

Mathematik anwenden

HUM

5. und 6. Semester



Lösungen

Mathematik anwenden HUM 3, Lösungen

Schulbuchnummer: **175806**

Die Aufnahme in den Anhang zur Schulbuchliste für Höhere Lehranstalten für wirtschaftliche Berufe für den III. Jahrgang im Unterrichtsgegenstand Angewandte Mathematik wurde vom Bundesministerium für Bildung mit GZ BMBF-5.018/0048-B/8/2015 vom 12. Juli 2016 empfohlen.

Die Aufnahme in den Anhang zu den Schulbuchlisten für den III. Jahrgang an Höheren Lehranstalten für Mode und an Höheren Lehranstalten für Tourismus im Unterrichtsgegenstand Angewandte Mathematik (Lehrplan 2016) wurde vom Bundesministerium für Bildung mit GZ BMB-5.018/0015-IT/3/2017 vom 14. Juni 2017 empfohlen.

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
Sie bekommen dieses Schulbuch von der Republik Österreich für Ihre Ausbildung.
Bücher helfen nicht nur beim Lernen, sondern sind auch Freunde fürs Leben.

Kopierverbot

Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch aus diesem Buch verboten ist – § 42 Abs. 6 Urheberrechtsgesetz: „Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind.“

Umschlagbild: Per Winbladh / Corbis

Technische Zeichnungen: Paulo Tosold, Wien; Reinhard Wolfmayr, Wien

2. Auflage (Druck 0002)

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2018

www.oebv.at

Alle Rechte vorbehalten.

Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, gesetzlich verboten.

Redaktion: Carolina Hüttinger, Wien

Lektorat: Michaela Lackner, Salzburg; Martin Schrödl, Neutal

Herstellung: Raphael Hamann, Wien

Umschlaggestaltung: Petra Michel, Essen

Layout: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig

Satz: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig

Druck: Brüder Glöckler GmbH, Wöllersdorf

ISBN 978-3-209-08094-3 (Mathematik anwenden HUM LÖS 3)



Mathematik anwenden

HUM

Lösungen



Franz Pauer
Martina Scheirer-Weindorfer
Andreas Simon

Mit einer Online-Ergänzung auf www.oebv.at

Inhaltsverzeichnis

1	Exponential- und Logarithmusfunktionen	5
1.1	Exponentialfunktionen	5
1.2	Logarithmusfunktionen	9
1.3	Wachstums- und Abnahmeprozesse	14
	Zusammenfassende Aufgaben	19
2	Zins- und Zinseszinsrechnung*	23
2.1	Endliche geometrische Folgen und Reihen	23
2.2	Zinseszinsrechnung	25
2.3	Anwendungen im Bankwesen	27
	Zusammenfassende Aufgaben	29
3	Rentenrechnung*	31
3.1	Zahlungsströme	31
3.2	Grundlagen der Rentenrechnung	31
	Zusammenfassende Aufgaben	35
4	Schuldtilgung und Äquivalenzprinzip**	37
4.1	Kreditraten	37
4.2	Vergleich von Zahlungen	38
4.3	Rentenkonvertierung	40
4.4	Tilgungspläne	41
	Zusammenfassende Aufgaben	45
5	Beschreibende Statistik**	49
5.1	Merkmale und Häufigkeiten	49
5.2	Quantitative Merkmale	55
	Zusammenfassende Aufgaben	61

* Für HLT im 6. Semester

** Für HLT im IV. Jahrgang, 7. Semester

Hinweise zum Gebrauch des Lösungshefts:

- Das Lösungsheft ist zur Kontrolle und nicht zum Abschreiben gedacht. Arbeite deshalb ehrlich, löse jede Aufgabe selbstständig und kontrolliere erst dann die Ergebnisse.
- Zu den Aufgaben, die im Schulbuch mit dem Technologiesymbol gekennzeichnet sind, stehen Dateien auf Mathematik anwenden HUM-Online zur Verfügung, die zeigen, wie eine mögliche Lösung aussehen kann. Online-Codes im Lösungsheft führen direkt zu diesen Dateien.



ggb

GeoGebra



xls

Excel



tns

TI Nspire

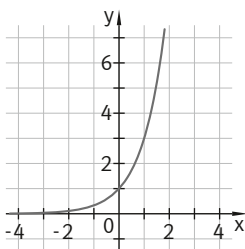
- Die Figuren im Lösungsheft sind meist verkleinert dargestellt, sodass aus ihnen keine Längen entnommen werden können.
- Das Lösungsheft wurde mit großer Sorgfalt erstellt. Sollten trotzdem Fehler passiert sein, so bitten wir, dies dem Verlag (Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, E-Mail: bbs@oebv.at) mitzuteilen. Wünsche und Anregungen werden ebenfalls gerne entgegengenommen.

1 Exponential- und Logarithmusfunktionen

1.1 Exponentialfunktionen

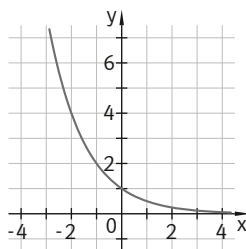
1 a. $f(x) = 3^x$

x	f(x)
-2	$\frac{1}{9}$
-1	$\frac{1}{3}$
0	1
1	3
2	9



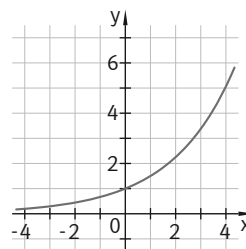
b. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	f(x)
-2	4
-1	2
0	1
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$



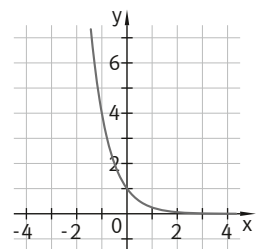
c. $f(x) = 1,5^x$

x	f(x)
-2	$\frac{4}{9}$
-1	$\frac{2}{3}$
0	1
1	$\frac{3}{2}$
2	$\frac{9}{4}$



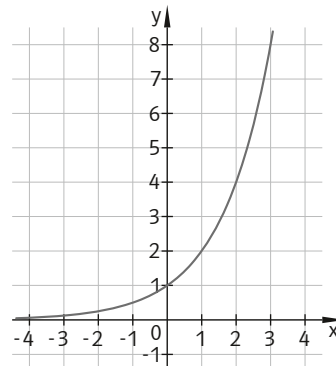
d. $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

x	f(x)
-2	16
-1	4
0	1
1	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{16}$



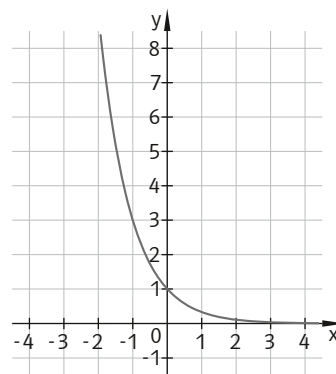
2 a.

x	2 ^x
-4	0,0625
-3	0,125
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16



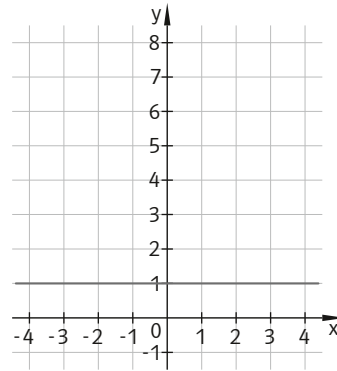
b.

x	$\left(\frac{1}{3}\right)^x$
-4	81
-3	27
-2	9
-1	3
0	1
1	0,3333
2	0,1111
3	0,037
4	0,0123



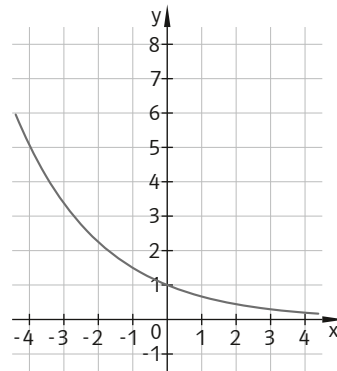
c.

x	1^x
-4	1
-3	1
-2	1
-1	1
0	1
1	1
2	1
3	1
4	1



d.

x	$(\frac{2}{3})^x$
-4	5,0625
-3	3,375
-2	2,25
-1	1,5
0	1
1	0,6667
2	0,4444
3	0,2963
4	0,1975



- 3 a. für $a < 1$ b. für $a > 1$

5 **C**, **D**, **F**

Die in **C**, **D** und **F** dargestellten Funktionen haben negative Funktionswerte. Eine Exponentialfunktion hat nur positive Funktionswerte.

- 6 a. B b. C c. A d. D

8 $a = \frac{1}{2}; c = 3$

- 9 a. $a = 2; c = 1$ b. $a = 3; c = 2$ c. $a = \frac{1}{2}; c = 3$ d. $a = 2; c = -\frac{1}{2}$

- 10 a. $f(x) = 3 \cdot 2^x$ b. $f(x) = 0,1 \cdot 2^x$ c. $f(x) = 1,5 \cdot 0,2^x$ d. $f(x) = 0,5^x$

x	f(x)
0	3
1	6
2	12
3	24
4	48

x	f(x)
-4	0,00625
-2	0,025
1	0,2
3	0,8
4	1,6

x	f(x)
-3	187,5
-1	7,5
0	1,5
1	0,3
3	0,012

x	f(x)
-2	4
0	1
2	0,25
3	0,125
4	0,0625

- 11 a. **C**, weil $f(3) = 1 \cdot 2^3 = 8$ und $f(-1) = 1 \cdot 2^{-1} = \frac{1}{2}$ ist.
 b. **B**, weil $f(-3) = 3 \cdot (\frac{1}{2})^{-3} = 3 \cdot 2^3 = 24$ und $f(1) = 3 \cdot (\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$ ist.
C, weil $f(-3) = 3 \cdot 2^3 = 24$ und $f(1) = 3 \cdot 2^{-1} = \frac{3}{2}$ ist.

13 **A**, **D**

14 zum Beispiel:

streng monoton wachsend: f mit $f(x) = 1,5^x$, g mit $g(x) = 2,7^x$, h mit $h(x) = 10^x$

streng monoton fallend: f mit $f(x) = 0,5^x$, g mit $g(x) = 0,7^x$, h mit $h(x) = 0,1^x$

15 a. C b. D

16 **A** und **D**, weil f eine streng monoton wachsende Funktion ist und daher für alle x aus $[2; 3]$ die Funktionswerte $f(x)$ im Intervall $[f(2); f(3)]$, also im Intervall $[2^2; 2^3] = [4; 8]$ liegen.

17 Es gibt keine reelle Zahl, deren Quadrat -2 ist. Daher ist $(-2)^{\frac{1}{2}}$ nicht definiert. Ebenso gibt es keine reelle Zahl, deren 4. Potenz -2 ist, daher ist auch $(-2)^{\frac{1}{4}}$ nicht definiert. Vermutung: Wenn a eine ungerade ganze Zahl, b eine grade ganze Zahl $\neq 0$ ist, und a und b keine gemeinsamen Teiler haben, dann ist $(-2)^{\frac{a}{b}}$ nicht definiert.

19 a. um 25% c. um 6,09% e. um 41,42%

b. um 4,04% d. um 200% f. um 237,5%

20 a. um 10% c. um 36,39% e. um 20%

b. um 75% d. um 27,1% f. um 25%

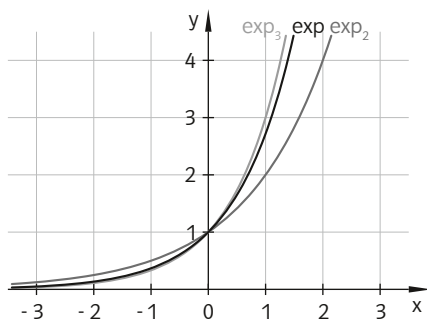
22 a. $a = 1,1$ b. $a = 1,17$ c. $a = 1,002$ d. $a = 1,005$

23 a. $b = 0,97$ b. $b = 0,85$ c. $b = 0,992$ d. $b = 0,995$



ggb/tns
x534s2

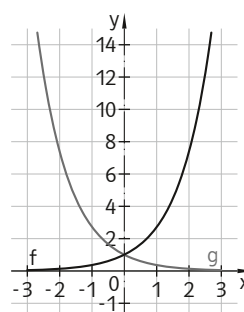
24



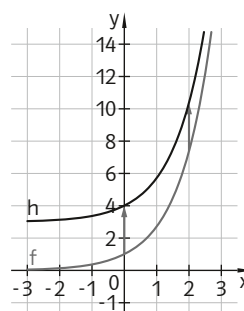
Für $x < 0$ verläuft der Graph von $\exp$ oberhalb des Graphen von $\exp_3$ und unterhalb des Graphen von $\exp_2$. Für $x > 0$ verläuft der Graph von $\exp$ oberhalb des Graphen von $\exp_2$ und unterhalb des Graphen von $\exp_3$.

25

x	f(x)	g(x)
-3	0,050	20,086
-2	0,135	7,389
-1	0,368	2,718
0	1,000	1,000
1	2,718	0,368
2	7,389	0,135
3	20,086	0,050

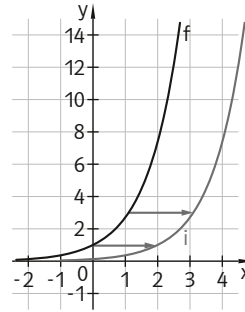


x	f(x)	h(x)
-3	0,050	3,050
-2	0,135	3,135
-1	0,368	3,368
0	1,000	4,000
1	2,718	5,718
2	7,389	10,389
3	20,086	23,086



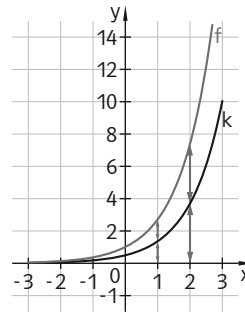
c.

x	f(x)	i(x)
-3	0,050	0,007
-2	0,135	0,018
-1	0,368	0,050
0	1,000	0,135
1	2,718	0,368
2	7,389	1,000
3	20,086	2,718

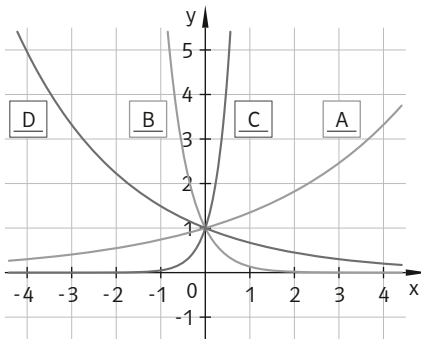


d.

x	f(x)	k(x)
-3	0,050	0,025
-2	0,135	0,068
-1	0,368	0,184
0	1,000	0,500
1	2,718	1,359
2	7,389	3,695
3	20,086	10,043



26

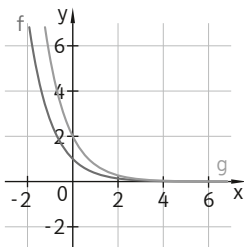


A – gelb und C – grün, weil beide Funktionen mit $k > 0$ streng monoton wachsend sind und A mit $k = 0,3$ weniger stark wächst als C mit $k = 3$.
 B – rot und D – blau, weil beide Funktionen mit $k < 0$ streng monoton fallend sind und B mit $k = -2$ schneller fällt als D mit $k = -0,4$.

27

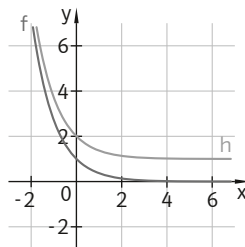
a.

x	e^{-x}	$2e^{-x}$
-2	7,39	14,78
-1	2,72	5,44
0	1	2
1	0,37	0,74
2	0,14	0,27
3	0,05	0,1
4	0,02	0,04



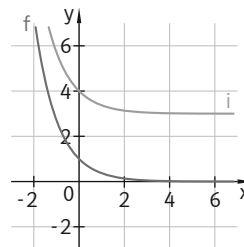
b.

x	e^{-x}	$e^{-x} + 1$
-2	7,39	8,39
-1	2,72	3,72
0	1	2
1	0,37	1,37
2	0,14	1,14
3	0,05	1,05
4	0,02	1,02



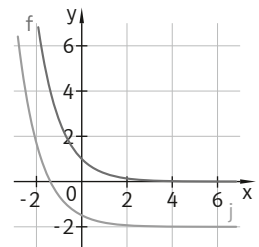
c.

x	e^{-x}	$e^{-x} + 3$
-2	7,39	10,39
-1	2,72	5,72
0	1	4
1	0,37	3,37
2	0,14	3,14
3	0,05	3,05
4	0,02	3,02



d.

x	e^{-x}	$\frac{1}{2}e^{-x} - 2$
-2	7,39	1,69
-1	2,72	-0,64
0	1	-1,5
1	0,37	-1,82
2	0,14	-1,93
3	0,05	-1,98
4	0,02	-1,99



28 **A, D**

30 a. $f(x) = 25 \cdot 125^x$

b. $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 16^x$

c. $f(x) = 27 \cdot 243^x$

d. $f(x) = 9 \cdot 3^x$

31 a. $f(x) = 4^{3x+1} = 4 \cdot 64^x$

b. $f(x) = 3^{2x-1} = \frac{1}{3} \cdot 9^x$

c. $f(x) = 2^{6x-3} = \frac{1}{8} \cdot 64^x$

d. $f(x) = 8^{\frac{x}{3}+1} = 8 \cdot 2^x$

32 a. D

b. C

33 a. e

c. a

e. c

g. f

b. a

d. b

f. d

h. b

35 a. $f(x) = e^{0,693x}$

c. $f(x) = e^{0,039x}$

e. $f(x) = e^{-0,357x}$

b. $f(x) = e^{1,740x}$

d. $f(x) = e^{0,007x}$

f. $f(x) = e^{-0,020x}$

36 a. A

b. B

37 Nein, Christoph hat die Aufgabe nicht richtig gelöst. 9^x und 3 darf nicht gekürzt werden. Richtig ist $9 = e^{\ln(9)}$, also ist $f(x) = \frac{2}{3} \cdot e^{\ln(9) \cdot x}$.

