Pauer | Scheirer-Weindorfer | Simon

öbv

Mathematik anwenden HAK IV

7. und 8. Semester

Lösungen

Mathematik anwenden HAK 4, Lösungen
Schulbuchnummer: **180819**

Die Aufnahme in den Anhang zur Schulbuchliste für Handelsakademien für den IV. Jahrgang im Unterrichtsgegenstand Mathematik und angewandte Mathematik wurde vom Bundesministerium für Bildung mit GZ BMBF-5.018/0048-IT/3/2016 vom 24. April 2017 empfohlen.

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
Sie bekommen dieses Schulbuch von der Repulblik Österreich für Ihre Ausbildung.
Bücher helfen nicht nur beim Lernen, sondern sind auch Freunde fürs Leben.

Umschlagbild: contrastwerkstatt / Fotolia

Technische Zeichnungen: Paulo Tosold, Wien; Reinhard Wolfmayr, Wien

1. Auflage (Druck 0001)

www.oebv.at

Redaktion: Carolina Hüttinger, Wien
Lektorat: Natalie Herold, Deutschkreuz; Martin Schrödl, Neutal
Herstellung: Raphael Hamann, Wien
Umschlaggestaltung: Petra Michel, Essen
Layout: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig
Satz: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig
Druck: Brüder Glöckler GmbH, Wöllersdorf

ISBN 978-3-209-08080-6 (Mathematik anwenden HAK LÖS 4)

Mathematik anwenden

HAK IV

Lösungen

Franz Pauer
Martina Scheirer-Weindorfer
Andreas Simon

Mit einer Online-Ergänzung auf www.oebv.at

www.oebv.at

Inhaltsverzeichnis

Hinweise zum Gebrauch des Lösungshefts:

- Das Lösungsheft ist zur Kontrolle und nicht zum Abschreiben gedacht. Arbeite deshalb ehrlich, löse jede Aufgabe selbstständig und kontrolliere erst dann die Ergebnisse.

- Zu den Aufgaben, die im Schulbuch mit dem Technologiesymbol gekennzeichnet sind, stehen Dateien auf Mathematik anwenden HAK-Online zur Verfügung, die zeigen, wie eine mögliche Lösung aussehen kann. Online-Codes im Lösungsheft führen direkt zu diesen Dateien.

  ggb GeoGebra xls Excel tns TI Nspire

- Die Figuren im Lösungsheft sind meist verkleinert dargestellt, sodass aus ihnen keine Längen entnommen werden können.

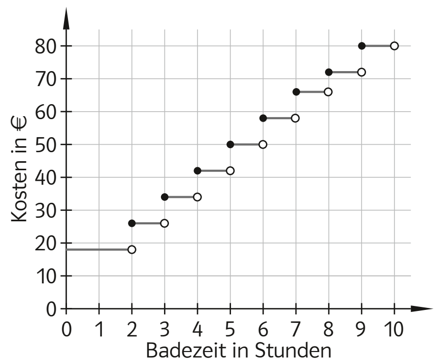
- Das Lösungsheft wurde mit großer Sorgfalt erstellt. Sollten trotzdem Fehler passiert sein, so bitten wir, dies dem Verlag (Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, E-Mail: bbs@oebv.at) mitzuteilen. Wünsche und Anregungen werden ebenfalls gerne entgegengenommen.

1 Differentialrechnung

1.1 Stetige Funktionen und Grenzwerte von Funktionen

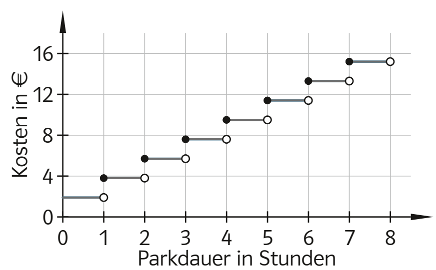
1 an der Stelle 0

2 **a.**



b. Unstetigkeitsstellen: 2, 3, 4…

3 **a.**



b. Unstetigkeitsstellen: 1, 2, 3, …

4 Mögliche Antwort: Die Temperaturkurve kann in einem Zug gezeichnet werden.

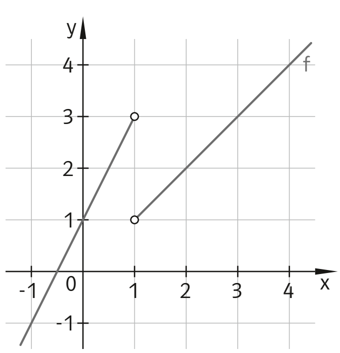
5 **a.** zum Beispiel: $s = 0{,}16$ **c.** zum Beispiel: $s = 0{,}0016$
b. zum Beispiel: $s = 0{,}016$ **d.** zum Beispiel: $s = 0{,}00016$

6 –

7 –

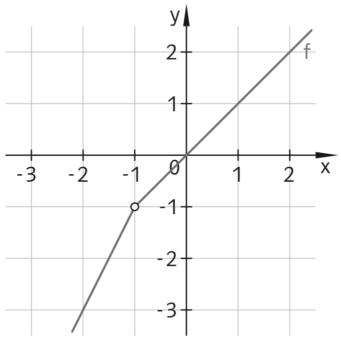
8 **a.** kein Grenzwert **b.** Grenzwert **c.** kein Grenzwert **d.** kein Grenzwert

9 **a.**



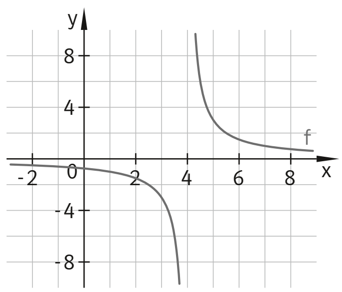
Nähert sich die Zahl x von links der Zahl 1, dann kommt $f(x) = 2x + 1$ beliebig nahe an die Zahl 3 heran. Nähert sich x hingegen von rechts der Zahl 1, dann kommt $f(x) = x$ der Zahl 1 beliebig nahe. Wegen $1 \neq 3$ hat die Funktion f an der Stelle 1 keinen Grenzwert.

b.



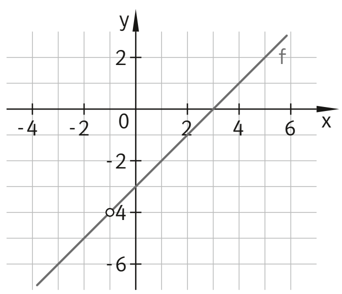
Nähert sich die Zahl x von links der Zahl −1, dann kommt $f(x) = 2x + 1$ beliebig nahe an die Zahl −1 heran. Nähert sich x von rechts der Zahl 1, dann kommt $f(x) = x$ ebenfalls der Zahl −1 beliebig nahe. Daher hat f an der Stelle −1 den Grenzwert −1.

11 **a.**



Nähert sich die Zahl x der Zahl 4 dann wird der Betrag von f(x) beliebig groß und kommt daher keiner reellen Zahl beliebig nahe. Daher ist f an der Stelle 4 nicht nur nicht definiert, sondern hat dort auch keinen Grenzwert.

b.



Nähert sich die Zahl x der Zahl −1 dann kommt f(x) der Zahl −4 beliebig nahe. Die Funktion f hat daher an der Stelle −1 den Grenzwert −4.

12 $f\left(\frac{1}{10}\right) = 1{,}051709\ldots$

$f\left(\frac{1}{100}\right) = 1{,}0050167\ldots$

$f\left(\frac{1}{1000}\right) = 1{,}000500167\ldots$

$f\left(\frac{1}{2000}\right) = 1{,}00025004\ldots$

Vermutung: Grenzwert 1

13 Siehe Schulbuch Seite 210.

14 Siehe Schulbuch Seite 210.

1.2 Differenzenquotient und Differentialquotient

15 **a.** $\frac{1}{2}$ **b.** −1 **c.** $\frac{1}{4}$ **d.** 0

16 **a.** 63,4° **b.** 26,6° **c.** 33,7° **d.** 45°

17 **a.** $\frac{1}{4}$; 14,0° **b.** 1,4; 54,5° **c.** −1; −45°

18 **a.** 6,92 m/s; 11,43 m/s; 11,98 m/s; 12,42 m/s; 12,05 m/s
b. 24,91 km/h; 41,14 km/h; 43,11 km/h; 44,72 km/h; 43,37 km/h
c. schnellster Abschnitt: 60 m bis 80 m; langsamster Abschnitt: 0 m bis 20 m

19 **a.** 6,55 km/h; 5,82 km/h; 5,12 km/h; 6,34 km/h
b. Beim Lagenschwimmen werden die vier Abschnitte in unterschiedlichen Schwimmstilen geschwommen (Schmetterling, Rücken, Brust, Kraul).

20 **a.** 19,67 km/h; 18,87 km/h; 18,81 km/h; 18,29 km/h; 17,14 km/h
b. Der Läufer wurde immer langsamer. Am schnellsten hat er die ersten 5 km zurückgelegt, am langsamsten den letzten Kilometer.

22 **a.** 10,8 km/h **b.** 54 km/h **c.** Das Fahrzeug ist schneller geworden.

23 **a.** 129,6 km/h **b.** 86,4 km/h **c.** Das Fahrzeug ist langsamer geworden.

