 ungerade ist, ist die Gesamtanzahl der CDs sicher ungerade („gerade + ungerade = ungerade“).

32 Flächeninhalt des Weges: $(a + 2x)^2 - a^2 = a^2 + 4ax + 4x^2 - a^2 = 4ax + 4x^2$
Flächeninhalt des doppelt so breiten Weges: $(a + 4x)^2 - a^2 = a^2 + 8ax + 16x^2 - a^2 = 8ax + 16x^2$
$8ax + 16x^2 = 2\,(4ax + 8x^2) > 2 \cdot (4ax + 4x^2)$

33 richtig: **A**, **C**; falsch: **B**