39 a. $f(x) = 7,389^x$

b. $f(x) = 0,449^x$

c. $f(x) = 1,649^x$

d. $f(x) = 0,050^x$

e. $f(x) = 2,858^x$

f. $f(x) = 0,368^x$

40 a. D

b. C

41 Ja, die Umformung ist korrekt. Es ist $e^{-4} \approx 0,0183$, daher ist $f(x) = e^{-4 \cdot x} = 0,0183^x$.

42 f mit $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = e^{-0,6931x}$

43 Siehe Schulbuch Seite 181.

44 Siehe Schulbuch Seite 181.

45 Siehe Schulbuch Seite 181.

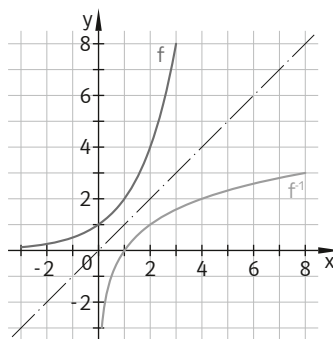
46 Siehe Schulbuch Seite 181.

47 Siehe Schulbuch Seite 181.

1.2 Logarithmusfunktionen

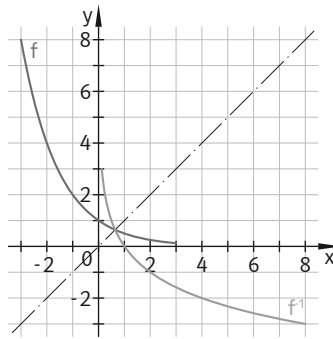
48

x	2^x
-3	0,125
-2,5	0,1768
-2	0,25
-1,5	0,3536
-1	0,5
-0,5	0,7071
0	1
0,5	1,4142
1	2
1,5	2,8284
2	4
2,5	5,6569
3	8

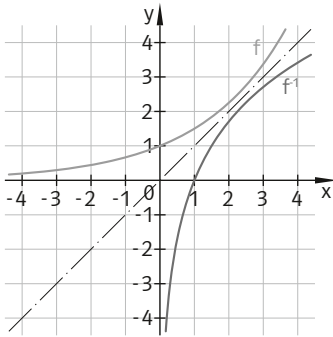


49

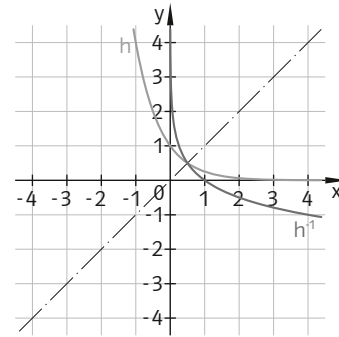
x	$0,5^x$
-3	8
-2,5	5,6569
-2	4
-1,5	2,8284
-1	2
-0,5	1,4142
0	1
0,5	0,7071
1	0,5
1,5	0,3536
2	0,25
2,5	0,1768
3	0,125



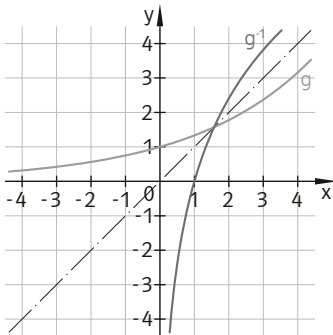
50 a.



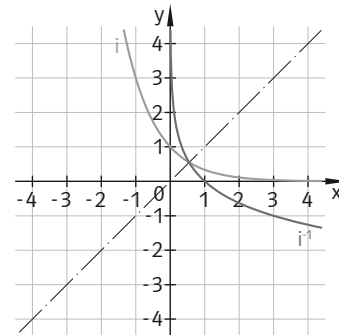
c.



b.



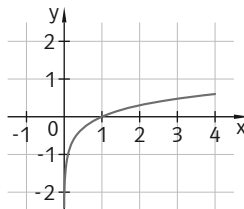
d.



- 51 a. f mit $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$; Umkehrfunktion: f^{-1} mit $f^{-1}(x) = \log_{\frac{3}{2}}(x)$
- b. g mit $g(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$; Umkehrfunktion: g^{-1} mit $g^{-1}(x) = \log_{\frac{4}{3}}(x)$
- c. h mit $h(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$; Umkehrfunktion: h^{-1} mit $h^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x)$
- d. i mit $i(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; Umkehrfunktion: i^{-1} mit $i^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x)$

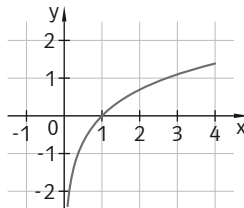
52 a.

x	lg(x)
0,5	-0,3
1	0
2	0,30
3	0,48
4	0,60



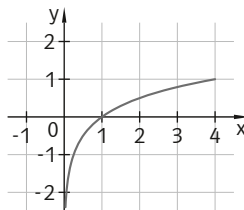
b.

x	ln(x)
0,5	-0,69
1	0
2	0,69
3	1,10
4	1,39



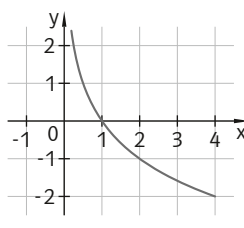
c.

x	log ₄ (x)
0,5	-0,5
1	0
2	0,50
3	0,79
4	1,00



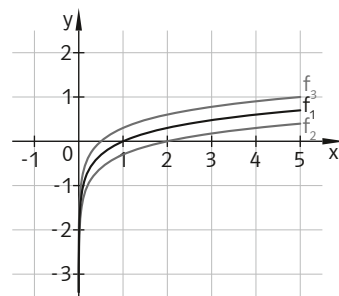
d.

x	log _{1/2} (x)
0,5	1
1	0
2	-1
3	-1,58
4	-2


ggb/tns
u4s39z

53 a.

x	f ₁ (x)	f ₂ (x)	f ₃ (x)
0,5	-0,301	-0,602	0
1	0	-0,301	0,301
1,5	0,176	-0,125	0,477
2	0,301	0	0,602
2,5	0,398	0,097	0,699
3	0,477	0,176	0,778
3,5	0,544	0,243	0,845
4	0,602	0,301	0,903
4,5	0,653	0,352	0,954
5	0,699	0,398	1

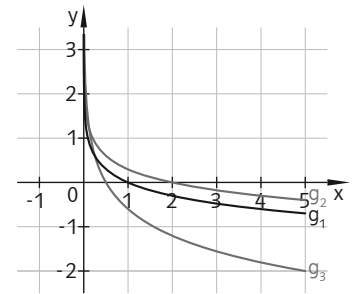


Für alle positiven reellen Zahlen a, b ist $\lg(ab) = \lg(a) + \lg(b)$. Daher gilt für alle positiven Zahlen x : $f_2(x) = \lg(x) + \lg\left(\frac{1}{2}\right) = f_1(x) - \lg(2)$ und $f_3(x) = \lg(x) + \lg(2) = f_1(x) + \lg(2)$.

Daher erhalten wir den Graphen von f_2 bzw. f_3 , indem wir den Graphen von f_1 um $-\lg(2)$ bzw. $+\lg(2)$ entlang der y -Achse verschieben.

b.

x	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$
0,5	0,301	0,602	0
1	0	0,301	-0,602
1,5	-0,176	0,125	-0,954
2	-0,301	0	-1,204
2,5	-0,398	-0,097	-1,398
3	-0,477	-0,176	-1,556
3,5	-0,544	-0,243	-1,690
4	-0,602	-0,301	-1,806
4,5	-0,653	-0,352	-1,908
5	-0,699	-0,398	-2



Für alle positiven reellen Zahlen a, b ist $\lg(ab) = \lg(a) + \lg(b)$ und $\lg\left(\frac{a}{b}\right) = \lg(a) - \lg(b)$.

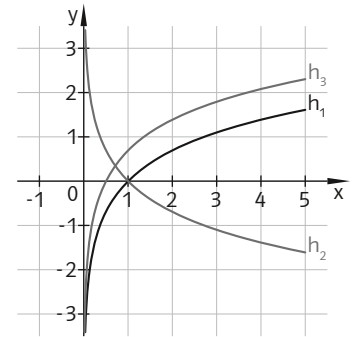
Daher gilt für alle positiven Zahlen x : $g_2(x) = \lg\left(\frac{1}{x}\right) + \lg(2) = g_1(x) + \lg(2)$ und

$g_3(x) = 2 \cdot \lg\left(\frac{1}{x}\right) + 2 \cdot \lg\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot g_1(x) - 2 \cdot \lg(2)$.

Daher erhalten wir den Graphen von g_2 , indem wir den Graphen von g_1 um $+\lg(2)$ entlang der y-Achse verschieben. Den Graphen von g_3 erhalten wir, indem wir den Graphen von $2 \cdot g_1$ um $-2 \cdot \lg(2)$ entlang der y-Achse verschieben.

c.

x	$h_1(x)$	$h_2(x)$	$h_3(x)$
0,5	-0,693	0,693	0
1	0	0	0,693
1,5	0,405	-0,405	1,099
2	0,693	-0,693	1,386
2,5	0,916	-0,916	1,609
3	1,099	-1,099	1,792
3,5	1,253	-1,253	1,946
4	1,386	-1,386	2,079
4,5	1,504	-1,504	2,197
5	1,609	-1,609	2,303



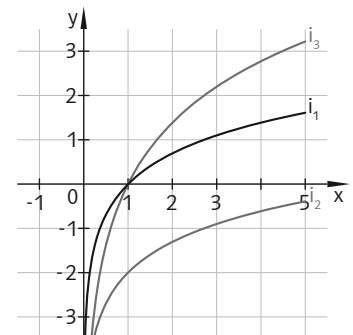
Für alle positiven reellen Zahlen a, b ist $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ und $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$.

Daher gilt für alle positiven Zahlen x : $h_2(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right) = -f_1(x)$ und $h_3(x) = \ln(2) + h_1(x)$.

Daher erhalten wir den Graphen von h_2 , indem wir den Graphen von h_1 an der x-Achse spiegeln. Den Graphen von h_3 erhalten wir, indem wir den Graphen von f_1 um $\ln(2)$ entlang der y-Achse verschieben.

d.

x	$i_1(x)$	$i_2(x)$	$i_3(x)$
0,5	-0,693	-2,693	-1,386
1	0	-2	0
1,5	0,405	-1,595	0,811
2	0,693	-1,307	1,386
2,5	0,916	-1,084	1,833
3	1,099	-0,901	2,197
3,5	1,253	-0,747	2,506
4	1,386	-0,614	2,773
4,5	1,504	-0,496	3,008
5	1,609	-0,391	3,219



Den Graphen von i_2 erhalten wir, indem wir den Graphen von i_1 entlang der y-Achse um -2 verschieben. Den Graphen von i_3 erhalten wir, indem wir jeden Punkt $(a | b)$ des Graphen von i_1 durch $(a | 2b)$ ersetzen.

54 **A, D**

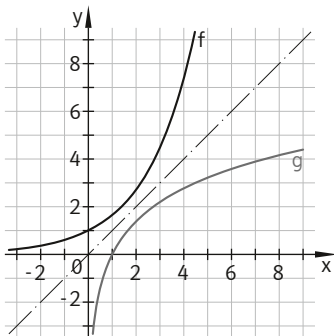
Der Graph der Funktion f in **A** ist monoton wachsend, schneidet die x -Achse in $(1|0)$, $f(2^2) = 2 \cdot f(2)$ und $f(\frac{1}{2}) = -f(2)$. Daher könnte f eine Logarithmusfunktion sein.

Der Graph der Funktion in **B** schneidet die y -Achse, daher kann er nicht Graph einer Logarithmusfunktion sein.

Die Funktion g , deren Graph in **C** gezeichnet ist, kann keine Logarithmusfunktion sein, weil $g(2^2) > 2 \cdot g(2)$ ist.

Der Graph der Funktion h in **D** ist monoton fallend, schneidet die x -Achse in $(1|0)$, $h(2^2) = 2 \cdot h(2)$ und $h(\frac{1}{2}) = -h(2)$. Daher könnte h eine Logarithmusfunktion sein.

55

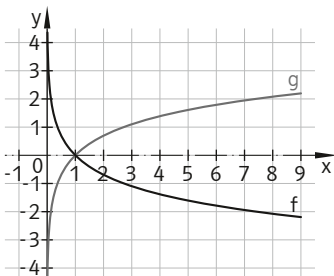


Der Graph der Funktion f ist streng monoton wachsend und weniger „steil“ als der Graph der Funktion Exponentialfunktion $x \mapsto e^x$.

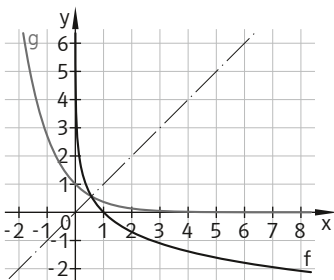
Die Umkehrfunktion von f ist $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2 \ln(x)$.



56



Wegen $f(x) = \ln(\frac{1}{x}) = \ln(1) - \ln(x) = -\ln(x)$ (für alle positiven reellen Zahlen x) ist $f(x) = -g(x)$. Den Graphen von f erhalten wir durch Spiegeln des Graphen von g an der x -Achse.



Die Graphen der Umkehrfunktionen erhält man, indem man die Graphen der Funktionen an der 1. Mediane (das ist die Gerade durch $(0|0)$ und $(1|1)$) spiegelt.

58 **A, D**

59 Ist eine Exponentialfunktion f mit $f(x) = a^x$ streng monoton wachsend (d.h. $a > 1$), dann ist auch ihre Umkehrfunktion streng monoton wachsend. Ebenso gilt, wenn eine Exponentialfunktion streng monoton fallend ist (d.h. $0 < a < 1$), dann ist auch ihre Umkehrfunktion streng monoton fallend. Daher haben zum Beispiel die Funktionen f, g, h mit $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = 1,5^x$ streng monoton wachsende Umkehrfunktionen und die Funktionen a, b, c mit $a(x) = (\frac{1}{2})^x$, $b(x) = (\frac{1}{3})^x$, $c(x) = (\frac{3}{4})^x$ streng monoton fallende Umkehrfunktionen.

60 Siehe Schulbuch Seite 181.

61 Siehe Schulbuch Seite 181.

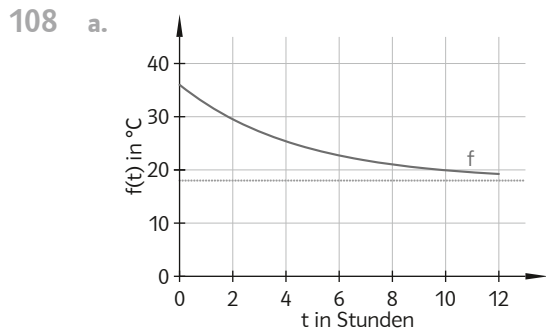
1.3 Wachstums- und Abnahmeprozesse

- 63 N mit $N(t) = 1250 \cdot t$
- 64 N mit $N(t) = 20 + 5 \cdot t$
- 65 a. N mit $N(t) = 1,5 + 0,25 \cdot t$ b. 14 Tage
- 66 a. $N(t) = 47360 + 320 \cdot t$
b. 164 160 km
c. nach 164,5 Tagen, also im Laufe des 165. Tages dieses Jahres
- 67 a. $N(t) = 50 + \frac{5}{4} \cdot t$ b. um 11:56 Uhr c. um 10:20 Uhr
- 68 a. 1,5 cm b. h mit $h(t) = 160 - 1,5t$ c. 149,5 cm
- 69 a. 60 Stück b. N mit $N(t) = 2400 - 60t$ c. nach 8 Tagen
- 71 a. E mit $E(t) = 12 \cdot 1,025^t$
b. nach 5 Jahren: 13,577 Mio. Einwohner/innen; nach 7,5 Jahren: 14,441 Mio. Einwohner/innen;
nach 20 Jahren: 19,66 Mio. Einwohner/innen
c. 11,422 Einwohner/innen
d. $6,35 \cdot 10^{17}$ Einwohner/innen. Für diesen Zeitraum liefert das Modell kein sinnvolles Ergebnis mehr.
- 72 a. K mit $K(t) = 18\,000 \cdot 1,0075^t$
b. 18 685,20 €
c. nach 14,1 Jahren
d. Diese Annahme ist nicht sinnvoll, da die Zinssätze schwanken, besonders für lange Zeiträume ist diese Annahme daher nicht sinnvoll.
- 73 a. B mit $B(t) = 10\,000 \cdot 1,5^t$
b. in 5 Stunden: 75 938 Bakterien; in 8 Stunden: 256 289 Bakterien
c. vor 3 Stunden: 2 963 Bakterien
d. in 9,65 Stunden
- 74 a. B mit $B(t) = 10\,000 \cdot 1,75^t$
b. in 2 Stunden: 30 625 Bakterien; in 4 Stunden: 93 789 Bakterien
c. vor 0,5 Stunden: 7 559 Bakterien
- 75 a. V mit $V(t) = 1400 \cdot 1,25^t$ b. ca. 13 040 Viren c. nach ca. 28,5 Stunden
- 76 a. ca. 18 min b. ca. 133 min
- 78 a. N mit $N(t) = 0,3 \cdot 2^{\frac{t}{2}}$
b. 0,42 Mrd. €
c. $N(14) = 1,51$ Mrd.€; Das Modell unterschätzt die tatsächliche Entwicklung.
- 79 a. $N(t) = 42 \cdot 2^{\frac{t}{90}}$
b. 59,4 g
c. $1,8 \cdot 10^{11}$ g; Dieses Ergebnis ist nicht realistisch, die Hefe würde, zum Beispiel wegen Nahrungsmangel, aufhören zu wachsen.
- 81 a. 1,03 % b. 2118 c. 992 Mrd. Menschen
d. Das Modell ist für lange Zeiträume nicht realistisch, da die Nahrungsmittelressourcen für zum Beispiel 992 Mrd. Menschen nicht reichen.