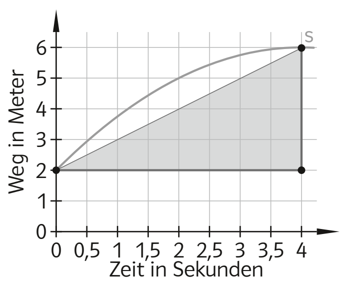
ggb/tns a5t2ty

24 **a.** 1. Stunde: 17,5 km/h; 2. Stunde: 13,125 km/h; 3. Stunde: 9,844 km/h
b. 3,185 h ≈ 3 h 11 min nach dem Start

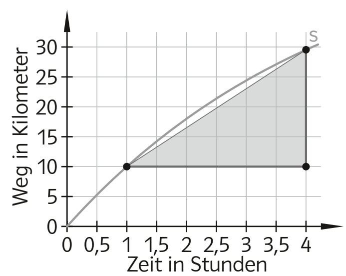
ggb/tns 2yr4qc

25 **a.** 1. Stunde: 18 km/h; 2. Stunde: 14,4 km/h; 3. Stunde: 11,52 km/h
b. 3,63h (3 h 38 min) nach dem Start
c. Der Radfahrer ist langsamer geworden.

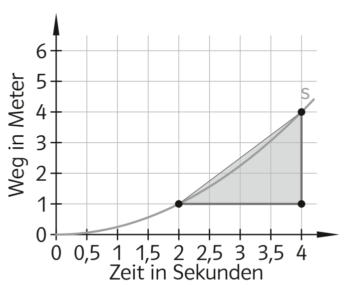
27 **a.** 1 m/s



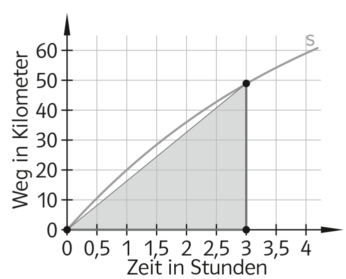
c. 6,3 km/h



b. 1,5 m/s



d. 16,3 km/h



29 **a.** 5. April–15. Mai: −3,50 €/Tag; 15. Mai–14. Juni: 1,40 €/Tag
b. Der Quadratmeterpreis ist vom 5. April bis zum 15. Mai durchschnittlich pro Tag um 3,50 € gesunken und im Zeitraum vom 15. Mai bis zum 14. Juni durchschnittlich pro Tag um 1,40 € gestiegen.

30 **a.** 2002–2010: 0,19 €/Jahr; 2010–2016: 0,23 €/Jahr
b. Der Preis ist von 2010 bis 2016 stärker gestiegen als von 2002 bis 2010.

31 **a.** 1. bis 7. Jänner: 2,50 cm/Tag; 7. bis 17. Jänner: −0,60 cm/Tag; 17. bis 21. Jänner: 3,25 cm/Tag
b. Vom 1. bis zum 7. und vom 17. bis 21. Jänner hat die Schneehöhe zugenommen, im Zeitraum vom 7. bis 17. Jänner hat sie abgenommen.

32

Jahr	Zuwachs in FLOPS/Jahr
1946–1960	32 143
1960–1972	15 593 750
1976–1990	1 639 285 714
1990–2002	2 986 400 000 000
2002–2012	1 755 414 000 000 000
2012–2016	18 852 500 000 000 000

33

a. 9,1 cm/Jahr

b.

Alter in Jahren	Körpergröße in cm	Wachstumsrate in cm/Jahr
0	56	–
0,25	69	52
0,5	73	16
0,75	78	20
1	81	12
1,5	89	16
2	94,5	11
3	100	5,5
4	110	10
5	117	7
6	128	11
7	136	8
8	144	8
9	155	11
10	160	5
11	165	5
12	170	5
13	177	7
14	184	7

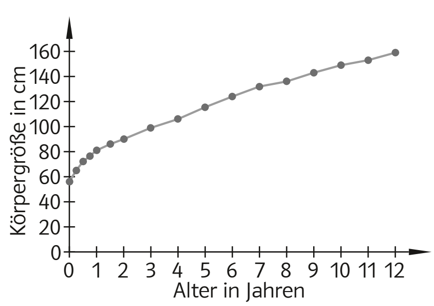
c. im Zeitraum vom 10. bis zum 12. Lebensjahr

d. im 1., 2., 4., 6. und 9. Lebensjahr

ggb/xls
2sz9qi

34

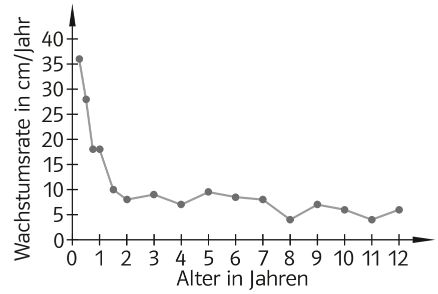
a.



b. 8,6 cm/Jahr

c.

Alter in Jahren	Körpergröße in cm	Wachstumsrate in cm/Jahr
0	56	–
0,25	65	36
0,5	72	28
0,75	76,5	18
1	81	18
1,5	86	10
2	90	8
3	99	9
4	106	7
5	115,5	9,5
6	124	8,5
7	132	8
8	136	4
9	143	7
10	149	6
11	153	4
12	159	6



d. im 8. und im 11. Lebensjahr

e. bis zum Alter von 1,5 Jahren und im 3. und 5. Lebensjahr

Link t737v2

35 a. Bergfahrt: 13,18 km/h; 13,70 km/h; 12,15 km/h; 8,52 km/h; 13,06 km/h
Talfahrt: 13,06 km/h; 17,04 km/h; 9,45 km/h; 13,7 km/h; 4,39 km/h

b. Je steiler der Streckenabschnitt ist, desto kleiner ist die Geschwindigkeit bei der Bergfahrt und desto größer ist die Geschwindigkeit bei der Talfahrt. Der steilste Abschnitt ist der Abschnitt Ternitzerhütte – Baumgartner, der flachste Abschnitt ist zwischen Hengsttal und Hengsthütte. Abfahrt: Die steilste Strecke ist schnell; beim flachsten Abschnitt ist die Seilbahn sehr langsam.

c. Höhen der Schneebergbahn:
Puchberg: 577 m.ü.A.
Hengsttal: 613 m.ü.A.
Hengsthütte: 1012 m.ü.A.
Ternitzerhütte: 1231 m.ü.A.
Baumgartner: 1398 m.ü.A.
Hochschneeberg: 1792 m.ü.A.
mittlere Steigungen:
Puchberg – Hengsttal: 0,56 %
Hengsttal – Hengsthütte: 0,30 %
Hengsthütte – Ternitzerhütte: 0,87 %
Ternitzerhütte – Baumgartner: 0,98 %
Baumgartner – Hochschneeberg: 0,69 %

36 In der zweiten Woche nach dem Auspflanzen ist die Pflanze durchschnittlich um 1,19 cm pro Tag gewachsen.

37 Zwischen 6:00 Uhr und 12:00 Uhr ist der Pegelstand des Baches pro Stunde durchschnittlich um 10 cm gestiegen.

38 a. 470,11 Punkte/Monat

b. −177,15 Punkte/Monat

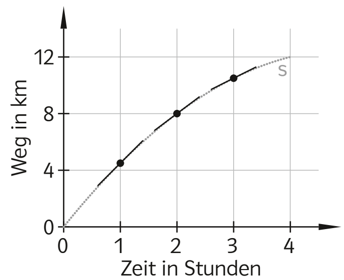
c. Von Februar 2016 bis März 2016 ist der DAX durchschnittlich um 470,11 Punkte gestiegen. Von Dezember 2015 bis Juni 2016 ist der DAX durchschnittlich pro Monat um 177,15 Punkte gefallen.

39 um 2,8° C/Minute

40 um 0,1 mbar/Höhenmeter

42 Momentangeschwindigkeit: 35 m/s = 126 km/h
Durchschnittsgeschwindigkeit: 35,0035 m/s ≈ 126,01 km/h

43 **a.** zurückgelegter Weg: 12 km; Durchschnittsgeschwindigkeit: 3 km/h
b. 4 km/h; 3 km/h; 2 km/h
c.



45 v mit $v(t) = 6t + 10$
(t in Sekunden; v(t) in m/s)

46 **a.** v mit $v(t) = 100t + 100$ **b.** 400 m/s

48 $f'(a) = 4a^3$; $f'(1) = 4$

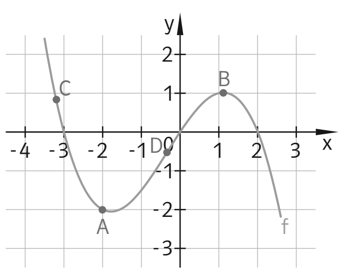
49 $f'(a) = 4a$; $f'(1) = 4$

50 $f'(a) = a$; $f'(-3) = -3$

51 $f'(a) = -2a + 3$; $f'(2) = -1$

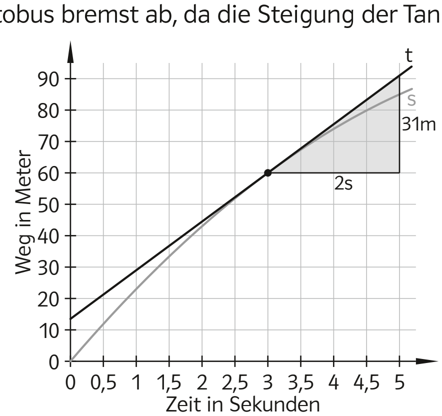
53 A, C, D, F

54 zum Beispiel:



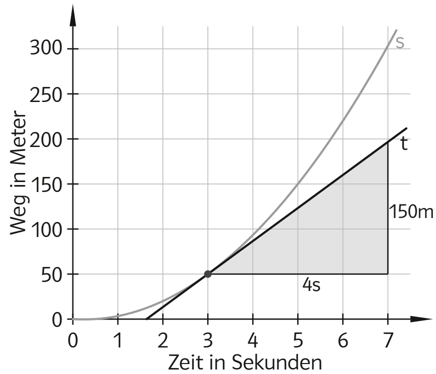
55 –

56 **a.** Der Autobus bremst ab, da die Steigung der Tangente im Zeit-Weg-Diagramm immer kleiner wird.
b. 15,5



c. Nach 3 Sekunden beträgt die Geschwindigkeit des Busses 15,5 m/s = 55,8 km/h.