- 82 a. E mit $E(t) = 20 \cdot 1,1^t$
b. am 12. Tag
c. Am 45. Tag müsste Elias dann mehr als 24 Stunden laufen, ein Tag hat aber nur 24 Stunden.
- 83 a. f mit $f(t) = 4 \cdot 1,079^t$
b. Bereits in knapp 3 Jahren, also 2017, sollten der Prognose entsprechend über 5 Mio. Menschen im Oman leben.
c. In ca. 9 Jahren nach 2014, also im Jahr 2023, sollte (wenn sich die Prognosen bewahrheiten) eine Verdopplung auf 8 Mio. Menschen erfolgt sein.
- 84 a. f mit $f(t) = 2400 \cdot 1,03^t$
b. nach 8 Jahren
c. Die Gehälter würden sich in ca. 23 Jahren verdoppeln. Aus unternehmerischer Sicht wird die Erhöhung wohl vom wirtschaftlichen Erfolg des Betriebs abhängen und daher nicht jedes Jahr gleich sein.
- 85 –
- 86 I. a. 3 552 586 $\approx$ 3,6 Mio. Einwohner/innen
b. 3,48–3,63 Mio. Einwohner/innen
c. 3,39–3,73 Mio. Einwohner/innen
d. Wachstumsfaktor
e. 3,31–3,80 Mio. Einwohner/innen
f. –
II. a. 5 258 696 $\approx$ 5,3 Mio. Einwohner/innen
b. 5,15–5,37 Mio. Einwohner/innen
c. 4,78–5,79 Mio. Einwohner/innen
d. Wachstumsfaktor
e. 4,68–5,91 Mio. Einwohner/innen
f. –
- 88 a. $\tau \approx 2,31$ b. $\tau \approx 64$ c. $\tau \approx 167,83$ d. $\tau \approx 9$
- 89 a. 0,00043 b. nach 2142 Jahren
- 90 a. nach 18,6 Tagen b. 7,43 % der Ausgangsmenge c. 8,3 %
- 91 a. nach 8,95 Jahren b. 63,84 % der Ausgangsmenge c. 2,46 %
- 92 ca. 159 453 Jahre
- 93 a. vor 17,6 Jahren b. bis zu 52,8 Jahre
- 94 a. ca. 14 275 Jahre b. ca. 38 335 Jahre
- 95 ca. 17 650 Jahre
- 96 ca. 40 Stunden
- 98 a. $f(t) = 100 \cdot 0,93^t$ b. 67,09 %
- 99 a. 6 cm b. 1,6 cm c. nach 113 s
- 100 a. $c = 1013$; $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5500}} = 0,999874$ b. 628 mbar c. 1068 mbar
- 101 Die Funktion f ist auf $\mathbb{R}^+$ monoton wachsend, ihr Graph nähert sich der Geraden durch (0 | K), die parallel zur x-Achse ist, aber erreicht sie nie.
Je kleiner c und a (mit $0 < a < 1$) sind, desto schneller wächst die Funktion. Der Graph ist für kleine Argumente „steil“ und wird dann immer „flacher“.
- 102 Je größer K ist, desto größer werden die Funktionswerte für große Argumente. Je näher a bei 1 ist, desto langsamer verläuft das Wachstum. Je größer c ist, desto niedriger ist der Anfangswert $N(0)$.
- 103 a. logistisches Wachstum b. lineares Wachstum c. lineares Wachstum
- 104 a. lineares Wachstum b. exponentielles Wachstum c. beschränktes Wachstum

- 106 a. exponentielles Wachstum c. beschränktes Wachstum
b. logistisches Wachstum d. exponentielle Abnahme

- 107 a. beschränktes Wachstum, Kapazitätsgrenze: U_0
b. exponentielle Abnahme
c. beschränktes Wachstum, Kapazitätsgrenze: T_k
d. logistisches Wachstum, Kapazitätsgrenze: K



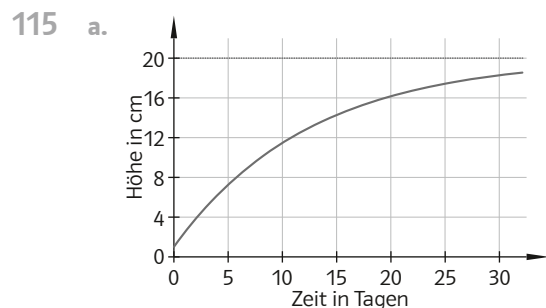
- b. 36°C
c. 9,85 h
d. 4,23 h

109 –

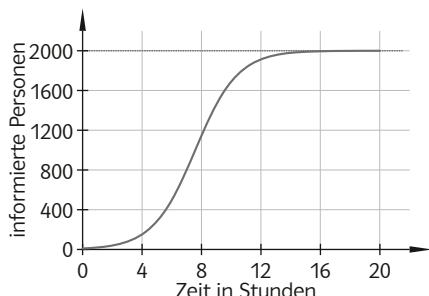
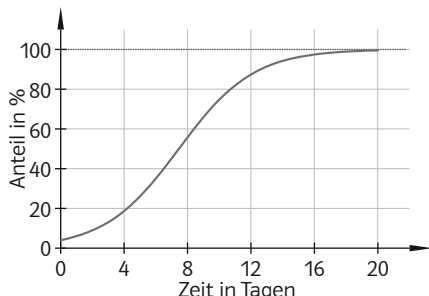
- 111 a. beschränktes Wachstum, N mit $N(t) = 600 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t\right)$
b. logistisches Wachstum, N mit $N(t) = \frac{800}{1 + 7 \cdot 0,2^t}$
c. logistisches Wachstum, N mit $N(t) = \frac{400}{1 + 7 \cdot 0,2^t}$
d. beschränktes Wachstum, N mit $N(t) = 1000 \cdot (1 - 0,8 \cdot 0,6^t)$

- 113 a. N mit $N(t) = 535 \cdot \left(1 - \left(\frac{105}{107}\right)^t\right)$
b. 231 Sticker
c. Nach ca. 145 Tagen hätte Anda $145 \cdot 2 = 290$ Packungen um insgesamt 174 € gekauft.

- 114 a. N mit $N(t) = 420 \cdot \left(1 - \left(\frac{67}{40}\right)^t\right)$
b. ca. 149 Sticker
c. 70 Einkäufe
d. Eher nicht. Bei 70 Einkäufen wären das pro Woche ca. 6 Einkäufe, Frau Müller müsste daher täglich einkaufen gehen.



- b. 11,46 cm
c. 20 cm
d. 8,02 Tage

- 116**
- N mit $N(t) = 100 \cdot \left(1 - \left(\frac{97}{100}\right)^t\right)$
 - ca. 37 Überraschungen
 - Nein, dafür müsste sie die Großmutter ca. 75-mal besuchen, was sich in einem Jahr bei einem Besuch pro Woche nicht ausgeht.
- 117**
- $K = 150$; $c = 1$; $a = 0,82$; $N(t) = 150 \cdot (1 - 0,82^t)$
 - 50 Zeitschriften
 - 386 €
 - 10,6 Tage
 - Man berechnet die Differenz der Zeitschriften, die er bis zum n -ten Tag verkauft hat und den Zeitschriften, die er bis zum Tag davor verkauft hat, also $N(n) - N(n-1)$.
- 119**
- Da die Anzahl der Fische am Anfang exponentiell wächst, aber es eine Kapazitätsgrenze gibt, ist das Wachstum voraussichtlich logistisch.
 - $N(t) = \frac{2000}{1 + 9 \cdot \left(\frac{179}{189}\right)^t}$
 - 321 Fische
- 120**
- $N(t) = \frac{1400}{1 + 16,5 \cdot \left(\frac{328}{363}\right)^t}$
 - ca. 281 Einwohner/innen
 - ca. 28 Tage
- 121**
- $f(t) = \frac{2000}{1 + 199 \cdot 0,4975^t}$
 - 
 - 283 Personen
 - ca. 7,5 Stunden
 - alle Personen
 - Zum Beispiel, dass sich Nachrichten zwischen verschiedenen Gruppen der Schulgemeinschaft (Lehrpersonen, Klassen ...) ebenso verbreiten wie innerhalb dieser Gruppen. Oder, dass sich das Gerücht in den Nachtstunden ebenso rasch verbreitet wie am Tag.
- 122**
- $f(t) = \frac{100}{1 + 24 \cdot \left(\frac{47}{72}\right)^t}$
 - 
 - 18,66 %
 - nach ca. 7,45 Tagen

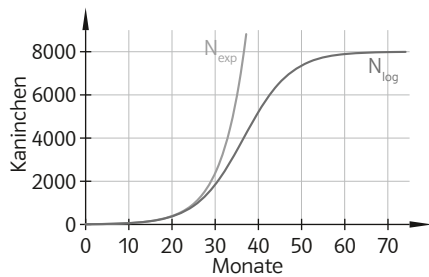
- e. nach ca. 20 Tagen
- f. Nein, weil es vermutlich bald ein aktives Virenschutzprogramm dagegen gibt.

123

a. $N_{\text{exp}}(t) = 10 \cdot 1,2^t$

b. $N_{\text{log}}(t) = \frac{8000}{1 + 799 \cdot \left(\frac{1997}{2397}\right)^t}$

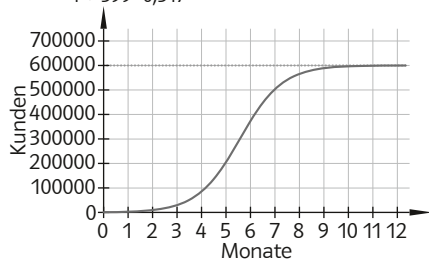
c.



nach ca. 30 Monaten

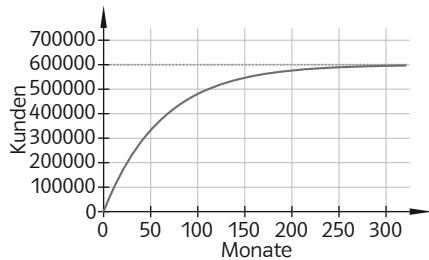
124

a. $f(t) = \frac{600000}{1 + 599 \cdot 0,317^t}$



600 000 werden nie erreicht, aber nach 10 Monaten sind es bereits 596 340 Kund/innen.

b. $f(t) = 600000 \cdot \left(1 - \frac{599}{600} \cdot 0,984^t\right)$



600 000 werden nie erreicht, aber nach 250 Monaten sind es bereits 589 378 Kund/innen.

125 Siehe Schulbuch Seite 181.

126 Siehe Schulbuch Seite 181.

127 Siehe Schulbuch Seite 181.

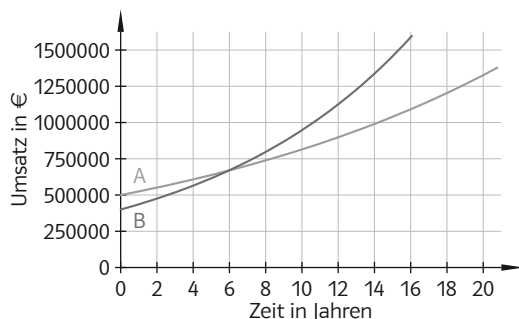
128 Siehe Schulbuch Seite 181.

129 Siehe Schulbuch Seite 181.

Zusammenfassende Aufgaben

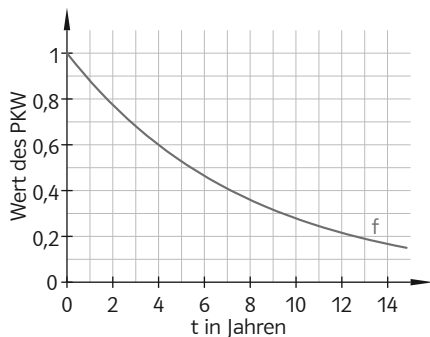
- 130 a. $6,87 \cdot 10^{10}$ Bakterien
b. ca. 13 Stunden und 17 Minuten

- 131 a. A mit $A(t) = 500\,000 \cdot 1,05^t$ und B mit $B(t) = 400\,000 \cdot 1,09^t$
b.



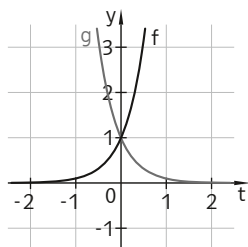
- c. ca. nach 6 Jahren
d. nach genau 5,97 Jahren
e. Nein, weil das Umsatzwachstum der beiden Firmen eine Kapazitätsgrenze hat.

- 132 a. f mit $f(t) = 0,88^t$ (Nennwert des Wagens: 1)
b.



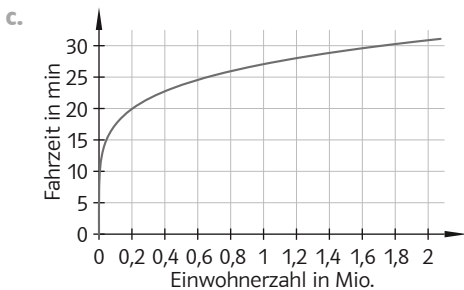
- c. 5,4 Jahre
d. 27,85%

133



Den Graphen von g erhält man, indem man den von f an der y-Achse spiegelt.
Der Graph von f ist monoton wachsend, der von g monoton fallend.

- 134 a. 27 min
b. zum Beispiel für Graz (260 000 Einwohner/innen): 21 min



- 135 a. $a = 0,5882$; $c = 319\,999$ b. 21 Tage
136 a. ca. 0,79% b. 581,3 Tage

137 **B**, **C**

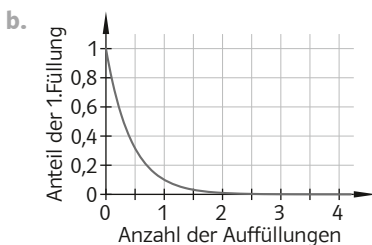
A ist falsch, ein Gegenbeispiel ist $0,5^{-1} = 2 > 1$.

B ist richtig. Für $a > 1$ ist a^t streng monoton wachsend. Für $t = 0$ ist $a^t = 1$, daher muss für $t < 0$ auch $a^t < 1$ sein.

C ist richtig, denn es ist $a^t = a^{s+(t-s)} = a^s a^{t-s}$. Wenn $s < t$ ist, ist $t-s > 0$, also $\exp_a(s) = a^s < a^t = \exp_a(t)$, wenn $a > 1$ ist.

D ist falsch, denn **C** und **D** können nicht beide gleichzeitig richtig sein.