57 a. 180 km/h
b. ca. 37,5 m/s



c. Nach 3 s erreicht das Rennauto eine Momentangeschwindigkeit von 37,5 km/h = 135 km/h.

58 –

59 Siehe Schulbuch Seite 210.

60 Siehe Schulbuch Seite 210.

61 Siehe Schulbuch Seite 210.

62 Siehe Schulbuch Seite 210.

63 Siehe Schulbuch Seite 210.

1.3 Ableitungsregeln

65 a. f′ mit $f'(x) = 6x + 7$
b. f′ mit $f'(x) = -2x + 5$
c. f′ mit $f'(x) = 6x^2 - 8x + 2$
d. f′ mit $f'(x) = -3x^2 + 6x - 5$

66 a. p′ mit $p'(x) = 9x^2 + 4x + 1$
b. p′ mit $p'(x) = 8x^3 + 3x$
c. p′ mit $p'(x) = 5x^7 + 6x$

67 a. C
b. A

69 a. f′ mit $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
b. f′ mit $f'(x) = -\frac{5}{x^6}$
c. f′ mit $f'(x) = -\frac{12}{x^4}$
d. f′ mit $f'(x) = -\frac{2}{x^7}$

70 a. f′ mit $f'(x) = -\frac{6}{x^3}$
b. f′ mit $f'(x) = \frac{6}{x^4}$
c. f′ mit $f'(x) = -\frac{2}{x^5}$
d. f′ mit $f'(x) = \frac{5}{3x^6}$

71 a. B
b. D

73 a. f′ mit $f'(z) = \frac{1}{2\sqrt{z}}$
b. f′ mit $f'(x) = \frac{3}{4 \cdot \sqrt[4]{x}}$
c. f′ mit $f'(t) = \frac{9 \cdot \sqrt[5]{t^4}}{5}$
d. f′ mit $f'(x) = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{x^2}}{3}$
e. f′ mit $f'(t) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{t^3}}$
f. f′ mit $f'(z) = -\frac{8}{3 \cdot \sqrt[3]{z^5}}$
g. f′ mit $f'(u) = -\frac{1}{10 \cdot \sqrt[6]{u^7}}$
h. f′ mit $f'(r) = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt[4]{r^7}}$

75 a. h′ mit $h'(x) = 6x^2 + 10x - 3$
b. h′ mit $h'(x) = 8x^3 - 3x^2 + 18x - 4$
c. h′ mit $h'(x) = 80x^3 + 45x^2 - 16x - 6$

76 D

78 a. f′ mit $f'(x) = (-7x^3 + 2) \cdot \frac{\sqrt{x}}{2x}$
b. f′ mit $f'(x) = \frac{7}{3} x \sqrt[3]{x} + \frac{8}{3} \sqrt[3]{x}$
c. f′ mit $f'(x) = \frac{8x^2 \sqrt[3]{x^2} - 15x\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x^2}}{3x}$

79 E

81
a. h′ mit $h'(x) = \frac{7}{(x+4)^2}$
b. h′ mit $h'(x) = \frac{x^2+12x-13}{x^2+12x+36}$
c. h′ mit $h'(x) = \frac{2x^2-10x-6}{4x^2-20x+25}$
d. h′ mit $h'(x) = \frac{2x^2-28x+19}{x^2-14x+49}$

82
a. f′ mit $f'(x) = \frac{(x+1)-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$
b. f′ mit $f'(x) = \frac{6x(x^2+1)-3x^2\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{6x}{(x^2+1)^2}$
c. f′ mit $f'(x) = \frac{(2x+6x^2)(x^3-x^2+1)-(x^2+2x^3)(3x^2-2x)}{(x^3-x^2+1)^2} = \frac{-3x^4+6x^2+2x}{(x^3-x^2+1)^2}$
d. f′ mit $f'(x) = \frac{-4x^3(x^2-x)-(2x-1)(-x^4)}{(x^2-x)^2} = \frac{3x^4-2x^5}{(x^2-x)^2}$

83 a. D b. C

85
a. f′ mit $f'(x) = 6(2x+4)^2$
b. f′ mit $f'(x) = 3(4x^2-2x+5)^2(8x-2)$
c. f′ mit $f'(x) = 12x^2(x^3+1)^3$
d. f′ mit $f'(x) = 4(x^3-2x^2+1)^3(3x^2-4x)$

86 a. D b. C

88
a. f′ mit $f'(t) = \frac{3}{2\cdot\sqrt{3t-1}}$
b. f′ mit $f'(t) = \frac{6t^2-6t}{2\cdot\sqrt{2t^3-3t^2}}$
c. f′ mit $f'(t) = \frac{2t+3}{3\cdot\sqrt[3]{(t^2+3t)^2}}$

89
a. a′ mit $a'(x) = \frac{5}{2\sqrt{5x+1}}$
b. b′ mit $b'(x) = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
c. c′ mit $c'(x) = -\frac{10x}{3\cdot\sqrt[3]{(8-5x^2)^2}}$
d. d′ mit $d'(x) = \frac{14x+4}{3\cdot\sqrt[3]{(7x^2+4x-4)^2}}$
e. g′ mit $g'(x) = \frac{15x^2+2}{2\sqrt{5x^3+2x}}$
f. f′ mit $f'(x) = \frac{54x^2-6}{3\cdot\sqrt[3]{(18x^3-6x)^2}}$

90 Markierte Fehler: $f'(x) = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{3x^2-2x+1}\cdot(3x-2)$
Richtig ist $f'(x) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}\cdot(6x-2)$.

92
a. f′ mit $f'(x) = 3e^{3x}$
b. f′ mit $f'(x) = 2x\cdot e^{x^2}$
c. f′ mit $f'(x) = -x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$
d. f′ mit $f'(x) = (6x-2)e^{3x^2-2x+1}$
e. f′ mit $f'(x) = 2\cdot e^{2x+1}$
f. f′ mit $f'(x) = (8x+3)\cdot e^{4x^2+3x-8}$

93
a. f′ mit $f'(x) = \frac{5}{5x+1}$
b. f′ mit $f'(x) = \frac{4}{x}$
c. f′ mit $f'(x) = \frac{6x-4}{3x^2-4x}$

94
a. f′ mit $f'(x) = \ln(2)\cdot 2^x$
b. f′ mit $f'(x) = \frac{1}{2}\ln(3)\cdot 3^x$
c. f′ mit $f'(x) = \frac{1}{x\cdot\ln(10)}$
d. f′ mit $f'(x) = \frac{1}{4x\cdot\ln(3)}$

95
a. a′ mit $a'(x) = \ln(x)+1$
b. b′ mit $b'(x) = x\cdot\ln(x)+\frac{1}{2}x$
c. c′ mit $c'(x) = (2x+7)\ln(x)+(x+7)$
d. d′ mit $d'(x) = (4-16x)\ln(x)+\frac{4x-8x^2}{x}$
e. g′ mit $g'(x) = e^x\cdot\ln(x)+\frac{e^x}{x}$
f. f′ mit $f'(x) = 2x\ln(4x)+x$

96 Siehe Schulbuch Seite 210.

97 Siehe Schulbuch Seite 210.

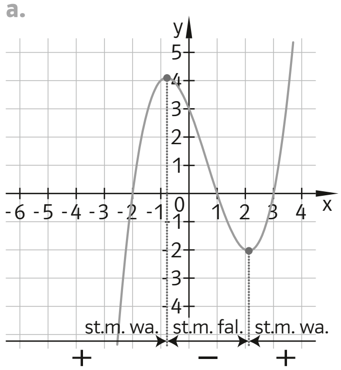
98 Siehe Schulbuch Seite 210.

99 Siehe Schulbuch Seite 210.

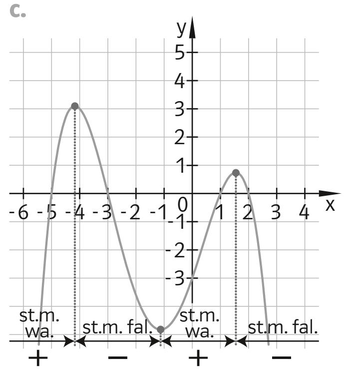
100 Siehe Schulbuch Seite 210.

1.4 Monotonie, Extremstellen und lineare Näherung

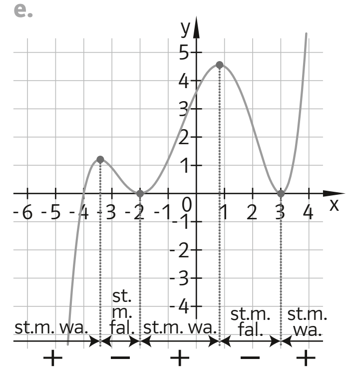
101 a.



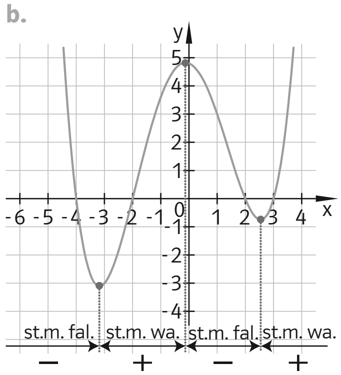
c.



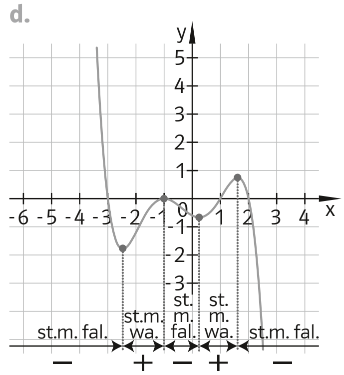
e.



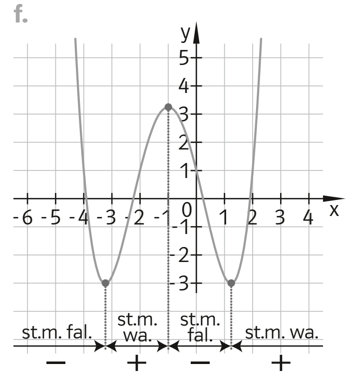
b.



d.

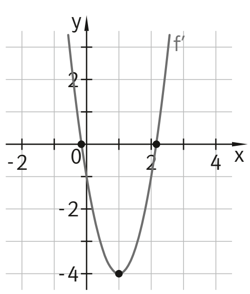


f.

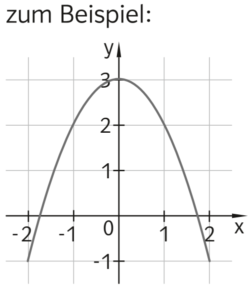


102 a. B b. D c. A d. C

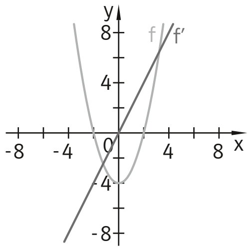
103



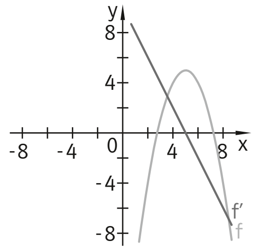
104 zum Beispiel:



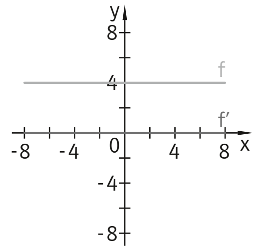
105 **a.**



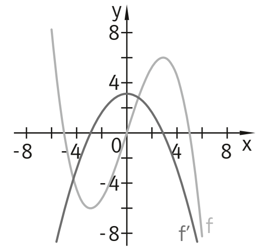
c.



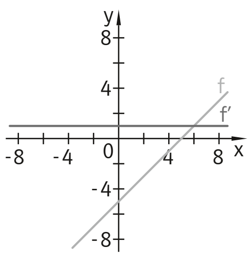
e.



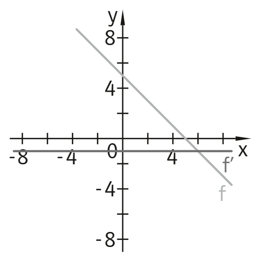
g.



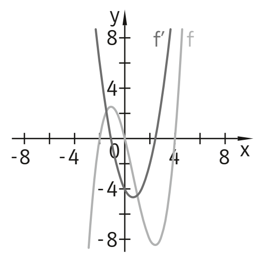
b.



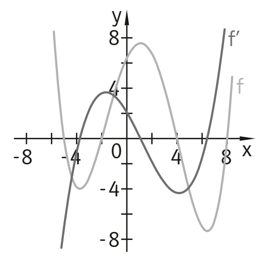
d.



f.



h.



106 B, D

107 C

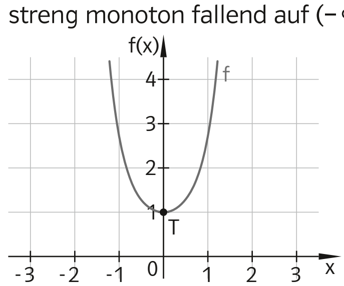
108 B, C, E, F

109 –

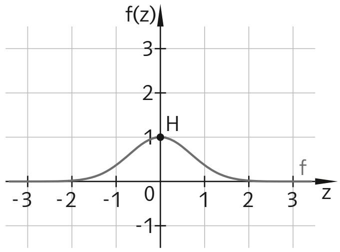
111
a. Extremstellen: −1,79 und 1,12; Extrempunkte: (−1,79 | 1,64) und (1,12 | −0,81)
b. streng monoton fallend auf (−1,79; 1,12); streng monoton wachsend auf (−∞; −1,79) und (1,12; ∞)

112
a. streng monoton fallend auf (−∞; 1) und streng monoton wachsend auf (1; ∞)
Extremstelle: 1
b. streng monoton wachsend auf (−∞; −1) und streng monoton fallend auf (−1; ∞)
Extremstelle: −1
c. streng monoton wachsend auf (−∞; −0,79) und streng monoton fallend auf (−0,79; 2,12) sowie streng monoton wachsend auf (2,12; ∞)
Extremstellen: −0,79 und 2,12
d. streng monoton wachsend auf (−∞; 0,21) und streng monoton fallend auf (0,21; 3,12) sowie streng monoton wachsend auf (3,12, ∞)
Extremstellen: 0,21 und 3,12
e. streng monoton fallend auf (−∞; −0,08) und streng monoton wachsend auf (−0,08; 4,08) sowie streng monoton fallend auf (4,08; ∞)
Extremstellen: −0,08 und 4,08
f. streng monoton fallend auf (−∞; −6,27) und streng monoton wachsend auf (−6,27; −1,06) sowie streng monoton fallend auf (−1,06; ∞)
Extremstellen: −6,27 und −1,06

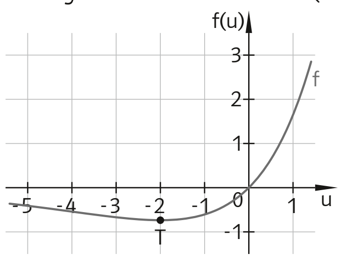
114
a. streng monoton fallend auf (−∞; 0); streng monoton wachsend auf (0; ∞)



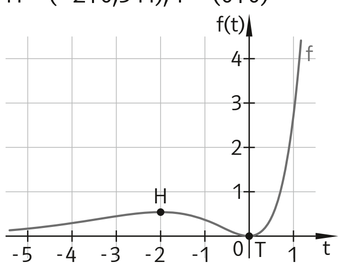
b. streng monoton wachsend auf (−∞; 0); streng monoton fallend auf (0; ∞); H = (0|1)



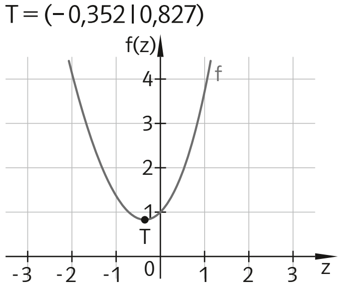
c. streng monoton fallend auf (−∞; −2); streng monoton fallend auf (−2; ∞); T = (−2|−0,736)



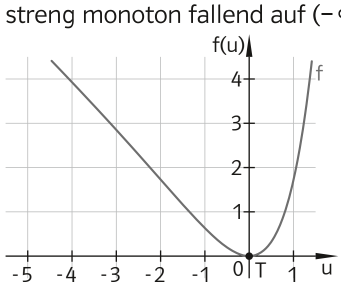
d. streng monoton wachsend auf (−∞; −2) und (0; ∞); streng monoton fallend auf (−2; 0);
H = (−2|0,541), T = (0|0)



e. streng monoton fallend auf (−∞; −0,352); streng monoton wachsend auf (−0,352; ∞);
T = (−0,352|0,827)



f. streng monoton fallend auf (−∞; 0); streng monoton wachsend auf (0; ∞); T = (0|0)

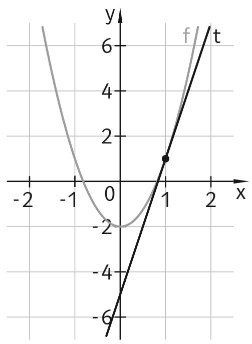


116 **a.** t mit t(x) = −1 + 6(x − 1) **b.** −1,6 **c.** 0,049

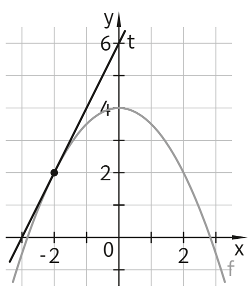
117 **a.** A **b.** D

118 C

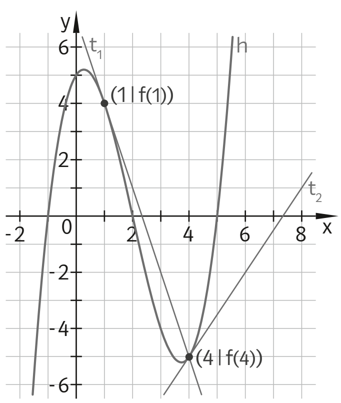
119 Gleichung der Tangente: $y = 6x - 5$