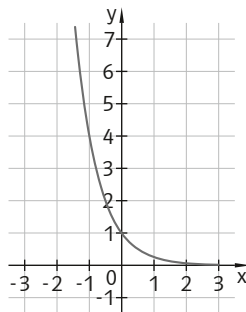
- 138 a. R mit $R(t) = 0,1^t = 10^{-t}$ ($R(t)$... Restmenge der Erstfüllung nach t Füllungen in Prozent)



- c. fast nichts mehr, $10^{-8}\% = 10^{-10}$
d. nach 3 Füllungen

139

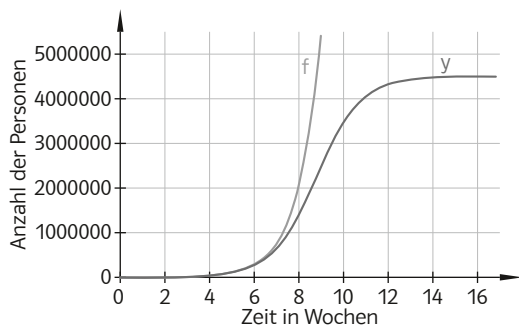
x	$\left(\frac{1}{4}\right)^x$
-3	64,000
-2	16,000
-1	4,000
0	1,000
1	0,250
2	0,063
3	0,016



- 140 a. 918 018,40 € b. nach 6,5 Jahren
141 a. 0,93 g b. ca. 38 Tage c. um 16,7%

- 142 a. $f(t) = 700 \cdot \left(\frac{19}{7}\right)^t$
- b. ca. 5,6 Millionen Personen ($f(9) = 5\,597\,551$)
- c. ca. 8 Wochen und 2 Tage ($t = 7,275$)
- d. $y(t) = \frac{4\,500\,000}{1 + 6427,57 \cdot 0,3683^t}$
- e. 2,5 Millionen Personen ($y(9) = 2\,498\,024$)
- f. ca. 12 Wochen ($t = 10,98$)

g.



ab der 8. Woche

2 Zins- und Zinseszinsrechnung

2.1 Endliche geometrische Folgen und Reihen

- 144** a. (1, 3, 6, 10, 15, 21) c. (2, 9, 14, 23, 26, 32, 36) e. (1, 5, 14, 30, 55, 91)
b. (2, 6, 12, 20, 30) d. (5, 7, 11, 14, 15, 15, 22) f. (4, 0, 4, 0, 4, 0, 4)
- 145** a. C b. B
- 147** a. keine geometrische Folge; Reihe: (1, 4, 9, 16, 25)
b. keine geometrische Folge; Reihe: (1, 7, 18, 34, 55)
c. geometrische Folge; Anfangsglied: 2; Quotient: 2; Reihe: (1, 3, 10, 21)
d. keine geometrische Folge; Reihe: (1, 2, 4, 7, 12, 20, 33)
e. keine geometrische Folge; Reihe: (1, 5, 14, 30, 55)
f. geometrische Folge; Anfangsglied: 1; Quotient: 3; Reihe: (1, 4, 13, 40, 121)
- 149** a. Folge: (1, 2, 4, 8, 16); Reihe: (1, 3, 7, 15, 31)
b. Folge: (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1); Reihe: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)
c. Folge: (2, 6, 18, 54); Reihe: (2, 8, 26, 80)
d. Folge: (2, 10, 50, 250); Reihe: (2, 12, 62, 312)
e. Folge: (800, 960, 1152, 1382,4); Reihe: (800, 1760, 2912, 4294,4)
f. Folge: (156, 78, 39, 19,5); Reihe: (156, 234, 273, 292,5)
- 151** a. $a_0 = 1,5$; $q = 2$; $a_n = 1,5 \cdot 2^{n-1}$; (1,5, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768)
b. $a_0 = 8,75$; $q = 0,8$; $a_n = 8,75 \cdot 0,8^{n-1}$; (8,75, 7, 5,6, 4,48, 3,584, 2,867, 2,294, 1,835, 1,468, 1,174)
c. $a_0 = 33,635$; $q = 0,268$; $a_n = 33,635 \cdot 0,268^{n-1}$
(33,635, 9, 2,408, 0,644, 0,172, 0,046, 0,012, 0,003, $8,839 \cdot 10^{-4}$, $2,365 \cdot 10^{-4}$)
d. $a_0 = 125$; $q = \frac{1}{5}$; $a_n = 125 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$; $\left(125, 25, 5, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}, \frac{1}{3125}, \frac{1}{15625}\right)$
e. $a_0 = 99$; $q = \frac{1}{3}$; $a_n = 99 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$; $\left(99, 33, 11, \frac{11}{3}, \frac{11}{9}, \frac{11}{27}, \frac{11}{81}, \frac{11}{243}, \frac{11}{729}, \frac{11}{2187}\right)$
f. $a_0 = 1000$; $q = \frac{1}{2}$; $a_n = 1000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; $\left(1000, 500, 250, 125, \frac{125}{2}, \frac{125}{4}, \frac{125}{8}, \frac{125}{16}, \frac{125}{32}, \frac{125}{64}\right)$
- 152** a. (320, 480, 720, 1080, 1620, 2430) b. (3125, 1250, 500, 200, 80, 32)
- 154** a. (250 000, 200 000, 160 000, 128 000, 102 400, 81 920) b. 922 320 Exemplare
- 155** Laufstrecke in km der ersten 10 Wochen: 5; 5,5; 6,05; 6,66; 7,32; 8,05; 8,86; 9,74; 10,72; 11,79
Distanz von mehr als 40 km: in der 23. Woche
- 156** a. (2 560; 2 688; 2 822,40; 2 963,52; 3 111,70; 3 267,28)
b. (2 560; 5 248; 8 070,40; 11 033,92; 14 145,62; 17 412,90)
c. In den ersten 5 Wochen wurde insgesamt ein Umsatz von 14 145,62 € erzielt.
- 157** 0,000006%; also beinahe nichts

158 a. 0,4 mm

b.

Anzahl der Faltungen	Seitenlänge in mm	Dicke in mm
0	1	0,1
1	0,5	0,4
2	0,25	1,6
3	0,125	6,4
4	0,063	25,6
5	0,031	102,4
6	0,016	409,6

c. ab 6 Faltungen

160 a. (4, 6, 7, 7,5, 7,75)

b. (3, 9, 21, 45, 93)

c. (−5, −20, −65, −200, −605)

d. (2048, 3072, 3584, 3840, 3968)

161 a. arithmetische Folge; $d = 5$; $s_{80} = 16\,443$

b. arithmetische Folge; $d = -2$; $s_{10} = -22$

c. geometrische Folge; $q = 3$; $s_{20} = 5,23 \cdot 10^9$

d. arithmetische Folge; $d = 1,5$; $s_{100} = 7\,676$

e. geometrische Folge; $q = \frac{1}{3}$; $s_{40} = 13,5$

f. geometrische Folge; $q = 4$; $s_{16} = 1,72 \cdot 10^{10}$

162 Die Summanden bilden eine geometrische Folge mit Anfangsglied 2 und Quotienten 3.
Summe: 6560

163 a. D b. A

164 1616057,48 €

165 a. 95,37 Minuten

b. 5 Stunden und 1 Minute

166 1588,633 €

167 a. $s_n = 28\,000 \cdot \frac{1,15^n - 1}{0,15}$ b. 812 046,69 €

168 138,0 km

170 a. (3 000; 2 387,03; 1 899,30; 1 511,23; 1 202,45)

b. ca. 60 %

171 a. (200 000; 138 282,80; 95 610,66; 66 106,55)

b. ca. 77,15 %

172 (338 753,39; 271 002,71; 216 802,17; 173 441,73)

174 29 Jahre

175 Siehe Schulbuch Seite 181.

176 Siehe Schulbuch Seite 181.

177 Siehe Schulbuch Seite 181.

178 Siehe Schulbuch Seite 181.

179 Siehe Schulbuch Seite 181.

180 Siehe Schulbuch Seite 181.



2.2 Zinseszinsrechnung

181

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
p	2	3	4,5	3,25	1,25	10
i	0,02	0,03	0,045	0,0325	0,0125	0,1
q	1,02	1,03	1,045	1,0325	1,0125	1,1

182 a. C b. D

184 507,50 €

185 a. 1002,50 € b. 810 € c. 5112,50 € d. 654,88 €

186 a. B b. C

188 436,16 €

189 a. 1298,91 € b. 1655,71 € c. 2122,72 € d. 1925,55 €

190 ☒ D

192 5,92 % p.a.

193 1,924 % p.a.

194 9,051 % p.a.

195 –

197 4683,96 €

198 4187,42 €

199 a. 1000 € b. 500 € c. 800 € d. 1000 €

200 a. C b. A

201 $3\% \Rightarrow K_0 = 8626,09\text{ €}; 0,15\% \Rightarrow K_0 = 9925,34\text{ €}$

Die Aussage stimmt nicht, weil 0,15 % ein 20stel von 3 % ist, aber 9925,34 nicht das 20-Fache von 8626,09 ist.

203 a. 20263,18 € b. 20266,66 €

204 a. 1002,05 € b. 1002,08 €

205 a. 3028,80 € b. 3029,16 €

206 a. 15122,33 € b. 15123,95 €

207 a. 38204,30 € b. 38205,47 €

208 a. 137410,76 € b. 137418,46 €

209 a. I. 6017,10 €; II. 6372,20 € b. I. 6017,37 €; II. 6373,14 €

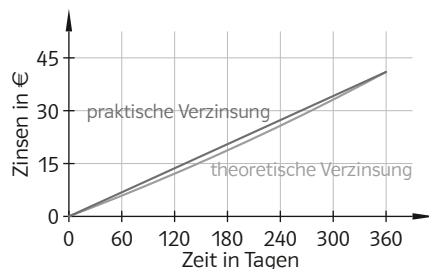
210 a. C b. B

211 a. 24,98 € b. 40,81 €



ggb/xls/tns
vs6vi7

212 a./b.



- c. Je größer der Zinssatz ist, desto größer ist der Unterschied. Zum Zeitpunkt 0 Tage und zum Zeitpunkt 360 Tage liefern beide Methoden das gleiche Ergebnis, der Unterschied ist zum Zeitpunkt 180 Tage am größten.



Link
5ic3wp

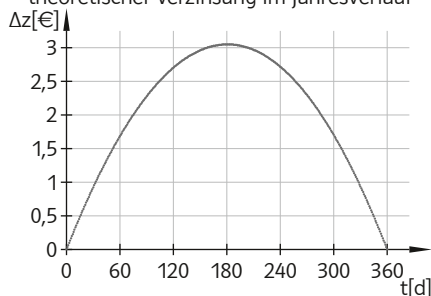
213 Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.



ggb/xls
cz868m

214

- a. die praktische Verzinsung
b. am Anfang und am Ende des Jahres
c. am 180. Tag des Bankjahres, also am 30. Juni
d. Zinsdifferenz zwischen praktischer und theoretischer Verzinsung im Jahresverlauf



216 7157,23 €

217 6768,61 €

218 **B**

220 21 Jahre, 1 Monat und 19 Tage

221 3 Jahre, 2 Monate und 15 Tage

222 a. C b. D

223 a. 23 Jahre und 162 Tage b. 23 Jahre und 162 Tage c. 23 Jahre und 162 Tage

- 224 a. Dunja hat recht. Wenn sich ein Kapital K nach n Jahren verdoppelt hat, dann ist $2 \cdot K = K \cdot q^n$, daher $2 = q^n$, $\ln(2) = n \cdot \ln(q)$ und $n = \frac{\ln(2)}{\ln(q)}$.
b. Branko hat auch recht. Wenn sich ein Kapital K nach n Jahren verdreifacht hat, dann ist $3 \cdot K = K \cdot q^n$, also $3 = q^n$, $\ln(3) = n \cdot \ln(q)$ und $n = \frac{\ln(3)}{\ln(q)}$.
c. Wenn ein Kapital K nach n Jahren auf das 5-Fache angewachsen ist, dann ist $5 \cdot K = K \cdot q^n$, also $5 = q^n$, $\ln(5) = n \cdot \ln(q)$ und $n = \frac{\ln(5)}{\ln(q)}$.

225 Siehe Schulbuch Seite 181.

226 Siehe Schulbuch Seite 181.

- 227 Siehe Schulbuch Seite 181.
 228 Siehe Schulbuch Seite 181.
 229 Siehe Schulbuch Seite 181.
 230 Siehe Schulbuch Seite 181.

2.3 Anwendungen im Bankwesen

- 232 947,87€
 233 5123,37€
 234 a. 11200,04€ b. 11200,45€
 235 a. 7235,41€ b. 7235,57€
 236 a. B b. D
 238 Zinsen: 24,62€; KEST: 6,16€
 239 a. 16,93€ b. 12,70€
 240 Zinsen: 26,22€; Guthaben: 1159,66€
 241 Zinsen: 30,59€; Guthaben: 1207,94€
 242 $0,0375 = 3,75\% \text{ p.a.}$
 243 Unterschiede ergeben sich in der Berechnung der Tage bei 360 Tagen Bankjahr.
 244 Luis hat nicht recht, er hat die 25% KEST nicht korrekt abgezogen. Korrekt wäre $2,25\% \cdot 0,75 = 1,6875\%$ und somit $10\,000 \cdot 1,6875\% = 168,75\text{€}$.
 246 Endwert: 58 027,04€; $i_{\text{eff}} = 3,02\%$; $i_{\text{nom}} = 3\%$
 247 Endwert: 12 701,11€; $i_{\text{eff}} = 3,03\%$; $i_{\text{nom}} = 3\%$
 248 Endwert: 5 372,89€; $i_{\text{eff}} = 2,43\%$; $i_{\text{nom}} = 2,4\%$
 249 Endwert: 9 407,41€; $i_{\text{eff}} = 6,09\%$; $i_{\text{nom}} = 6\%$
 250 5 380,28€
 251 750,76€
 252 3 476,29€
 253 6 499,60€
 254 a. D b. C
 255 a. 2,120% b. 2,117% c. 2,111%
 257 10 Jahre, 2 Monate und 26 Tage
 258 10 Jahre und 27 Tage
 259 4 Jahre, 3 Monate und 11 Tage
 260 10 Jahre, 9 Monate und 1 Tag
 261 ☒ C



xls
e98h7s

- 262** a. 19,60 Jahre b. 19,43 Jahre c. 19,34 Jahre d. 19,28 Jahre

Alle vier Zinssätze entsprechen einem nominellen Jahreszinssatz von 3,6% p.a. Bei monatlicher Kapitalisierung verdoppelt sich das Kapital am schnellsten, der Unterschied ist allerdings nicht allzu groß.

263

Zinsfuß p	Verdoppelungszeit in Jahren	
	exakt	Faustregel
0,5	138,98	140
1	69,66	70
1,5	46,56	46,67
2	35,00	35
2,5	28,07	28
3	23,45	23,33
3,5	20,15	20
4	17,67	17,5
4,5	15,75	15,56
5	14,21	14
5,5	12,95	12,73
6	11,90	11,67
6,5	11,01	10,77
7	10,24	10
7,5	9,58	9,33
8	9,01	8,75
8,5	8,50	8,24
9	8,04	7,78
9,5	7,64	7,37
10	7,27	7

Die nach der Faustregel berechnete Zahl ist für die untersuchten Zinssätze ab einem Zinssatz von 2% kleiner als die exakt berechnete.

- 264** a. ca. 56 Semester = 28 Jahre b. bei ca. 4,375%

265 bei 3,53% p.s.

266 bei 2,51% p.q.

268 4 263,55 €

- 269** a. 22 187,71 € b. 22 213,07 € c. 22 226,04 € d. 22 234,80 €

270 zurückzahlender Betrag: 8 490,91 €; effektiver Jahreszinssatz: 6,136% p.a.

271 Weil bereits unter dem Jahr Zinseszinsen anfallen.

273 $i_4 = 0,0198 = 1,98\%$ p.q.; $i_{12} = 0,00656 = 0,656\%$ p.m.; $i_{\text{eff}} = 0,0816 = 8,16\%$ p.a.

- 274** a. nicht äquivalent b. äquivalent c. nicht äquivalent

275

	p.a.	p.s.	p.q.	p.m.
a.	4%	1,98%	0,99%	0,33%
b.	5,06%	2,5%	1,24%	0,41%
c.	2,52%	1,25%	$\frac{5}{8}\%$	0,21%
d.	2,02%	1%	0,50%	$\frac{1}{6}\%$

276

	i_{eff}	i_2	i_4	i_{12}
a.	0,0353	0,0175	0,0087	0,0029
b.	0,0428	0,0212	0,0105	0,0035
c.	0,0425	0,0210	0,0105	0,0035
d.	0,0614	0,0302	0,015	0,0050

277

	q	q_2	q_4	q_{12}
a.	1,0509	1,0252	1,0125	1,0041
b.	1,0932	1,0455	1,0225	1,00745
c.	1,0575	1,0283	1,0141	1,0047
d.	1,0506	1,025	1,0124	1,0041

- 278 a. 4% p.a. < 2% p.s. < 1% p.q. c. 2,2% p.q. < 9,15% p.a. < 0,75% p.m.
 b. 1,45% p.q. < 3% p.s. < 6,1% p.a. d. 0,6% p.m. < 1,825% p.q. < 3,75% p.s.

- 279 a. Die Schätzung ist für den Monatszinssatz am schlechtesten, weil durch die 12-malige Verzinsung der Zinseszins stärker wirkt. Zum Beispiel für 3% p.s. ergibt sich ein jährlicher Zinssatz von $1,03^2 - 1 = 6,09\%$, aber für 0,5% p.m. ergibt sich ein Zinssatz von $1,005^{12} - 1 = 6,168\%$.
 b. Ja, weil bei höherem Zinssatz der Zinseszinsseffekt stärker wirken kann. Zum Beispiel bei 0% p.a. ergibt sich bei der Schätzung kein Fehler, bei 6% p.a. und einer Schätzung von 3% p.s. ergibt sich ein relativer Fehler von 1,5% und bei 9% p.a. und 4,5% p.s. ergibt sich ein relativer Fehler von 2,2%.

- 281 a. 84312,20€ b. 6043,91€ c. 7612,81€ d. 4922,60€

- 282 a. 3,56% p.a. b. 2,79% p.a. c. 1,13% p.a.

283 Siehe Schulbuch Seite 181.

284 Siehe Schulbuch Seite 181.

285 Siehe Schulbuch Seite 182.

286 Siehe Schulbuch Seite 182.

287 Siehe Schulbuch Seite 182.

288 Siehe Schulbuch Seite 182.

289 Siehe Schulbuch Seite 182.

Zusammenfassende Aufgaben

290 8946,33€

291 2 Jahre und 196 Tage

292 102129,94€

293 4,564% p.a.

294 25863,73€

295 3 Jahre, 8 Monate und 23 Tage

296 a. $G_n = 15000 \cdot 1,05^{n-1}$ b. $G_n = 15000 \cdot \frac{1,05^n - 1}{1,05 - 1}$ c. $G_{12} = 238756,90€$

297 28 Jahre und 4 Tage

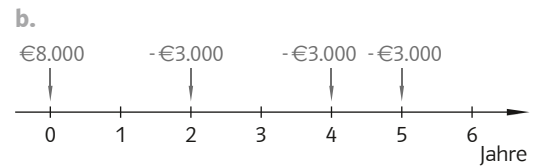
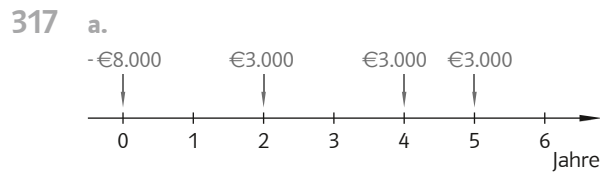
- 298** a. 50 406,25 € b. 50 403,96 €
- 299** a. 18 446 744 073 709 551 615 = 18 Trillionen 446 Billiarden 744 Billionen 73 Milliarden 709 Millionen 551 Tausend 615
b. $184\,467\,440\,737\text{m}^3 \approx 184,467\text{km}^3$
c. $5\,692,5\text{m} \approx 5,7\text{km}$
d. –
- 300** A D B C
- 301** Zinsen: 83,53 €; Guthaben: 8 012,65 €
- 302** 10 250 €
- 303** 7 Jahre, 11 Monate und 8 Tage
- 304** 9 282,60 €
- 305** 28 Jahre und 4 Tage
- 306**
- | | p.a. | p.s. | p.q. | p.m. |
|----|--------|--------|---------|----------|
| a. | 2,45 % | 1,22 % | 0,61 % | 0,20 % |
| b. | 1,51 % | 0,75 % | 0,375 % | 0,12 % |
| c. | 3,02 % | 1,5 % | 0,75 % | 0,25 % |
| d. | 0,98 % | 0,49 % | 0,24 % | 0,0815 % |
- 307** a. 40 226,94 € b. 40 225,17 €
- 308** a. 20 764,24 € b. 1,26 % p.a.
- 309** 2,125 % p.a.
- 310** 3 072,70 €
- 311** a. 15 % p.a. b. 15,7625 % p.a.
- 312** a. 11 258,99 € c. 11 270,92 € e. 11 274,96 €
b. 11 266,91 € d. 11 273,61 €

3 Rentenrechnung

3.1 Zahlungsströme

314 a. Freitag b. Samstag c. 186 €

315 a. im 5., 7. und 12. Monat b. 21,56 €

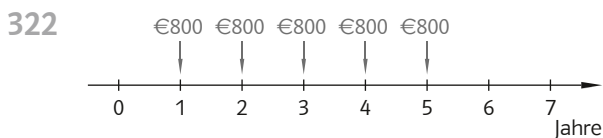


318 a. Sicht des Kreditnehmers

b. Sicht der Bank

320 a. 10 357,10 € b. 10 069,69 €

321 a. 10 602,27 € b. 10 289,77 €



a. 4 246,39 € b. 4 183,58 €

324 1955,03 €

325 a. Barwert: 2 245,84 €; Endwert: 2 654,50 € b. Man erhält den Endwert.

326 Siehe Schulbuch Seite 182.

327 Siehe Schulbuch Seite 182.

328 Siehe Schulbuch Seite 182.

3.2 Grundlagen der Rentenrechnung

330 Endwert: 9 887,14 €; Barwert: 7 927,61 €

331 31 371,42 €

332 Endwert: 22 707,24 €; Barwert: 15 926,41 €

333 a. 4 301,33 € b. 18 351,36 € c. 17 783,11 € d. 4 716,25 €

334 a. 44 069,19 € b. 35 471,57 € c. 5 672,90 €

335 a. 41 645,47 € b. 39 290,76 €

337 16 103,37 €

338 86 503,87 €

339 18 997,79 €

340 a. 8 008,74 € b. 12 518,13 € c. 5 129,16 € d. 4 880,41 €

341 a. Endwert: 383 137,62 €; Barwert: 245 921,46 €

b. Endwert: 493 450,56 €; Barwert: 205 899,68 €

Der kleinere Zinssatz führt zum höheren Barwert, der größere Zinssatz zum höheren Endwert.

342 Da die Zahlungen jeweils am Jahresbeginn erfolgen, liegt jede der vorschüssigen Raten ein Jahr länger auf dem Konto als die entsprechende nachschüssige Rate.

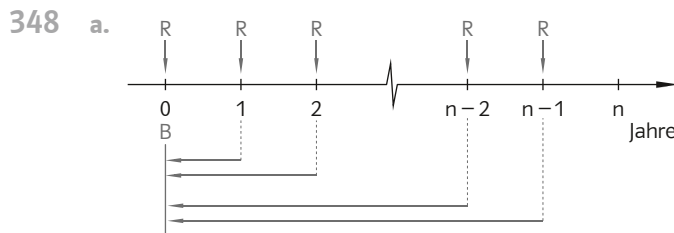
343 Da für die vorschüssige Rente $E_{\text{vor}} = R \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ist und für die nachschüssige Rente $E_{\text{nach}} = R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ist, ist $E_{\text{nach}} = \frac{E_{\text{vor}}}{q}$. Der Endwert der vorschüssigen Rente muss durch den Aufzinsungsfaktor dividiert werden, um den Endwert der nachschüssigen Rente zu erhalten.

344 1680,05 €

345 3630,33 €

346 28 504,99 €

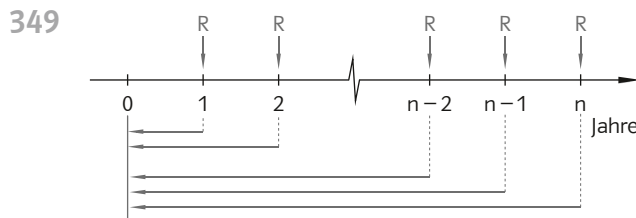
347 a. 80er Jahre: 13 206,78 €; 2015: 10 476,00 € b. um 20,68 %



b.
$$B = R + R \cdot q^{-1} + R \cdot q^{-2} + \dots + R \cdot q^{-(n-2)} + R \cdot q^{-(n-1)} =$$

$$= R + R \cdot (q^{-1}) + R \cdot (q^{-1})^2 + \dots + R \cdot (q^{-1})^{n-2} + R \cdot (q^{-1})^{n-1} =$$

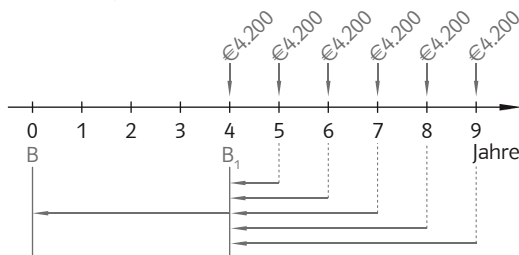
$$= R + R \cdot v + R \cdot v^2 + \dots + R \cdot v^{n-2} + R \cdot v^{n-1} = R \cdot (1 + v + v^2 + \dots + v^{n-2} + v^{n-1}) = R \cdot \frac{v^n - 1}{v - 1}$$



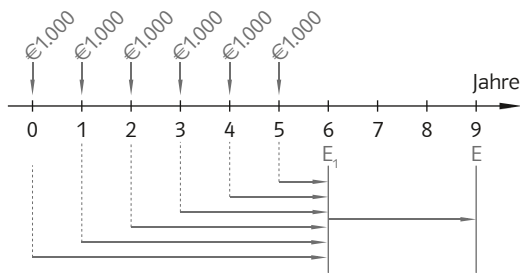
$$B = R \cdot q^{-1} + R \cdot q^{-2} + \dots + R \cdot q^{-(n-1)} + R \cdot q^{-n} = R \cdot (q^{-1}) + R \cdot (q^{-1})^2 + \dots + R \cdot (q^{-1})^{n-1} + R \cdot (q^{-1})^n =$$

$$= R \cdot v + R \cdot v^2 + \dots + R \cdot v^{n-1} + R \cdot v^n = R \cdot v \cdot (1 + v + \dots + v^{n-2} + v^{n-1}) = R \cdot v \cdot \frac{v^n - 1}{v - 1}$$

351 B = 22 611,99 €



352 $E = 6453,73 \text{ €}$



- 355 a. Endwert: 51400,14 €; Barwert: 34540,08 €
b. Endwert: 100104,66 €; Barwert: 52202,39 €
c. Endwert: 16202,08 €; Barwert: 13947,87 €

- 356 a. Endwert: 21959,06 €; Barwert: 13715,57 €
b. Endwert: 22543,73 €; Barwert: 19625,68 €
c. Endwert: 116079,58 €; Barwert: 58337,64 €

- 357 a. Endwert: 6418,70 €; Barwert: 5604,52 €
b. Endwert: 10589,46 €; Barwert: 8856,89 €
c. Endwert: 27931,03 €; Barwert: 24067,26 €

- 358 a. Endwert: 101533,40 €; Barwert: 79196,92 €
b. Endwert: 47492,79 €; Barwert: 39695,97 €
c. Endwert: 17013,91 €; Barwert: 14792,69 €

359 **D**

360 **E**

361 8475,51 €

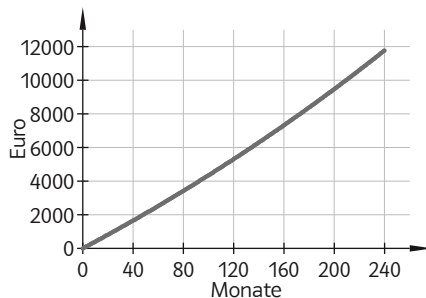
362 a. 3812,16 € b. 6597,81 €

363 a. 558,70 €

- b. Die 2000 €, die Gregor schon heute besitzt, bringen ihm in den nächsten 2 Jahren ebenfalls Zinsen ein. Daher ist zunächst der Endwert dieser 2000 € zu bestimmen. Der Betrag, der dann noch auf die 14000 € fehlt, ist durch 24 vorschüssige Monatsraten anzusparsen. Die Höhe dieser Raten ist 472,04 €.

364 127385,16 €

365 Die Präsentation könnte unter anderem folgende Grafik enthalten:



366 a. 406,57 € b. 1224,48 €

367 5990,81 €

368 57,81 €

369 a. 101,79 €

b. Da der monatliche Zinssatz etwas geringer ausfällt, wenn der gegebene Zinssatz der Effektivzinssatz ist, müssen die Raten im Gegenzug etwas höher sein, um auf denselben Endwert zu kommen. In diesem Fall wären die Monatsraten um 0,01 € höher.

370 a. 137,65 €

b. 139,25 €. Georg müsste ohne Zinsen monatlich um 1,60 € mehr zahlen. Er erhält von der Bank in diesem Zeitraum daher insgesamt $12 \cdot 1,60 \text{ €} = 57,60 \text{ €}$ Zinsen.

372 Den maximalen Endwert, den Martin erzielen kann, erreicht er bei einem Zinssatz von $2,5\% \cdot 0,75 = 1,875\% \text{ p.a.}$ nach KEST. Er beträgt 3 141,30 €. Den minimalen Endwert erzielt er bei einem Zinssatz von $0,5\% \cdot 0,75 = 0,375\% \text{ p.a.}$ nach KEST. Er beträgt 3 027,77 €. Daher kann Martin damit rechnen, einen Endwert zwischen 3 027,77 € und 3 141,30 € zu erhalten.

374 65 868,95 €

375 6 824,57 €

376 Valentina wollte herausfinden, wie lange sie von ihrem angelegten Geld monatlich vorschüssig einen Betrag von 4 000 € beziehen kann. Die KEST von 25 % hat sie dabei berücksichtigt. Da n in diesem Zusammenhang der Anzahl der Monate entspricht, erhält sie nach Division durch 12 die Anzahl der Jahre. Sie kann daher 35 Jahre lang von diesem Geld monatlich vorschüssig 4 000 € abheben.

378 a. 41 889,49 €

b. 4 952,61 €

379 I. a. 4 458,48 €

b. 79,37 €

II. a. 4 340,35 €

b. 76,02 €

380 85 302,03 €

Der Barwert einer 10jährigen nachschüssigen Jahresrente von 10 000 € bei 3 % p.a. beträgt 85 302,03 €. Um diese Rente beziehen zu können, müssen also zu Beginn mindestens 85 302,03 € angelegt werden.



ggb/xls/tns
xp996u

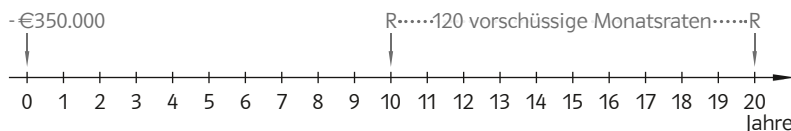
381 a. 11 954,75 €

b. 12 950,46 €

383 2179,33 €

384 613,89 €

385 a. -€350.000



b. 3 987,37 €

386 290,76 €

388 1 380,09 €

389 a. 6 355,13 €

b. 3 150,00 €

c. 1 568,17 €

d. 521,21 €

390 a. 6 160,46 €

b. 3 083,40 €

391 302 233,37 €

392 2 225,02 €

393 a. 346 599,01 € b. 224 204,21 € c. Für die ewige Rente sind um 122 394,80 € mehr erforderlich.

- 394** Siehe Schulbuch Seite 182.
395 Siehe Schulbuch Seite 182.
396 Siehe Schulbuch Seite 182.
397 Siehe Schulbuch Seite 182.

Zusammenfassende Aufgaben

- 398** a. 12790,83 € b. 12080,06 € c. 2931,79 €
- 399** Lisa kann mehr Guthaben vorweisen, da Lisa vorschüssig einzahlt, Sophie aber nachschüssig. Lisa verzinst ihre Gelder daher um ein Monat länger als Sophie und erhält dadurch mehr Zinsen.
- 400** a. 22950,60 € b. 3747,22 €
-  **401** 3,387% p.a.
- 402** 254402,24 €
- 403** Endwert: 22966,93 €; Barwert: 17941,73 €
- 404** 147,97 €
- 405** a. keine Jahresrente, da die Zahlungen nicht gleich hoch sind
 b. Jahresrente mit 10 Jahren Laufzeit und Rate 100 €
 c. keine Jahresrente, da die Zahlungen nicht jedes Jahr stattfinden

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 5. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 406–429 sind im Schulbuch auf den Seiten 182–183 zu finden.

4 Schuldtilgung und Äquivalenzprinzip

4.1 Kreditraten

- 431 a. 2486,76 € c. 4388,95 € e. 6124,95 €
b. 960,86 € d. 896,57 €

432 37525,31 €

- 433 a. 175,84 € b. 3992,96 €

434 a. 1465,50 €

- b. Die Berechnung der nachschüssigen Rate unterscheidet sich von der Berechnung der vorschüssigen Rate nur dadurch, dass $K_0 \cdot q^n$ durch $\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$ dividiert wird und nicht durch $\left(q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$.
Die nachschüssige Rate ist demnach um den Faktor q größer. Da $q = \sqrt[4]{1,0215^2} \approx 1,01069$ ist, ist die nachschüssige Rate um 1,069% höher. Diesen Prozentsatz würde man auch erhalten, wenn man die nachschüssige Rate direkt berechnet und anschließend mit der vorschüssigen Rate vergleicht.

436 ca. 16 Jahre (191,55 Monate)

437 40 Raten

438 Nein, allein die Zinsen für den ersten Monat betragen 1222,23 € und sind somit größer als die Rate. Die Schulden werden immer größer.

439 Nein, denn die Zinsen im ersten Monat betragen bereits 1052,33 €.

$$\begin{aligned}
 440 \quad R \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} &= K_0 \cdot q^n & | \cdot (q - 1) \\
 R \cdot (q^n - 1) &= K_0 \cdot q^n \cdot (q - 1) \\
 R \cdot q^n - R &= K_0 \cdot q^n \cdot (q - 1) & | + R - K_0 \cdot q^n \cdot (q - 1) \\
 R \cdot q^n - K_0 \cdot q^n \cdot (q - 1) &= R & | q^n \text{ herausheben} \\
 q^n \cdot (R - K_0 \cdot (q - 1)) &= R & | : (R - K_0 \cdot (q - 1)) \\
 q^n &= \frac{R}{R - K_0 \cdot (q - 1)} & | \ln \\
 n \cdot \ln(q) &= \ln\left(\frac{R}{R - K_0 \cdot (q - 1)}\right) & | : \ln(q) \\
 n &= \ln\left(\frac{R}{R - K_0 \cdot (q - 1)}\right) : \ln(q)
 \end{aligned}$$

- 442 a. 91 Vollraten b. 286,19 € c. 287,92 €

- 443 a. 81 Vollraten b. 18,36 € c. 18,45 €

444 124 Vollraten; Teilrate: 873,62 €

445 32 Vollraten; Teilrate: 3869,96

- 446 a. 23-mal b. 820,77 €

- 448 a. 137 Vollraten b. 75,07 € c. 75,44 €

- 449 a. 118 Vollraten b. 761,09 € c. 765,99 €

- 450 a. 54 Jahre und 8 Monate; Teilrate: 829,55 € b. 2483,04 €

451 308 Vollraten; Teilrate: 177,59 €

452 167 Vollraten; Teilrate: 597,08 €

453 Siehe Schulbuch Seite 183.

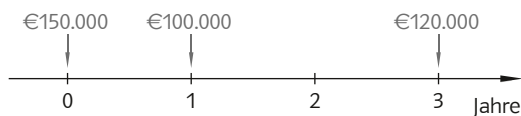
454 Siehe Schulbuch Seite 183.

455 Siehe Schulbuch Seite 183.

4.2 Vergleich von Zahlungen

457 136 652,66 €

458 a. Angebot I:



Angebot II:



b. $B_I = 363\,280,21\text{€}$; $B_{II} = 357\,002,66\text{€}$; Angebot I ist aus Sicht des Landwirts besser.

459 Angebot I [Angebot I: 148 288,97 €; Angebot II: 147 508,00 €]

Aus Sicht der Verkäuferin ist das Angebot mit dem höheren Barwert besser. Da der Barwert von Angebot I 148 288,97 € und der Barwert von Angebot II nur 147 508,00 € beträgt, ist Angebot I besser.

460 40 823,70 €

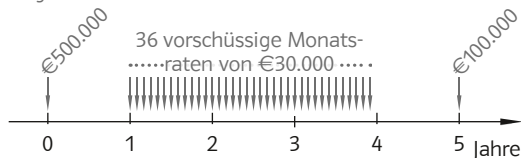
461 2 335,97 €

462 a. Der Barwert des Angebots von Händler 2 ist mit 73 064,21 € kleiner als der des Angebotes von Händler 1 mit 73 448,60 €. Somit sollte Frau Hurtig den Sportwagen bei Händler 2 kaufen.