120 Gleichung der Tangente: $y = 2x + 6$



121 Gleichung der Tangente in $(1 \mid f(1))$: $y = -3x + 7$; Gleichung der Tangente in $(4 \mid f(4))$: $y = \frac{3}{2}x - 11$



ggb 749xz8

122 **a.** um $-0{,}00308\,m/s^2$ pro km
b. **I.** $9{,}691\,m/s^2$ **II.** $9{,}690\,m/s^2$
c. –

123 Siehe Schulbuch Seite 210.

124 Siehe Schulbuch Seite 210.

125 Siehe Schulbuch Seite 210.

126 Siehe Schulbuch Seite 211.

127 Siehe Schulbuch Seite 211.

128 Siehe Schulbuch Seite 211.

129 Siehe Schulbuch Seite 211.

1.5 Die zweite Ableitung

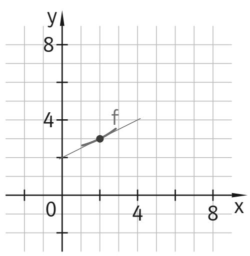
130 a. III, D b. II, B c. I, A d. IV,C

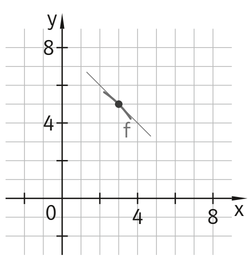
131
a. $f'(12) = 5$; $f''(12) = 0$
b. $f'(-1) = 4$; $f''(-1) = -2$
c. $f'(1) = 5$; $f''(1) = 10$
d. $f'(-2) = 13$; $f''(-2) = -10$
e. $f'(-2) = -16$; $f''(-2) = 40$
f. $f'(2) = 36$; $f''(2) = 40$

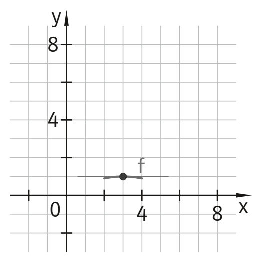
132
a. a' mit $a'(z) = e^z$; a'' mit $a''(z) = e^z$
b. b' mit $b'(z) = 3^z \cdot \ln(3)$; b'' mit $b''(z) = 3^z \cdot \ln(3)^2$
c. c' mit $c'(z) = 2e^{2z}$; c'' mit $c''(z) = 4e^{2z}$
d. d' mit $d'(z) = e^z + z \cdot e^z$; d'' mit $d''(z) = 2e^z + z \cdot e^z$
e. g' mit $g'(z) = \frac{1}{z}$; e'' mit $e''(z) = -\frac{1}{z^2}$
f. f' mit $f'(z) = \ln(z) + 1$; f'' mit $f''(z) = \frac{1}{z}$

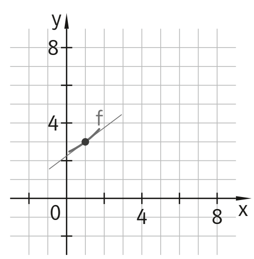
134
a. $a = 3$; $f(3) = 2$; $f'(3) = \frac{1}{2}$; $f''(3) > 0$
b. $a = 4$; $f(4) = 2$; $f'(4) = \frac{3}{2}$; $f''(4) < 0$
c. $a = 3$; $f(3) = 3$; $f'(3) = 0$; $f''(3) < 0$
d. $a = 4$; $f(4) = 4$; $f'(4) = -1$; $f''(4) < 0$

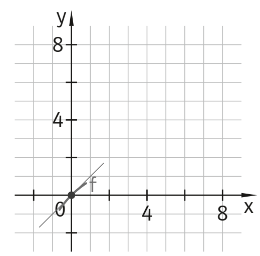
135

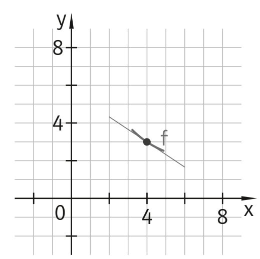
a.


b.


c.


d.


e.


f.


136 a. A b. B

138 a. Wendestelle: 4; Wendepunkt: $(4 \mid -6)$ b. $y = -8x + 26$

139 a. Wendestellen: -1 und 2; Wendepunkte: $(-1 \mid -2)$ und $(2 \mid 2)$ b. $y = \frac{71}{33}x + \frac{5}{33}$ und $y = \frac{17}{33}x + \frac{32}{33}$

140 a. D b. B

141 linksgekrümmt auf $(-\infty; -1{,}05)$ und $(2{,}05; \infty)$, rechtgekrümmt auf $(-1{,}05; 2{,}05)$
Wendestellen: $-1{,}05$ und $2{,}05$
Gleichungen der Wendetangenten: $y = 15{,}03x + 15{,}03$ und $y = -15{,}03x + 30{,}06$

ggb/tns
d5df3q

142 Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.
Wendestellen in 0, $-\sqrt{3}$ und $\sqrt{3}$

143 Eine Polynomfunktion vom Grad 3 muss einen Wendepunkt besitzen, weil die zweite Ableitung eine lineare Funktion ist, die nicht konstant ist, und daher eine Nullstelle hat.

145 $(-3 \mid 5{,}05)$; $(2 \mid -1{,}2)$

146
a. Extremstelle: $\frac{5}{6}$; Extrempunkt: $\left(\frac{5}{6} \middle| -1{,}08\right)$
b. Extremstelle: 0,25; Extrempunkt: $(0{,}25 \mid 0{,}53)$

c. Extremstellen: 0 und $\frac{4}{3}$; Extrempunkte: $(0|0)$, $\left(\frac{4}{3}\middle|-1{,}19\right)$
d. Extremstellen: $-0{,}5$ und $2{,}35$; Extrempunkte: $(-0{,}35|0{,}93)$, $(2{,}35|-18{,}93)$
e. Extremstellen: -1, 0 und 1; Extrempunkte: $(-1|0)$, $(0|1)$, $(1|0)$
f. Extremstellen: $-1{,}58$, 0 und $1{,}58$; Extrempunkte: $(-1{,}58|-0{,}25)$, $(0|6)$, $(1{,}58|-0{,}25)$

147 a. $(3|-20{,}09)$
b. Es gibt kein lokales Extremum, aber einen Sattelpunkt $S = (0|2)$.
c. $(0|1)$
d. $(2{,}5|1{,}32)$
e. $(2|1{,}10)$
f. $(-1|-2{,}5)$; $(1|2{,}5)$

148 a. Die Ableitungen der Funktionen f und g sind f′ mit $f'(x) = 1{,}5x^2 - 6$ und g′ mit $g'(x) = \frac{1}{2} \cdot (0{,}5x^3 - 6x + 9)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1{,}5x^2 - 6)$. Die lokalen Extremstellen sind die Nullstellen von f′ und g′. Diese zwei Funktionen haben dieselben Nullstellen.
b. Die Ableitungen der Funktionen f und g sind f′ mit $f'(x) = 2x - 2$ und g′ mit $g'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 3} \cdot (2x - 2)$. Die Funktionen f′ und g′ haben dieselben Nullstellen.
c. Die Ableitungen der Funktionen f und g sind f′ mit $f'(x) = 3x^2 - 1$ und g′ mit $g'(x) = e^{x^3 - x + 1} \cdot (3x^2 - 1)$.
Die Funktionen f′ und g′ haben dieselben Nullstellen.

150 a. $2{,}33\,m/s^2$ b. $5{,}45\,m/s^2$ c. $7{,}72\,m/s^2$

151 a. $2{,}55\,m/s^2$ b. 10,9 s

153 a. v mit $v(t) = t^2 + 2t$; a mit $a(t) = 2t + 2$ b. 8 m/s c. $10\,m/s^2$

154 a. v mit $v(t) = 0{,}04t^3 - 1{,}5t^2 + 10t - \frac{1}{3}$; a mit $a(t) = 0{,}12t^2 - 3t + 10$
b. nach 3,96 s; 18,23 m/s
c. $-6{,}32\,m/s^2$; Da diese Beschleunigung negativ ist, bremst das Fahrzeug.

155 Siehe Schulbuch Seite 211.

156 Siehe Schulbuch Seite 211.

157 Siehe Schulbuch Seite 211.

158 Siehe Schulbuch Seite 211.

159 Siehe Schulbuch Seite 211.

1.6 Anwendungen der Differentialrechnung

161 Für f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ist $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = -4$. Also ist f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$.

162 Für f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ist $a = 0{,}25$, $b = 1$, $c = -3$. Also ist f die Funktion mit $f(x) = 0{,}25x^2 + x - 3$.