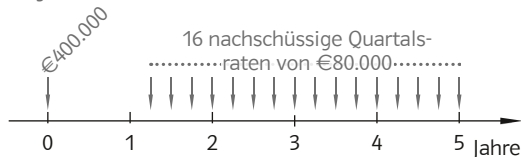
b. Beispielsweise ist bei einem Zinssatz von 4 % p.a. der Barwert des Angebots von Händler 1 kleiner, also dessen Angebot besser.

463 Angebot B [Angebot A: 25 974,85 €; Angebot B: 26 049,51 €]

464 a. Angebot A:



Angebot B:



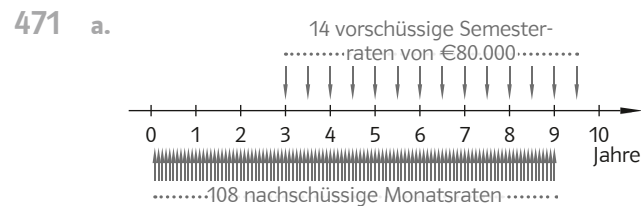
b. Angebot A [Angebot A: 1414 081,93 €; Angebot B: 1349 553,56 €]

- 465** a. Herrn Antensteiners Angebot ist das beste, denn der Barwert seines Angebots ist mit 18,97 Mio. € am größten, gefolgt von Herrn Chagaris mit 18,21 Mio. € und Herrn Bärntalers mit 15,82 Mio. €.
 b. Ja, Herrn Chagaris Angebot ist nun das beste Angebot, denn der Barwert seines Angebots ist mit 16,12 Mio. € am größten, gefolgt von Herrn Antensteiners mit 15,72 Mio. € und Herrn Bärntalers mit 13,71 Mio. €.

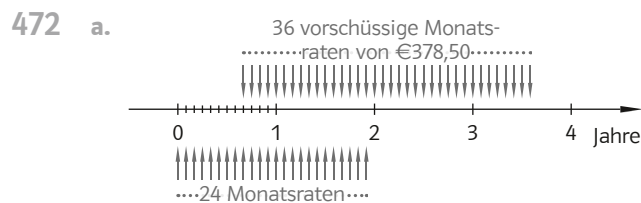
467 1123,99 €

468 1164,68 €

469 a. 832,55 € b. 832,31 €



b. 498,30 €



b. 545,62 €

473 991,55 €

474 2641,62 €

475 997,68 €

476 2272,99 €

477 a. für das Angebot von Frau Huber b. 3,91%

479 21796,57 €

480 63 422,83 €

481 200 812,50 €

482 19 963,64 €

483 101 258,67 €

485 26,199 % p.a.

- 486** a. 36 Monate: 15,6 % p.a.; 12 Monate: 17,04 % p.a.
 b. Für die kürzere Laufzeit sind mehr Zinsen zu bezahlen als für die längere Laufzeit, was eher nicht gerechtfertigt ist.

487 23,24 % p.a.

489 a. 6,13 % p.a. b. 7,17 % p.a.

490 a. 6,05 % p.a. b. 6,48 % p.a.

491 10,39% p.a.

492 2,74% p.s.

493 Siehe Schulbuch Seite 183.

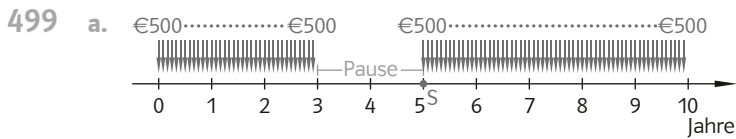
494 Siehe Schulbuch Seite 183.

495 Siehe Schulbuch Seiten 183 und 184.

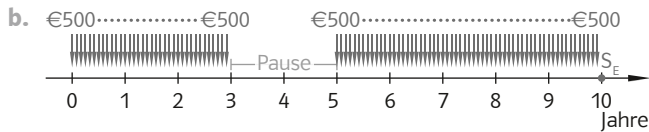
496 Siehe Schulbuch Seite 184.

497 Siehe Schulbuch Seite 184.

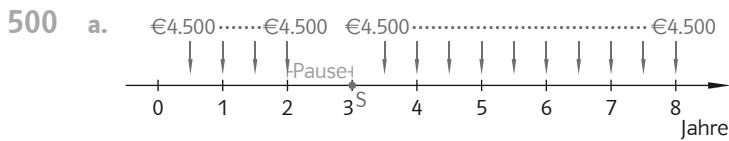
4.3 Rentenkonvertierung



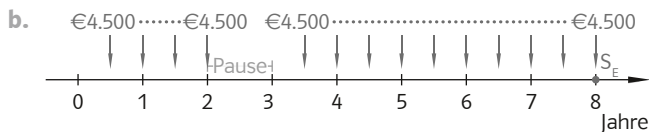
12 345,45 €



14 138,92 €



9 072,54 € am Ende des 3. Jahres



10 645,82 €

502 a. 440,93 €

b. 533,44 €

503 a. 1317,33 €

b. 1553,50 €

504 a. 12 785,37 €

b. I. 2 432,37 € II. 2 555,50 € III. 103,77 €

505 a. 13 979,19 €

b. I. 1219,41 € II. 1499,72 € III. 16,05 €

506 a. 15 593,99 €

b. I. 3 813,69 € II. 4 839,51 € III. 89,51 €

507 a. 786,82 €

b. 3 000,29 €

508 a. 41 853,57 €

b. auf 71 655,41 €

510 a. 1200 519,45 €

b. 1 008 202,14 €

511 a. 57 303,85 €

b. 46 840,92 €

512 a. 935,12 €

b. 833,67 €

- 514 a. 1607,08 € b. um 20 Monate
- 515 a. 1274,07 €
b. Wenn die Teilrate erst einen Monat nach der letzten Vollrate gezahlt wird, verzögert sich die Rückzahlung um 20 Monate.
- 516 a. 11715,48 € b. um 2,5 Jahre; 6430,98 €
- 517 a. 505,45 € b. um 15 Monate
- 518 a. 1022,29 € b. um 10 Monate c. 166,92 €
- 519 a. 2744,65 € c. 2347,46 €
b. 236408,50 € d. I. 121 Vollraten II. 2673,52 € III. um 2 Jahre und 10 Monate
- 521 a. 1261,09 € b. 14 Vollraten, 2716,64 €
- 522 a. 959,52 € b. um 61 Monate
- 523 a. 1611,86 € b. 80 Vollraten c. 452,51 € d. um 27 Monate
- 524 a. 1069,20 € b. 95 Vollraten, Teilrate gemeinsam mit letzter Vollrate: 239,32 €
- 525 Siehe Schulbuch Seite 184.
- 526 Siehe Schulbuch Seite 184.
- 527 Siehe Schulbuch Seite 184.
- 528 Siehe Schulbuch Seite 184.
- 529 Siehe Schulbuch Seite 184.

4.4 Tilgungspläne

530 –

532

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				80 000,00 €
1	5 000,00 €	8 010,64 €	13 010,64 €	71 989,36 €
2	4 499,34 €	8 511,31 €	13 010,64 €	63 478,06 €
3	3 967,38 €	9 043,26 €	13 010,64 €	54 434,79 €
4	3 402,17 €	9 608,47 €	13 010,64 €	44 826,33 €
5	2 801,65 €	10 208,99 €	13 010,64 €	34 617,33 €
6	2 163,58 €	10 847,06 €	13 010,64 €	23 770,28 €
7	1 485,64 €	11 525,00 €	13 010,64 €	12 245,28 €
8	765,33 €	12 245,31 €	13 010,64 €	–0,03 €
		12 245,28 €		0,00 €

533 a. 12031,73 €

b.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	0,00 €	0,00 €	0,00 €	50 000,00 €
1	3 250,00 €	8 781,73 €	12 031,73 €	41 218,27 €
...	...	...	...	...
4	1 423,84 €	10 607,89 €	12 031,73 €	11 297,38 €
5	734,33 €	11 297,38 €	12 031,71 €	0,00 €

534 a. 4195,91 €

b.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	0,00 €	0,00 €	0,00 €	20 000,00 €
1	1400,00 €	2795,91 €	4195,91 €	17204,09 €
...	...	...	...	...
5	531,04 €	3664,87 €	4195,91 €	3921,45 €
6	274,50 €	3921,45 €	4195,95 €	0,00 €

535

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				10 000,00 €
1	400,00 €	1846,27 €	2246,27 €	8153,73 €
2	326,15 €	1920,12 €	2246,27 €	6233,61 €
3	249,34 €	1996,93 €	2246,27 €	4236,68 €
4	169,47 €	2076,80 €	2246,27 €	2159,88 €
5	86,40 €	2159,88 €	2246,28 €	0,00 €

537

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
6	4868,07 €	24405,86 €	29273,93 €	53483,19 €
7	3342,70 €	25931,23 €	29273,93 €	27551,96 €

538

Hinweis: Zunächst berechnen wir den Zinssatz wie folgt:

Die Restschuld im 7. Jahr war um den Tilgungsanteil von 12 643,40 € größer als die Restschuld von 61530,41 € im 8. Jahr, also $61530,41 € + 12\,643,40 € = 74\,173,81 €$. Da der Zinsanteil 5933,90 €

beträgt, ergibt sich der Zinssatz $i = \frac{5933,90}{74\,173,81} = 8\%$.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
9	4922,43 €	13654,86 €	18577,30 €	47875,54 €

539

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
20	1133,57 €	20610,38 €	21743,95 €	0,00 €

542

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				50 000,00 €
1	3250,00 €	5000,00 €	8250,00 €	45 000,00 €
2	2925,00 €	5000,00 €	7925,00 €	40 000,00 €
3	2600,00 €	5000,00 €	7600,00 €	35 000,00 €
4	2275,00 €	5000,00 €	7275,00 €	30 000,00 €
5	1950,00 €	5000,00 €	6950,00 €	25 000,00 €
6	1625,00 €	5000,00 €	6625,00 €	20 000,00 €
7	1300,00 €	5000,00 €	6300,00 €	15 000,00 €
8	975,00 €	5000,00 €	5975,00 €	10 000,00 €
9	650,00 €	5000,00 €	5650,00 €	5 000,00 €
10	325,00 €	5000,00 €	5325,00 €	0,00 €

543

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				150 000,00 €
1	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
2	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
3	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
4	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
5	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
6	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
7	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
8	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
9	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
10	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
11	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
12	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
13	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
14	9 375,00 €	0,00 €	9 375,00 €	150 000,00 €
15	9 375,00 €	150 000,00 €	159 375,00 €	0,00 €

544 a.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				10 000,00 €
1	575,00 €	0,00 €	575,00 €	10 000,00 €
2	575,00 €	0,00 €	575,00 €	10 000,00 €
3	575,00 €	0,00 €	575,00 €	10 000,00 €
4	575,00 €	0,00 €	575,00 €	10 000,00 €
5	575,00 €	10 000,00 €	10 575,00 €	0,00 €

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				10 000,00 €
1	575,00 €	2 000,00 €	2 575,00 €	8 000,00 €
2	460,00 €	2 000,00 €	2 460,00 €	6 000,00 €
3	345,00 €	2 000,00 €	2 345,00 €	4 000,00 €
4	230,00 €	2 000,00 €	2 230,00 €	2 000,00 €
5	115,00 €	2 000,00 €	2 115,00 €	0,00 €

- b. Die Zinsschuld ist immer teurer als eine Ratenschuld, da für das ganze Kapital über die gesamte Laufzeit Zinsen berechnet werden.

545 a. Annuitätenschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				50 000,00 €
1	3 000,00 €	8 869,82 €	11 869,82 €	41 130,18 €
2	2 467,81 €	9 402,01 €	11 869,82 €	31 728,17 €
3	1 903,69 €	9 966,13 €	11 869,82 €	21 762,04 €
4	1 305,72 €	10 564,10 €	11 869,82 €	11 197,94 €
5	671,88 €	11 197,94 €	11 869,82 €	0,00 €

b. Zinsschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				50 000,00 €
1	3 000,00 €	0,00 €	3 000,00 €	50 000,00 €
2	3 000,00 €	0,00 €	3 000,00 €	50 000,00 €
3	3 000,00 €	0,00 €	3 000,00 €	50 000,00 €
4	3 000,00 €	0,00 €	3 000,00 €	50 000,00 €
5	3 000,00 €	50 000,00 €	53 000,00 €	0,00 €

c. Ratenschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				50 000,00 €
1	3 000,00 €	10 000,00 €	13 000,00 €	40 000,00 €
2	2 400,00 €	10 000,00 €	12 400,00 €	30 000,00 €
3	1 800,00 €	10 000,00 €	11 800,00 €	20 000,00 €
4	1 200,00 €	10 000,00 €	11 200,00 €	10 000,00 €
5	600,00 €	10 000,00 €	10 600,00 €	0,00 €

546 a. Annuitätenschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				300 000,00 €
1	22 500,00 €	21 205,78 €	43 705,78 €	278 794,22 €
2	20 909,57 €	22 796,21 €	43 705,78 €	255 998,01 €
3	19 199,85 €	24 505,93 €	43 705,78 €	231 492,08 €
4	17 361,91 €	26 343,87 €	43 705,78 €	205 148,20 €
5	15 386,12 €	28 319,66 €	43 705,78 €	176 828,54 €
6	13 262,14 €	30 443,64 €	43 705,78 €	146 384,90 €
7	10 978,87 €	32 726,91 €	43 705,78 €	113 657,99 €
8	8 524,35 €	35 181,43 €	43 705,78 €	78 476,55 €
9	5 885,74 €	37 820,04 €	43 705,78 €	40 656,52 €
10	3 049,24 €	40 656,54 €	43 705,78 €	–0,03 €

b. Zinsschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				300 000,00 €
1	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
2	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
3	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
4	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
5	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
6	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
7	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
8	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
9	22 500,00 €		22 500,00 €	300 000,00 €
10	22 500,00 €		322 500,00 €	–

c. Ratenschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				300 000,00 €
1	22 500,00 €	30 000,00 €	52 500,00 €	270 000,00 €
2	20 250,00 €	30 000,00 €	50 250,00 €	240 000,00 €
3	18 000,00 €	30 000,00 €	48 000,00 €	210 000,00 €
4	15 750,00 €	30 000,00 €	45 750,00 €	180 000,00 €
5	13 500,00 €	30 000,00 €	43 500,00 €	150 000,00 €
6	11 250,00 €	30 000,00 €	41 250,00 €	120 000,00 €
7	9 000,00 €	30 000,00 €	39 000,00 €	90 000,00 €
8	6 750,00 €	30 000,00 €	36 750,00 €	60 000,00 €
9	4 500,00 €	30 000,00 €	34 500,00 €	30 000,00 €
10	2 250,00 €	30 000,00 €	32 250,00 €	–

- 547 a. Es handelt sich um eine Ratenschuld, da der Tilgungsanteil gleich bleibt.
b. 6,5% p.a.
c. 8 Jahre, da die Restschuld jährlich um 6 000 € reduziert wird und $48 000 € : 6 000 € = 8$ ist.

548 Siehe Schulbuch Seite 184.

549 Siehe Schulbuch Seite 184.

Zusammenfassende Aufgaben

550 a. 836,92 € b. 2 680,26 €

551 5,224 % p.a.

552 Variante 50–50. Sie ist mit einem Barwert von 2 097,73 € sogar billiger als der Sofortkaufpreis. Variante 25–75 ist mit einem Barwert von 2 121,43 € am teuersten.

553 a. 1 242,54 € b. 1 307,84 €

554 a. Herrn Chaplins, da der Barwert seines Angebots am größten ist.
b. Ja, Herr Arent hat nun das beste Angebot.

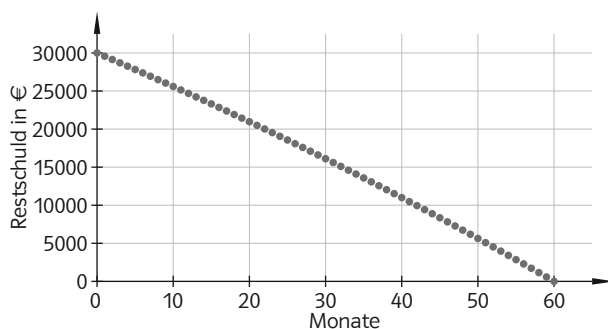
555 a. 22 Jahre und 9 Monate; 285,92 €
b. 122 736,33 €
c. 959,69 €

556 a. 14 Quartalsraten
b. Man berechnet zunächst das Restguthaben nach der Auszahlung der 14 Quartalsraten. Da man die Restzahlung erst ein Quartal später erhält, muss man sie noch ein Quartal lang aufzinsen.

557 a. 578,96 €

b.

nach ca. 32 Monaten



ggb/xls/tns
ia66u4

557

558 a. 733,67 €

b. um 5 Jahre und 11 Monate; Teilrate: 639,20 €

559 5,367% p.a.

560 a. Annuitätensschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				120 000,00 €
1	6 450,00 €	17 476,38 €	23 926,38 €	102 523,62 €
2	5 510,64 €	18 415,74 €	23 926,38 €	84 107,88 €
3	4 520,80 €	19 405,58 €	23 926,38 €	64 702,30 €
4	3 477,75 €	20 448,63 €	23 926,38 €	44 253,67 €
5	2 378,63 €	21 547,75 €	23 926,38 €	22 705,92 €
6	1 220,44 €	22 705,92 €	23 926,36 €	0,00 €

b. Zinsschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				120 000,00 €
1	6 450,00 €	0,00 €	6 450,00 €	120 000,00 €
2	6 450,00 €	0,00 €	6 450,00 €	120 000,00 €
3	6 450,00 €	0,00 €	6 450,00 €	120 000,00 €
4	6 450,00 €	0,00 €	6 450,00 €	120 000,00 €
5	6 450,00 €	0,00 €	6 450,00 €	120 000,00 €
6	6 450,00 €	120 000,00 €	126 450,00 €	0,00 €

c. Ratenschuld

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				120 000,00 €
1	6 450,00 €	20 000,00 €	26 450,00 €	100 000,00 €
2	5 375,00 €	20 000,00 €	25 375,00 €	80 000,00 €
3	4 300,00 €	20 000,00 €	24 300,00 €	60 000,00 €
4	3 225,00 €	20 000,00 €	23 225,00 €	40 000,00 €
5	2 150,00 €	20 000,00 €	22 150,00 €	20 000,00 €
6	1 075,00 €	20 000,00 €	21 075,00 €	0,00 €

561 a. Nach 3 Jahren setzt man mit den folgenden 3 Zahlungen aus. Danach zahlt man den Kredit mit 4 nachschüssigen Raten der Höhe R_2 bis zum Ende des 10. Jahres zurück.

$$b. R_2 = R_1 \cdot \frac{q^3 - 1}{q - 1} \cdot q^3 : \left(\frac{q^4 - 1}{q - 1} \right)$$



ggb/tns
u9823d

562 5,75% p.a.

563 a. 699,20 €

b. 1 001,04 €

564 a. 157 160,70 €

b. 811,86 €

565 2 097,96 €

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	–	–	–	10 000,00 €
1	700,00 €	1 397,96 €	2 097,96 €	8 602,04 €
2	602,14 €	1 495,82 €	2 097,96 €	7 106,22 €
...				...
5	265,52 €	1 832,44 €	2 097,96 €	1 960,69 €
6	137,25 €	1 960,71 €	2 097,96 €	–0,02 €
		1 960,69 €	2 097,94 €	0,00 €

566 a. 203 801,94 €

b.

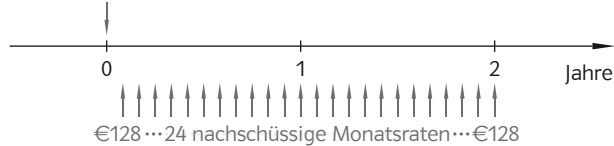
Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	–	–	–	1500 000,00 €
1	90 000,00 €	113 801,94 €	203 801,94 €	1386 198,06 €
2	83 171,88 €	120 630,06 €	203 801,94 €	1265 568,00 €

567 a. 656,50 € b. I. 4 618,38 € II. 5 081,36 € III. 62,85 €

568 2586,43 €

569 a. 52 458,14 € b. um 7 Quartale; 24 634,88 €

570 a. €299,80 + €59,96



b. 16,15 % p.a.

571

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	–	–	–	260 000,00 €
1	9 100,00 €	28 723,93 €	37 823,93 €	231 276,07 €
2	8 094,66 €	29 729,27 €	37 823,93 €	201 546,80 €

5 Beschreibende Statistik

5.1 Merkmale und Häufigkeiten

573

a.

Nation	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
AUT	5	45,5%
SLO	2	18,2%
SUI	1	9,1%
USA	2	18,2%
FRA	1	9,1%

b. Modus: Österreich (AUT)

574

a.

Merkmal	Anzahl
rot	4
gelb	4
blau	4
grün	2
weiß	2
Summe:	16

zum Beispiel: 16 Personen werden befragt, welche der angegebenen Farben sie am wenigsten mögen.

b.

Merkmal	Anzahl
a	10
b	14
c	14
Summe:	38

zum Beispiel: Zu 38 Fragen werden die Antwortmöglichkeiten a, b, c angeboten. Eine davon soll angekreuzt werden.

c.

Merkmal	Anzahl
groß	4
klein	3
mittel	5
extrem	1
Summe:	13

zum Beispiel: 13 Wassermelonen werden nach ihrer Größe beurteilt.

d.

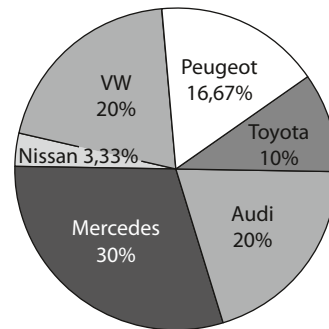
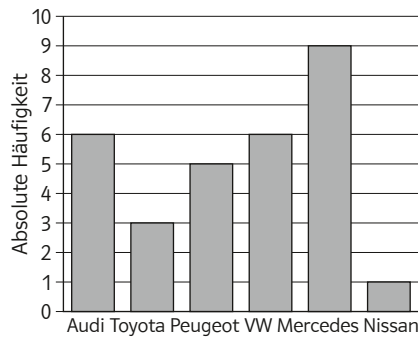
Merkmal	Anzahl
rechts	7
links	5
Summe:	12

zum Beispiel: Bei den 12 Elfmeterschüssen, die bei der Fußball-WM gefallen sind, wird analysiert, ob sie mit dem linken oder mit dem rechten Bein geschossen wurden.

575 

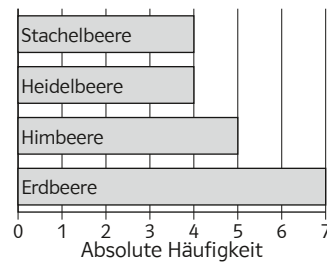
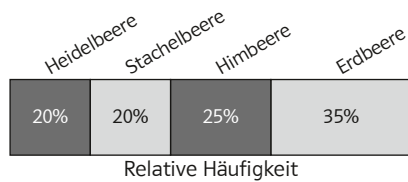
577 a.

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Audi	6	0,2 = 20 %
Toyota	3	0,1 = 10 %
Peugeot	5	0,1667 = 16,67 %
VW	6	0,2 = 20 %
Mercedes	9	0,3 = 30 %
Nissan	1	0,0333 = 3,33 %



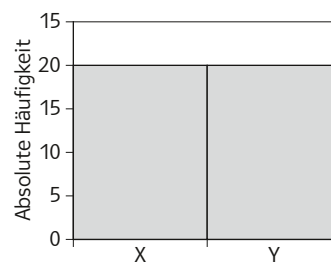
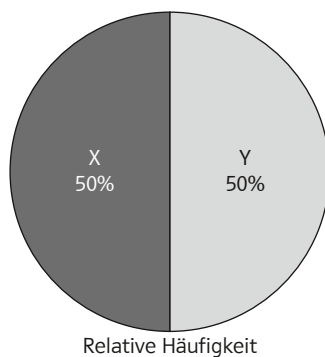
b.

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Heidelbeere	4	0,2 = 20 %
Stachelbeere	4	0,2 = 20 %
Himbeere	5	0,25 = 25 %
Erdbeere	7	0,35 = 35 %



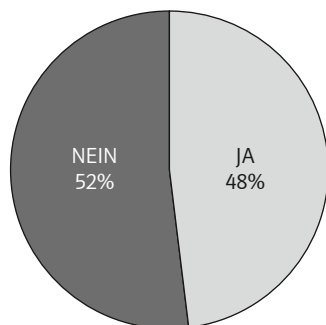
c.

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
X	20	0,5 = 50 %
Y	20	0,5 = 50 %

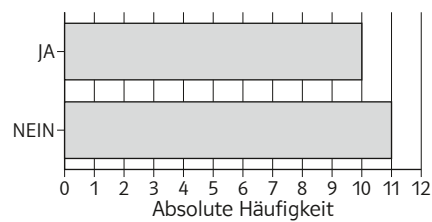


d.

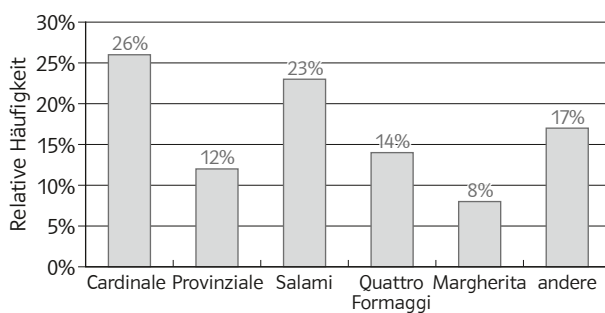
	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
ja	10	0,48 = 48 %
nein	11	0,52 = 52 %



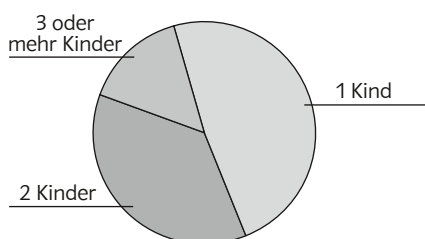
Relative Häufigkeit



578



579



580

—

581

—

582

—

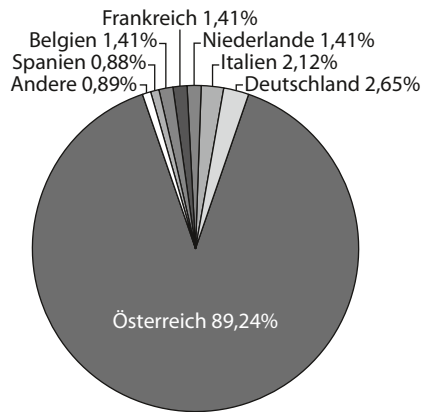
583

—

584 a.

Herkunfts-land	relative Häufigkeit
Belgien	1,41%
Deutschland	2,65%
Finnland	0,00%
Frankreich	1,41%
Griechenland	0,71%
Irland	0,00%
Italien	2,12%
Luxemburg	0,00%
Niederlande	1,41%
Österreich	89,24%
Portugal	0,18%
Spanien	0,88%

b.

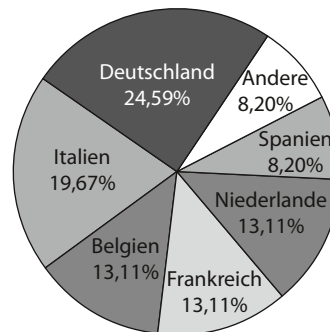


Begründung: Eine Zusammenfassung ist sinnvoll, weil die Anteile teilweise 0 (zum Beispiel Irland) oder sehr klein (zum Beispiel Portugal) sind. Eine Darstellung im Kreisdiagramm ist daher nicht sinnvoll möglich ist.

- c. Deine Stellungnahme sollte auf die kurze Zeitspanne seit der Euroeinführung, die Rolle des Tourismus und die Größe der jeweiligen Länder bezugnehmen. Münzen aus Österreich kommen frisch aus der Bank und stammen aus dem Umtausch von Schillingen.

d.

Herkunfts-land	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Andere	5	8,20%
Spanien	5	8,20%
Belgien	8	13,11%
Frankreich	8	13,11%
Niederlande	8	13,11%
Italien	12	19,67%
Deutschland	15	24,59%

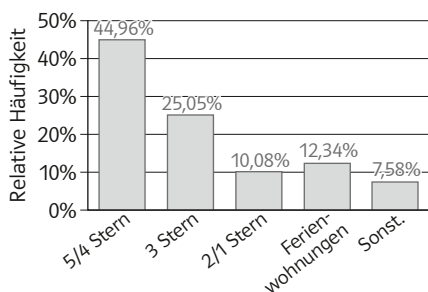

xls
48p3eu

585 Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.

586 a.

Unterkunft	Urlauber/innen in 1000	relative Häufigkeit
5/4 Stern-Hotel	1404,1	44,96%
3 Stern-Hotel	782,2	25,05%
2/1 Stern-Hotel	314,8	10,08%
Ferienwohnungen	385,3	12,34%
Sonstige	236,7	7,58%

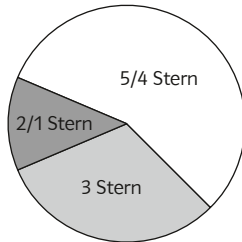
b. Urlauber/innen Österreich im Jänner 2016



c.

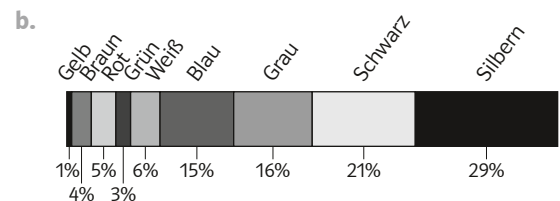
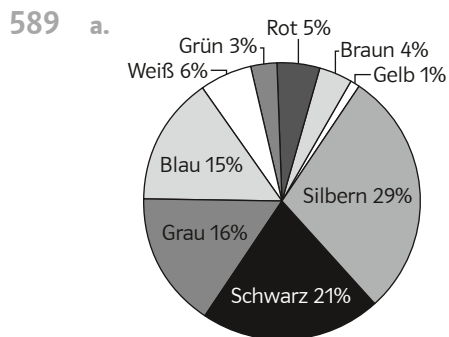
Unterkunft	Urlauber/innen in 1000	relative Häufigkeit
5/4 Stern-Hotel	1404,1	56,14 %
3 Stern-Hotel	782,2	31,27%
2/1 Stern-Hotel	314,8	12,59 %

Urlauber/innen Österreich
im Jänner 2016



- 587
- Lieblingssorten Eistee
 - Eistee Pfirsich, Eistee Erdbeere, Eistee Zitrone, andere Sorten
 - die relativen Häufigkeiten
 - 500 Menschen
 - Eistee Pfirsich
 - 14 %
 - 120 Menschen

- 588
- 300 Menschen
 - andere, schwarz, weiß, grün, gelb, orange, rot, violett, blau
 - Es gibt zwei Modi: blau und andere
 - 15 %
 - 18 Personen



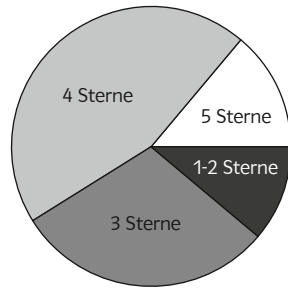
- 1500 Käuferinnen bzw. Käufer
- Silber

- 590
- a. Zum Beispiel: Hotelbetten in Wien

b.

	Anzahl	relative Häufigkeit
1–2 Sterne	6921	11,12 %
3 Sterne	18709	30,06 %
4 Sterne	28125	45,19 %
5 Sterne	8485	13,63 %

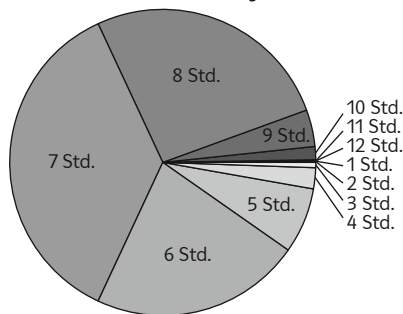
- c. Hotelbetten Wien Prognose 2014



- d. 58,82%

591

- a. Zum Beispiel: Schlafdauer an einem Werktag
b. 1 Stunde, 2 Stunden, 3 Stunden, ..., 12 Stunden, 13–14 Stunden
c. Schlafdauer Werktag



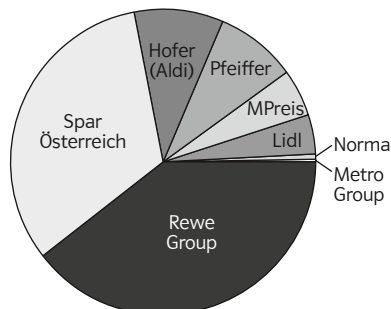
- d. 7 Stunden
e. 1894 Personen
f. 1056 Personen

592

- a. Zum Beispiel: Anzahl Filialen im Lebensmittelhandel 2014
b.

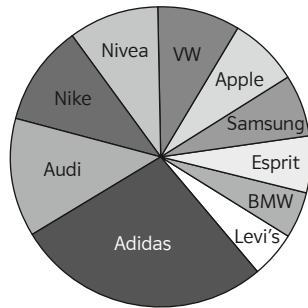
	Anzahl der Filialen	relative Häufigkeit
Rewe Group	1902	39,57%
Spar Österreich	1569	32,64%
Hofer (Aldi)	450	9,36%
Pfeiffer	407	8,47%
MPreis	243	5,06%
Lidl	204	4,24%
Norma	20	0,42%
Metro Group	12	0,25%

- c. Filialen Lebensmittelhandel 2014



- d. 72,21%

593 a. Österreicher/innen Lieblingsmarke 2016

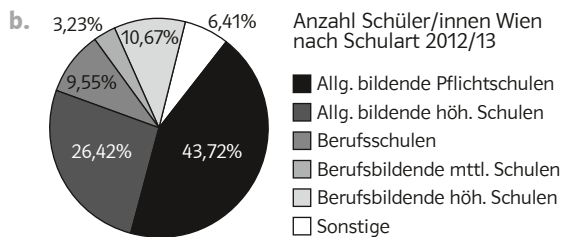


- b. 128 Personen
c. Adidas



594

a.	Anzahl der Schüler/innen	relative Häufigkeit
Allg. bildende Pflichtschulen	98 654	43,72 %
Allg. bildende höhere Schulen	59 608	26,42 %
Berufsschulen	21 541	9,55 %
Berufsbildende mittlere Schulen	7 297	3,23 %
Berufsbildende höhere Schulen	24 082	10,67 %
Sonstige	14 463	6,41 %



- c. 13,90 %

595 Siehe Schulbuch Seite 184.

596 Siehe Schulbuch Seite 184.

597 Siehe Schulbuch Seite 184.

598 Siehe Schulbuch Seite 185.

599 Siehe Schulbuch Seite 185.

5.2 Quantitative Merkmale

- 601 a. quantitativ c. quantitativ e. quantitativ g. quantitativ
b. qualitativ d. quantitativ f. qualitativ h. quantitativ
- 602 a. quantitativ b. qualitativ c. qualitativ d. quantitativ e. qualitativ
- 604 a. Median: 128 cm; arithmetisches Mittel: 128,18 cm
b. Median: 187; arithmetisches Mittel: 186
c. Median: 90 m²; arithmetisches Mittel: 82,1 m²
- 605 arithmetisches Mittel: 2802 Einwohnerinnen und Einwohner
Median: 998 Einwohnerinnen und Einwohner

Der Median beschreibt die durchschnittliche Einwohnerzahl besser, da der eine Bezirk mit 20046 Einwohnerinnen und Einwohnern fast doppelt so viele hat wie die restlichen Bezirke zusammen.