164 a. Die Flugbahn ist der Graph der quadratischen Funktion f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ so, dass $f(0) = c = 1{,}7$, $f'(0) = b = 1$ und $f(27) = 27^2a + 27b + c = 2$ ist.
b. $a = -0{,}037$; $b = 1$; $c = 1{,}7$
c. in 13,51 m Entfernung

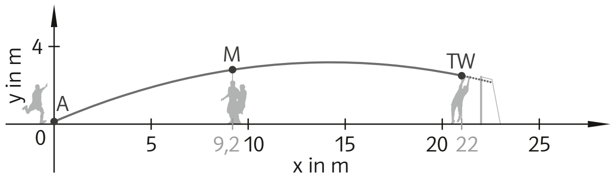
165 a. I) $f(0) = 0$
II) $f'(0) = \tan(33°)$
III) $f(16) = 0$
bzw.
I) $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0$
II) $2a \cdot 0 + b = \tan(33°) = 0{,}649$
III) $a \cdot 16^2 + b \cdot 16 + c = 0$

b Nach I) ist $c = 0$, nach II) ist $b = 0{,}649$ und nach III) ist $256a + 16 \cdot 0{,}649 = 0$, also ist $a = -0{,}041$.

c. 2,57 m

ggb 55b85v

166 a. b mit $b(x) = -0{,}015x^2 + 0{,}428x + 0{,}13$



b. ja (Höhe des Balles beim Tor: 2,28 m)

c. Abstoßwinkel: 23,17°; Fangwinkel: 11,42°

d. 3,18 m

e. Die Funktion f ist quadratisch und hat daher nur eine Extremstelle.

168 Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = -0{,}08$, $b = 0{,}12$, $c = 1{,}44$, $d = -1{,}24$.
Also ist f die Funktion mit $f(x) = -0{,}08x^3 + 0{,}12x^2 + 1{,}44x - 1{,}24$.

169 a. Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist

I) $f(2) = 0$
II) $f(-1) = 0$
III) $f''(-1) = 0$
IV) $f'(-1) = 2{,}25$

bzw.

I) $8a + 4b + 2c + d = 0$
II) $-a + b - c + d = 0$
III) $-6a + 2b = 0$
IV) $3a - 2b + c = 2{,}25$

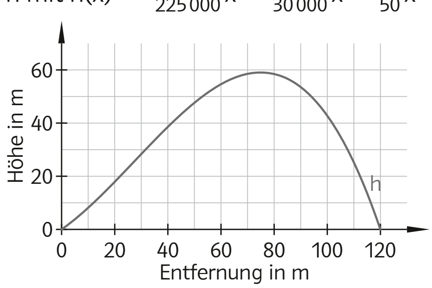
b. I) $8 \cdot 0{,}25 + 4 \cdot 0{,}75 + 2 \cdot (-1{,}5) + (-2) = 0$
II) $-0{,}25 + 0{,}75 - (-1{,}5) + (-2) = 0$
III) $-6 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}75 = 0$
IV) $3 \cdot 0{,}25 - 2 \cdot 0{,}75 + (-1{,}5) = 2{,}25$

170 Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = 5$, $b = -15$, $c = 15$, $d = 0$.
Also ist f die Funktion mit $f(x) = 5x^3 - 15x^2 + 15x$.

ggb gt7g8n

171 (gerechnet mit $\tan(32°) \approx 0{,}62$)

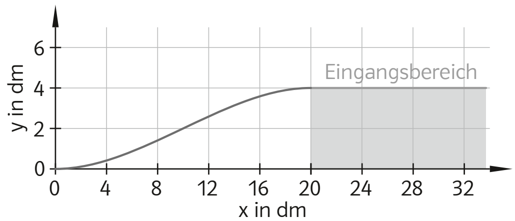
h mit $h(x) = -\frac{31}{225\,000}x^3 + \frac{341}{30\,000}x^2 + \frac{31}{50}x$



172 Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = -\frac{1}{1215}$, $b = \frac{2}{135}$, $c = 1$, $d = 0$.

Also ist f die Funktion mit $f(x) = -\frac{1}{1215}x^3 + \frac{2}{135}x^2 + x$.

173 **a.**



b. Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = -10^{-5}$, $b = 0{,}003$, $c = 0$, $d = 0$.
Also ist f die Funktion mit $f(x) = -10^{-5}x^3 + 0{,}003x^2$.

c. 16,7°

174 **a.** $\frac{1}{3}$

b. 7,33 m über der Talstation

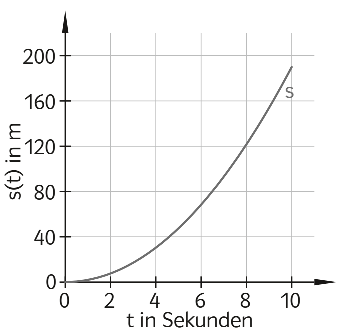
c. Für f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ ist $a = \frac{1}{10\,652}$, $b = \frac{371}{1275}$, $c = 0$.

Also ist f die Funktion mit $f(x) = \frac{1}{10\,625}x^2 + \frac{371}{1275}x$.

176 Momentangeschwindigkeit: 7 m/s = 25,2 km/h
Durchschnittsgeschwindigkeit: 8,005 m/s ≈ 28,818 km/h

177 **a.** **I.** 18,0 m/s **II.** 21,0 m/s
b. **I.** 17,0 m **II.** 23,0 m

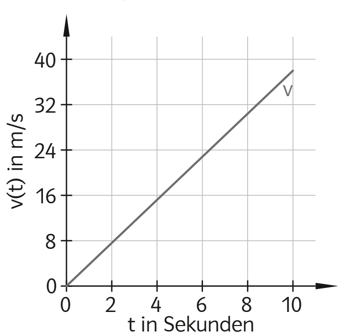
178 **a.**



b. v mit $v(t) = 3{,}8 \cdot t$

c. $v(5) = 19$ m/s

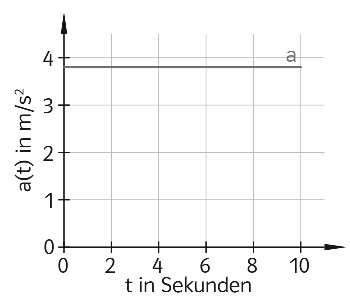
d.



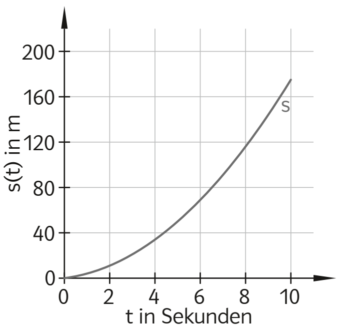
e. a mit $a(t) = 3{,}8$

f. $a(3) = 3{,}8$ m/s²

g.

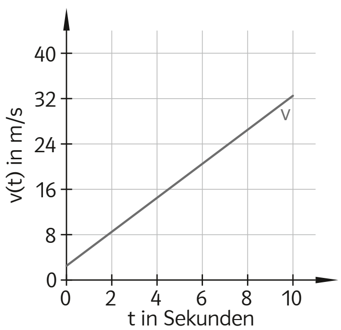


179 **a.**



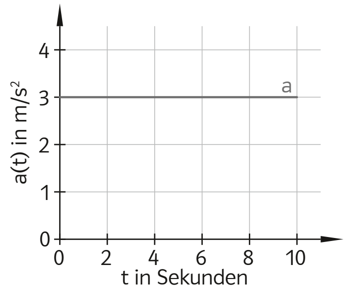
b. v mit $v(t) = 3t + 2{,}5$

c.



d. a mit $a(t) = 3$

e.

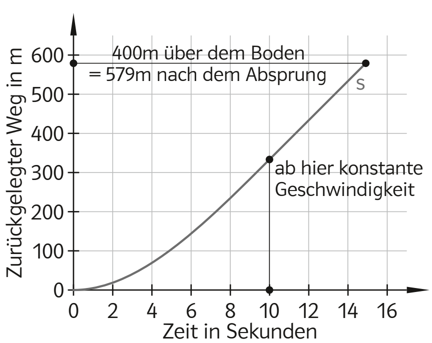


180 **a.** 64,8 km/h

b. 50 m/s = 180 km/h

c. 5 m/s^2

d.



181 **a.** Für s mit $s(t) = at^2 + bt + c$ ist $a = 0{,}75$, $b = 1$, $c = 0$. Also ist s die Funktion mit $s(t) = 0{,}75t^2 + t$.

b. 30,6 km/h

c. 1,5 m/s^2

182 **a.** Für s mit $s(t) = at^2 + bt + c$ ist $a = 2{,}6$, $b = 0$, $c = 0$. Also ist s die Funktion mit $s(t) = 2{,}6t^2$.

b. 56,16 km/h

c. 56,16 km/h

183 **a.** Die Geschwindigkeit des Radfahrers nach t Sekunden ist

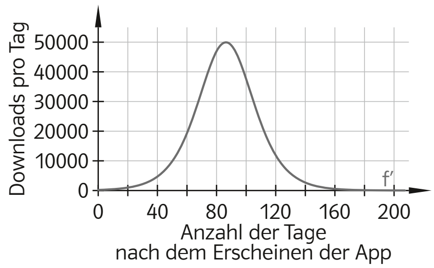
$$v(t) = s'(t) = 13 - 26 \cdot \frac{1}{2\sqrt{t+1}} = \frac{13\sqrt{t+1} - 13}{\sqrt{t+1}}.$$

b. **I.** 7,69 m/s = 27,69 km/h **II.** 9,08 m/s = 32,69 km/h

c. **I.** 0,442 m/s^2 **II.** 0,178 m/s^2

184 Beschleunigung am Start: 20 m/s^2
Beschleunigung nach 1 s: 2,5 m/s^2
Beschleunigung nach 5 s: 0,093 m/s^2

ggb/tns 25qg2q **185** a.

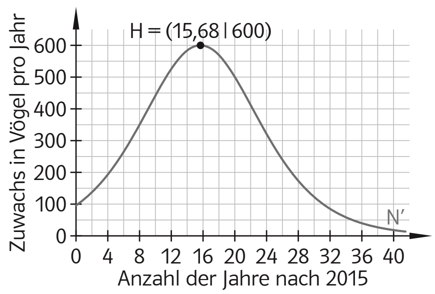


b. Die Anzahl der Downloads am Tag t ist $f(t+1) - f(t)$, also die mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[t;\ t+1]$. Diese wird durch die momentane Änderungsrate $f'(t)$ angenähert.

c. nach ca. 86 Tagen mit 50 000 Downloads pro Tag

ggb/tns s5eu5c **186** a. 105,1; Im ersten Jahr ist der Bestand dieser Vogelart um 105 Vögel gewachsen.

b. (15,68 | 600)



c. Das Wachstum des Vogelbestands ist nach 15,68 Jahren mit einem Zuwachs von 600 Vögeln pro Jahr am größten.

d. im Jahr 2050 ($t = 34{,}8$)

ggb/tns y7ds7n **187** a. 0,55 m/Jahr. Die Fichte wächst innerhalb der ersten 10 Jahre durchschnittlich um 0,55 m/Jahr.

b. v mit $v(t) = 0{,}567 \cdot e^{-0{,}0063t}$

c. Alter: 130 Jahre; Höhe: 50,3 m

188 Länge = Breite = 25 m

189 $x = 20,\ y = -20$

190 $a = b = 10\,cm$

191 $a = 50\,m,\ b = 25\,m,\ A = 1250\,m^2$

193 5,66 cm

194 $a = 11{,}08\,cm;\ b = 12{,}16\,cm;\ c = 3{,}92\,cm;\ V_{max} = 528{,}15\,cm^3$

195 $a = 31{,}55\,cm;\ b = 23{,}10\,cm;\ c = 8{,}45\,cm;\ V_{max} = 6158{,}40\,cm^3$

196 Seitenlänge: 2,52 dm

197 Abmessungen: 7,21 cm; 9,62 cm und 14,42 cm

198 Durchmesser: 8,6 cm; Höhe: 8,6 cm

199 $r = 11{,}68\,cm;\ h = 11{,}68\,cm$

200 $r = 25{,}15\,cm;\ h = 50{,}3\,cm$

201 Siehe Schulbuch Seite 211.

202 Siehe Schulbuch Seite 211.

203 Siehe Schulbuch Seite 211.

204 Siehe Schulbuch Seite 211.

205 Siehe Schulbuch Seite 211.

206 Siehe Schulbuch Seite 211.

Zusammenfassende Aufgaben

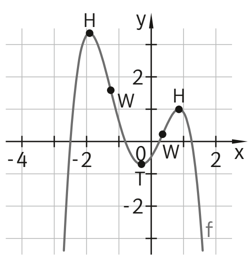
207 **a.** 5 m/s
b. Da die Steigung der Tangenten im Zeit-Weg-Diagramm mit wachsender Zeit zunimmt, wird die Geschwindigkeit immer größer. Daher muss die mittlere Geschwindigkeit in den ersten 4 Fahrsekunden kleiner sein als in den ersten 10 Fahrsekunden.

208 **a.** C **b.** A

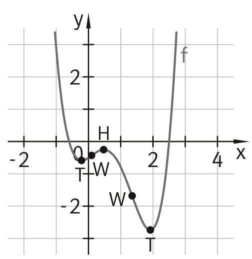
209 **a.** 2011–2013: 327,43 Punkte/Jahr; 2013–2015: −74,8 Punkte/Jahr
b. Von 2011 bis 2013 ist der Schlusskurs des ATX durchschnittlich jährlich um 327,43 Punkte gestiegen, von 2013 bis 2015 durchschnittlich jährlich um 74,8 Punkte gefallen.

210 20 m/s

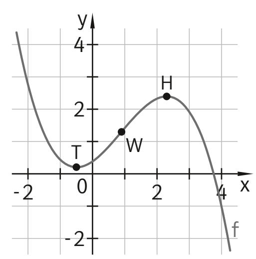
211 **a.**



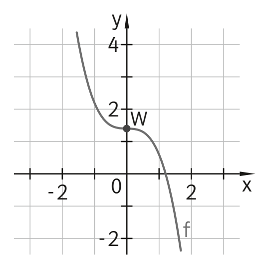
b.



c.



d.



212 Länge = Breite = 200 m

213 B, C
Begründung:
A ist falsch, weil $f(-1) = -6$ ist.
B ist richtig, weil $f''\left(-\frac{5}{3}\right) = 0$ ist und $f'''\left(-\frac{5}{3}\right) = 6$.
C ist richtig, f hat die Nullstellen 1, −2 und −4.
D ist falsch, weil $f'(0) = 2$ ist.

214 Die Schnittgerade der horizontalen Ebene mit der Querschnittfläche entspricht in der Grafik der x-Achse. Der Graph von f schneidet die x-Achse in den Punkten $(x_1 | 0)$ und $(x_2 | 0)$, dabei sind x_1 und x_2 die Nullstellen von f. Wir bezeichnen die kleinere Nullstelle mit x_1. Die Steigung der Tangente im Punkt $(x_1 | 0)$ an den Graphen von f ist $f'(x_1)$. Weil der Steigungswinkel α mit $\tan(\alpha) = f'(x_1)$ zwischen 0 und 90° liegt, ist $\alpha = \arctan(f'(x_1))$.

215 Gleichförmig: B, E; Beschleunigt: A, C; Verzögert: D, F

216 Für f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ist $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$, $d = -4$.
Also ist f die Funktion mit $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$.

217 **a.** D **b.** C **c.** B **d.** A

218 **a.** 16,2 m/s

b.

Man erkennt in der Zeichnung, dass die Steigung der Tangente an den Graphen von s im Punkt (5 | s(5)) größer ist, als die Steigung der Sekante durch die Punkte (0 | s(0)) und (8 | s(8)).

219 I) $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0{,}4$

II) $2a \cdot 0 + b = \tan(40°)$

III) $2a \cdot 17 + b = 0$

2 Regressionsrechnung

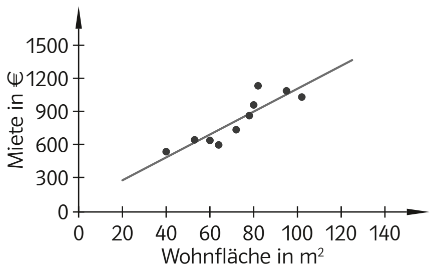
2.1 Lineare Regression

221 a. 1,44 b. 1,16

ggb/xls/tns 4hd3wf

223 a. m mit $m(x) = 10{,}161x + 77{,}815$ (Miete in Euro bei $x\,m^2$ Wohnfläche)

b.



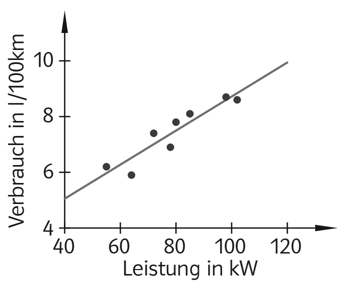
c. ca. 1297 €

d. Pro zusätzlichem Quadratmeter Wohnfläche nimmt die Miete im Schnitt um 10,16 € zu.

ggb/xls/tns 7ec7h7

224 a. v mit $v(x) = 0{,}0611x + 2{,}6081$ (Verbrauch in l/100 km bei x kW Leistung)

b.



c. ca. 9,3 l/100 km

d. Steigt die Leistung um 1 kW, so steigt der Benzinverbrauch um ca. 0,06 l pro 100 km.

225 a. B ($r = -1$ heißt, dass alle Punkte auf einer Geraden mit negativer Steigung liegen.)

b. D ($r = -0{,}73$ heißt, dass die Steigung negativ ist und die Punkte leicht verstreut liegen.)

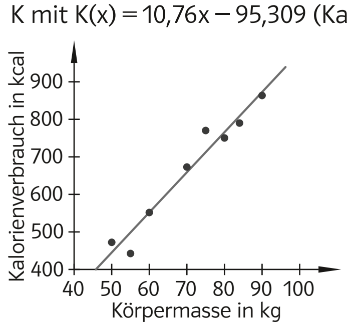
c. A ($r = 1$ heißt, dass alle Punkte auf einer Geraden mit positiver Steigung liegen.)

d. C ($r = 0{,}8$ heißt, dass die Steigung positiv ist und die Punkte leicht verstreut liegen.)

226 a. B b. C

ggb/xls/tns m2s56y

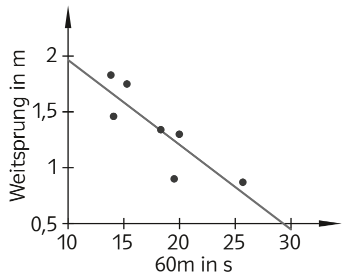
228 a. K mit $K(x) = 10{,}76x - 95{,}309$ (Kalorienverbrauch bei x kg Körpermasse)



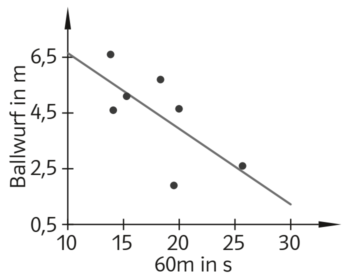
b. $r = 0{,}98$; Die Daten sind sehr stark positiv korreliert.

c. Die positive Steigung der Regressionsgeraden bedeutet, dass der Kalorienverbrauch mit der Körpermasse zunimmt.