- 606** –
- 607** Minimum: 12°; Maximum: 22°; Spannweite: 10°
- 608** Minimum: 8 Punkte; Maximum: 25 Punkte; Spannweite: 17 Punkte
- 609** a. Größe: Maximum: 170 cm; Minimum: 150 cm; Spannweite: 20 cm
Gewicht: Maximum: 75 kg; Minimum: 45 kg; Spannweite: 30 kg
b. Ja, ein Schüler ist 164 cm groß, wiegt aber 75 kg.
- 611** a. 1. Quartil: 1,5; Median: 2; 3. Quartil: 2,5; Quartilsabstand: 1
b. 1. Quartil: 16,5; Median: 18; 3. Quartil: 22,5; Quartilsabstand: 6
c. 1. Quartil: 123; Median: 137,5; 3. Quartil: 157,5; Quartilsabstand: 34,5
d. 1. Quartil: 20; Median: 30; 3. Quartil: 40; Quartilsabstand: 20
e. 1. Quartil: 19; Median: 35; 3. Quartil: 38; Quartilsabstand: 19
f. 1. Quartil: 25; Median: 39; 3. Quartil: 44; Quartilsabstand: 19
g. 1. Quartil: 8,25; Median: 31; 3. Quartil: 61,25; Quartilsabstand: 53
h. 1. Quartil: 25; Median: 52; 3. Quartil: 72,5; Quartilsabstand: 47,5
- 612** a. B b. A
- 613** a. A b. D
- 614** Median: 1150 €; 1. Quartil: 1000 €; 3. Quartil: 1334 €
- 615** Minimum: 5 min; Maximum: 32 min; Median: 18,5 min; 1. Quartil: 12 min; 3. Quartil: 24,25 min
- 616** a. Jänner: 27 mm; Februar: 35 mm; März: 42 mm; April: 48 mm; Mai: 68 mm; Juni: 79 mm; Juli: 76 mm; August: 70 mm; September: 50 mm; Oktober: 43 mm; November: 50 mm; Dezember: 38 mm
b. Minimum: 27 mm; Maximum: 79 mm; Median: 49 mm; 1. Quartil: 41 mm; 3. Quartil: 68,5 mm
- 617** a. Minimum: 24,65; Maximum: 25,79
b. 1. Quartil: 25,16; 3. Quartil: 25,75
c. Weil hier nur fünf unterschiedliche Werte vorliegen, muss das 1. Quartil der zweitkleinste und das 3. Quartil der zweitgrößte Wert sein.
- 619** a. arithmetisches Mittel: 68,9 kg; Spannweite: 32 kg; Varianz: $130,7 \text{ kg}^2$; Variationskoeffizient: 16,6 %
b. arithmetisches Mittel: 2172 €; Spannweite: 810 €; Varianz: 88456 €^2 ; Variationskoeffizient: 13,7 %
c. arithmetisches Mittel: 77,4; Spannweite: 49; Varianz: 261,1; Variationskoeffizient: 20,9 %
- 620** a. Spannweite: 27 cm; Median: 118,5 cm; unteres Quartil: 114 cm; oberes Quartil: 122 cm; Quartilsabstand: 8 cm
b. arithmetisches Mittel: 118,1 cm; Standardabweichung: 6,6 cm; Variationskoeffizient: 5,6 %
- 621** a. Spannweite: 64 kg; Median: 63 kg; unteres Quartil: 59 kg; oberes Quartil: 72 kg; Quartilsabstand: 13 kg
b. arithmetisches Mittel: 66,3 kg; Standardabweichung: 13,6 kg; Variationskoeffizient: 20,5 %
- 622** a. Spannweite: 486 €; Median: 733 €; unteres Quartil: 681,50 €; oberes Quartil: 850,50 €
b. arithmetisches Mittel: 753,36 €; Standardabweichung: 142,02 €; Variationskoeffizient: 18,85 %
- 623** a. B b. A
- 624** –

626 arithmetisches Mittel: 1,21 Geschwister; Standardabweichung: 1,07 Geschwister

627 arithmetisches Mittel: 26,90 €; Standardabweichung: 25,61 €

628 arithmetisches Mittel: 1,71 Besuche; Standardabweichung: 1,54 Besuche

629 a. 72,55%

b. 6,73%

c. durchschnittlich zu erwartender Gewinn: 1,15 €; Standardabweichung: 41,65 €

d. 0,85 €

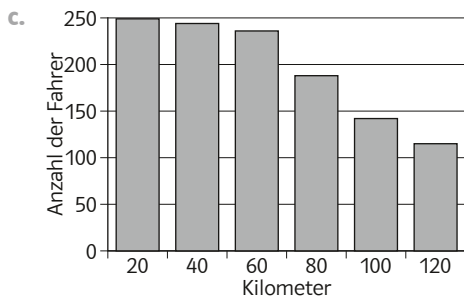
631 a. Median: 2000 € bis 2499 €; Spannweite: 3499 €

b. arithmetisches Mittel: 2610,47 €; Standardabweichung: 749,61 €

c. Die Ausgangsdaten sind nur in einem Intervall von 500 € gegeben. Daher hat es wenig Sinn, den Mittelwert und die Standardabweichung mit einer so großen Genauigkeit anzugeben. Wir runden daher auf 2600 ± 750 €.

632 a. arithmetisches Mittel: 99,3 km; Standardabweichung: 24,4 km

b. Da nur alle 20 km kontrolliert wurde, ist eine so genaue Angabe des Durchschnitts nicht sinnvoll. Die Angabe von 100 km als arithmetisches Mittel und 25 km als Standardabweichung ist ausreichend.



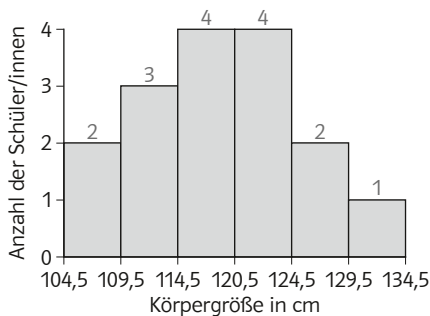
633 a. zum Beispiel: Klassenbreite 5: {50, 55, 60, ..., 100}

b. zum Beispiel: Klassenbreite ca. 2,7: {12,5, 15,2, 17,9, ..., 31,4, 34,1}

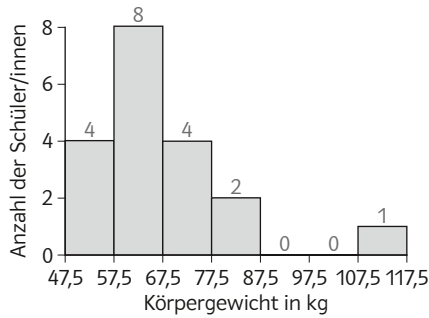
c. zum Beispiel: Klassenbreite ca. 0,08: {0,03, 0,11, 0,19, ..., 1,07, 1,15}

d. zum Beispiel: Klassenbreite ca. 13 ($\approx 12,78$): {1302, 1315, 1328, ..., 1497, 1510}

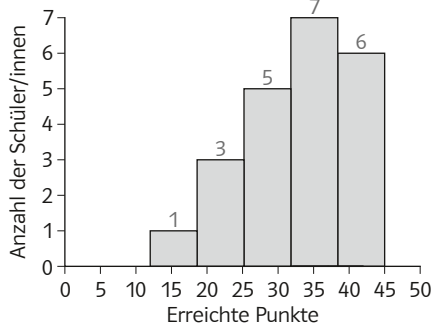
634



635



636


ggb/xls/tns
t69k9w

637

Siehe Mathematik anwenden HUM-Online.

Nach der Formel für die Klassenbreite $\frac{\text{Spannweite}}{\sqrt{\text{Anzahl der Elemente der Grundgesamtheit}}} \approx 9$ sind also ca. 5 Klassen

gut geeignet. Sehr wenige Klassen (zum Beispiel nur eine Klasse) oder sehr viele Klassen (zum Beispiel 20 Klassen) sind nicht zur Darstellung geeignet.

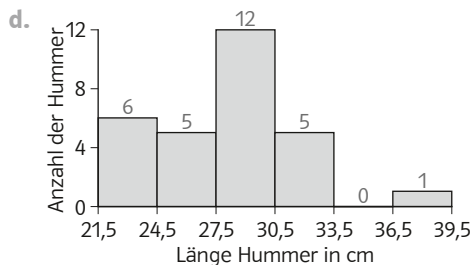

ggb/tns
52ty37

638

- a. Minimum: 22 cm; Maximum: 37 cm
b. Klassenbreite: 3 cm

c.

Klasse	absolute Häufigkeit
21,5–24,5	6
24,5–27,5	5
27,5–30,5	12
30,5–33,5	5
33,5–36,5	0
36,5–39,5	1



639

–

640

–

641

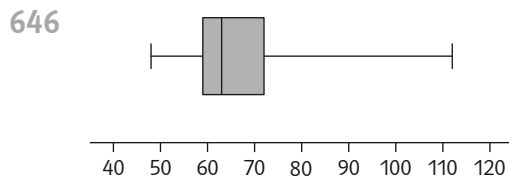
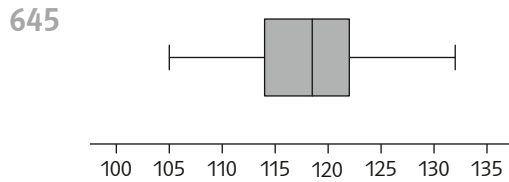
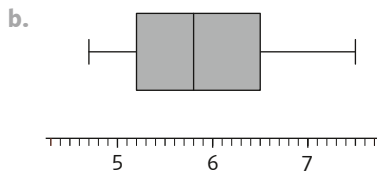
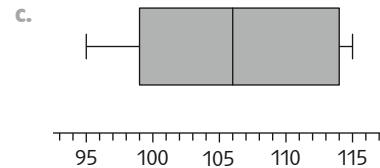
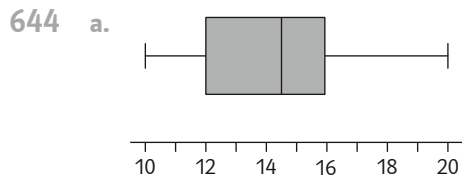
–

642

- a. 2 Jahre b. 28 Personen c. 370 Personen d. 32,4%

643

- a. 400 € b. 9 Personen c. 225 Personen d. 42,7%



647 a. Median: 7; 1. Quartil: 4; 3. Quartil: 8

b. Median: 44; 1. Quartil: 40; 3. Quartil: 60

648 a. Spannweite: 12; Interquartilsabstand: 5

b. Spannweite: 32; Interquartilsabstand: 14

649 a. 144

b. 135

c. 23

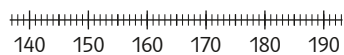
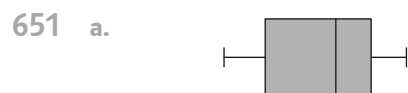
d. 127

e. 50

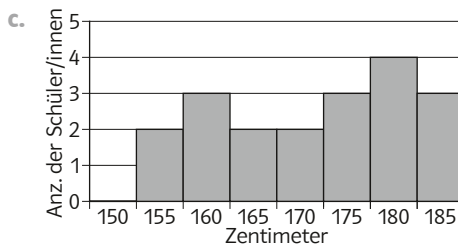
f. 138

g. 138

650 Da in der 3B der Median bei 65 Punkten liegt, haben über 50% der Schülerinnen und Schüler mehr als 60 Punkte. In der 3A liegt der Median bei 56 Punkten, daher haben über 50% der Schülerinnen und Schüler unter 60 Punkte und somit weniger als 50% über 60 Punkte.



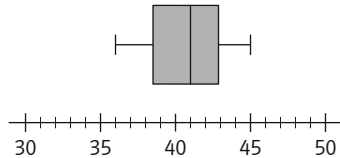
b. arithmetisches Mittel: 169,6cm; Standardabweichung: 9,8cm



652 a. Median: 41; Modi: 38, 41, 42; Spannweite: 9

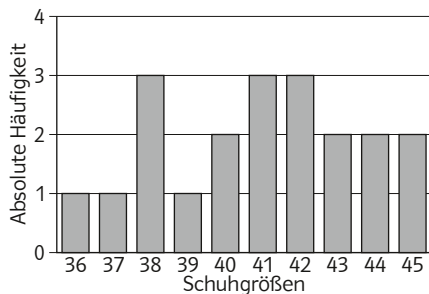
b. unteres Quartil: 38,5; oberes Quartil: 43

c.



d. arithmetisches Mittel: $40,95 \approx 41$; Standardabweichung: 2,6

e.



653 –

655 a. 1,936% b. 2,258% c. Die Inflationsrate ist gestiegen.

656 3,58%

657 a. arithmetisches Mittel: 171,2cm b. geometrisches Mittel: 3,40% c. geometrisches Mittel: 1,75%

658 a. Der Anlageberater kann unmöglich Recht haben, da ja die Aktie am Ende den gleichen Wert hat wie am Anfang. Sie ist also im Schnitt um 0% gestiegen.
 b. Beim prozentuellen Wachstum muss man mit dem geometrischen Mittelwert rechnen. Die durchschnittliche Rendite berechnet man aus den einzelnen Jahresrenditen, daher folgendermaßen:
 $\sqrt[4]{1,5 \cdot 1,2 \cdot 1,25 \cdot 0,444444} = 1$. Noch schneller rechnet man, indem man argumentiert: Nach vier Jahren ist der Aktienkurs genauso hoch wie am Anfang. Daher ist der Kurs um 0% gestiegen.
 Der Wachstumsfaktor beträgt $1 \cdot \sqrt[4]{1} = 1$.

660 1,25%

661 2,9%

662 4,66%

663 Siehe Schulbuch Seite 185.

664 Siehe Schulbuch Seite 185.

665 Siehe Schulbuch Seite 185.

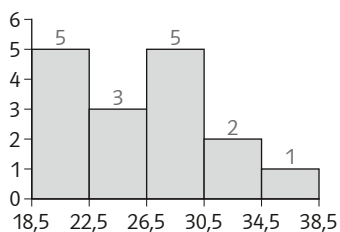
666 Siehe Schulbuch Seite 185.

667 Siehe Schulbuch Seite 185.

668 Siehe Schulbuch Seite 185.

Zusammenfassende Aufgaben

669



670

B, D, E, G



671

a. I. 0,96% II. 0,10% III. 0,39% IV. 0,29% V. 0,45%

b. Das Bevölkerungswachstum war um die Wende zum 20. Jahrhundert am größten, ist dann vermutlich aufgrund der beiden Weltkriege stark zurückgegangen. Nach dem zweiten Weltkrieg ist die Bevölkerung wieder stärker gewachsen, dieses Wachstum hat in den letzten Jahren aber wieder nachgelassen.

c.

	Burgenland	Kärnten	Niederösterreich	Oberösterreich	Salzburg	Steiermark	Tirol	Vorarlberg	Wien
I.	0,34%	0,40%	0,69%	0,36%	0,83%	0,70%	0,62%	0,85%	2,07%
II.	–0,14%	0,60%	–0,04%	0,64%	1,03%	0,36%	0,83%	0,70%	–0,62%
III.	–0,07%	0,52%	0,07%	0,52%	1,07%	0,37%	1,22%	1,81%	0,01%
IV.	0,08%	0,17%	0,32%	0,38%	0,75%	0,02%	0,70%	0,78%	0,07%
V.	0,07%	0,42%	0,28%	0,47%	0,90%	0,37%	0,79%	0,93%	0,45%

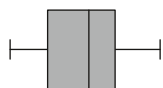
672

a. arithmetisches Mittel: 380,2 g; Standardabweichung: 5,98 g

b. Variationskoeffizient: 1,57%

c. Median: 380,5 g; 1. Quartil: 375 g; 3. Quartil: 384 g

d.



673

–

674

a. Histogramm

b. 286

c. die Werte, die in den Klassen mit den oberen Grenzen 81,50 und 96,50 liegen

d. 2,5

675

a. arithmetisches Mittel: 6 m

b. geometrisches Mittel: 2,25%

c. arithmetisches Mittel: 1500 g

d. Median: 52 (bzw. arithmetisches Mittel: 59,9)

676

arithmetisches Mittel: 81,91; Variationskoeffizient: 13,6%; 1. Quartil: 75,25; Median: 81,2; 3. Quartil: 87,3

677

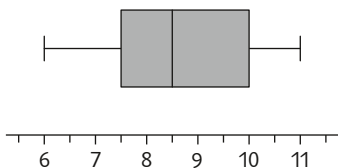
a. 12

b. 2,5

c. 13

d. 14

678



679

arithmetisches Mittel: 31,73 €; Standardabweichung: 30,82 €

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 6. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 680–699 sind im Schulbuch auf den Seiten 185–186 zu finden.

Mathematik anwenden
HUM LÖS 3

Schulbuchnummer 175806

ISBN 978-3-209-08094-3

www.oebv.at

ISBN 978-3-209-08094-3



9 783209 080943