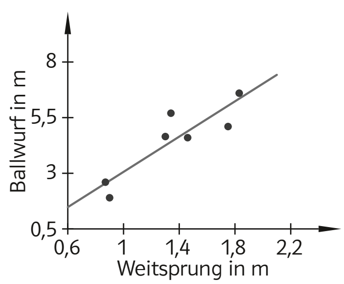
ggb/xls/tns tz3e55 **229** **a.** f mit $f(x) = -0{,}0759x + 2{,}723$; $r = -0{,}85$; Der Zusammenhang ist sehr stark.



b. f mit $f(x) = -0{,}2714x + 9{,}3632$; $r = -0{,}68$; Der Zusammenhang ist nicht stark.



c. f mit $f(x) = 3{,}936\,x - 0{,}9009$; $r = 0{,}89$; Der Zusammenhang ist sehr stark.

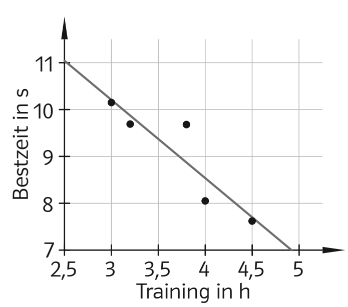


ggb/xls/tns py8zv4 **230** **a.** U mit $U(x) = 1{,}0441x + 0{,}3348$

b. $r = 0{,}97$, das heißt, Werbung und Umsatz sind sehr stark positiv korreliert.

c. Pro 1000 € Werbeausgaben steigt der Umsatz um 104 410 €.

ggb/xls/tns v3u3df **232** **a.**



b. f mit $f(x) = -1{,}6696x + 15{,}2155$; $r = -0{,}90$

c. Würde Joe seine Trainingszeit auf 10 Stunden erhöhen, würde er nach dem Modell weniger als 0 s für das Stapeln der Becher brauchen. Das Modell ist daher auf lange Sicht ungeeignet.

233 Siehe Schulbuch Seiten 211 und 212.

234 Siehe Schulbuch Seite 212.

235 Siehe Schulbuch Seite 212.

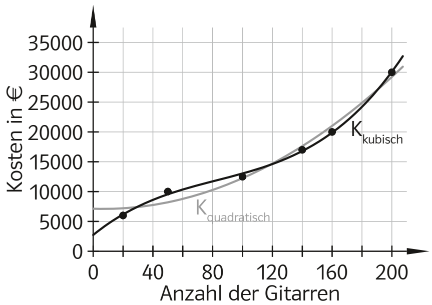
2.2 Weitere Regressionsmodelle

ggb/xls/tns ww49fr **236**

a. K_q mit $K_q(x) = 0{,}59224x^2 - 8{,}00259x + 7127{,}15261$

b. K_k mit $K_k(x) = 0{,}00669x^3 - 1{,}67024x^2 + 203{,}06302x + 2733{,}44$

c. Die kubische Kostenfunktion scheint die Kosten besser wiederzugeben.



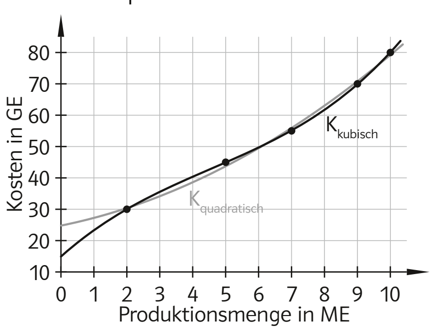
d. $K_q(250) = 42\,141{,}55$ €; $K_k(250) = 53\,677{,}89$ €

ggb/xls/tns w6am2t **237**

a. K_q mit $K_q(x) = 0{,}3316x^2 + 2{,}1279x + 24{,}7801$

b. K_k mit $K_k(x) = 0{,}0771x^2 - 1{,}0538x^2 + 9{,}345x + 14{,}9183$

c. Der Standardfehler der kubischen Kostenfunktion ist mit 0,0859 GE geringer als der Standardfehler der quadratischen Kostenfunktion mit 0,8815 GE. Daher ist die kubische Näherung genauer.



d. quadratische Regression: 98,06 GE; kubische Regression: 108,50 GE

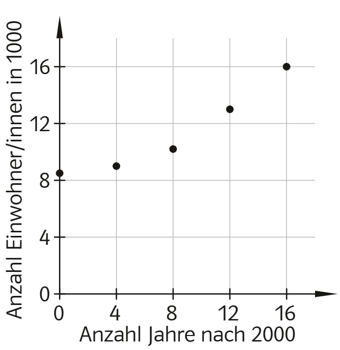
ggb/xls/tns k52ik5 **238**

a. N mit $N(p) = -0{,}0438p^2 + 5{,}7735p + 14\,226{,}9362$ (Nachfrage in Stück beim Preis p)

b. ab 639,65 €

ggb/xls/tns hk8b95 **240**

a.



b. f mit $f(t) = 7{,}9478 \cdot 1{,}0417^t$ (Anzahl der Einwohner/innen im Jahr 2000 + t)

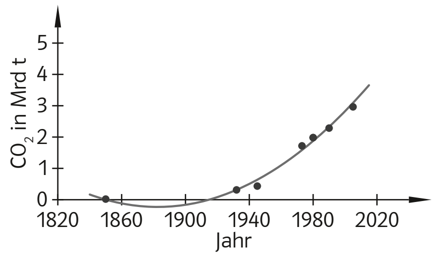
c. um 4,17 %

d. Der Zeitraum bis zum Jahr 2020 ist relativ kurz. $f(20) = 17{,}98$ würde bedeuten, dass im Jahr 2020 ca. 18 000 Einwohnerinnen und Einwohner in der Gemeinde leben. Sollten die Bedingungen gleich bleiben, kann diese Zahl als grobe Schätzung verwendet werden.

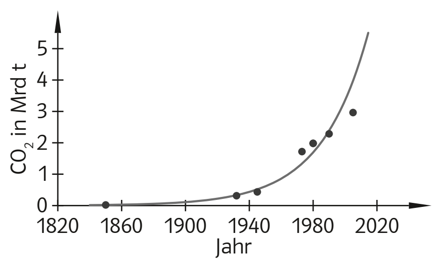
ggb/xls/tns 4x74p2 **241** **a.** f mit $f(t) = 1{,}4357 \cdot e^{0{,}0139t}$ (Bevölkerung in Mrd. im Jahr 1900 + t) **b.** um 1,4 % **c.** 2039

ggb/xls/tns b536wa **242** **a.** f mit $f(t) = 7{,}7437 \cdot 1{,}7222^t$ (Anzahl der Bakterien nach t Stunden)
b. um 72,22 %
c. nach ca. 8,94 Stunden

ggb/xls 8b5g8c **243** **a.** C mit $C(t) = 0{,}0022t^2 + 0{,}0750t - 1{,}6701$



b. C mit $C(t) = 1{,}0881 \cdot 1{,}0344^t$ bzw. $C(t) = 1{,}0881 \cdot e^{0{,}00338t}$



c. Das quadratische Modell stimmt ab 1930 recht gut mit den gegebenen Werten überein, in dem Zeitraum davor allerdings überhaupt nicht. Das exponentielle Modell gibt den Verlauf des Diagramms insgesamt besser wieder, die Werte sind aber ab ca. dem Jahr 2000 zu hoch.

d. Zum Beispiel im Jahr 2013 betrug der CO_2-Ausstoß weltweit ca. 36 Mrd. Tonnen.
quadratisches Modell: 35,1 Mrd. Tonnen; exponentielles Modell: 49,7 Mrd. Tonnen
Das quadratische Modell liegt näher am tatsächlichen Wert.

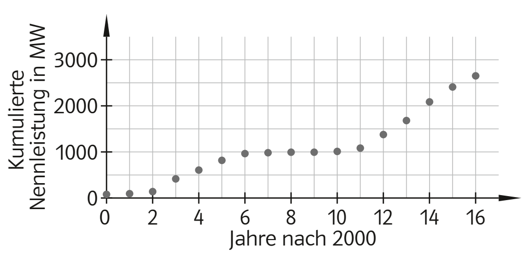
244 –

ggb/xls aq6h4d **245** **a.** f mit $f(t) = 85{,}384 \cdot e^{-0{,}132t}$ (Schwefeldioxid-Konzentration in $\mu g/m^3$ im Jahr 1980 + t)
b. um 12,37%

ggb/xls jc655q **246** **a.** f mit $f(t) = 116{,}38 \cdot e^{-0{,}199t}$ (Schwefeldioxid-Konzentration in $\mu g/m^3$ im Jahr 1980 + t)
b. um 18,05 %

Im Zeitraum von 1980 bis 1990 ist der exponentielle Zusammenhang stärker als im Zeitraum von 1980 bis 2003. Nach 1990 wird die durchschnittliche jährliche prozentuelle Abnahme geringer.

ggb/xls/tns 36qc2d **247** **a.**



b. Der annähernd s-förmige Verlauf des Punktdiagramms lässt am ehesten auf eine kubische Funktion schließen.

c. Wählt man den Zeitpunkt $t = 0$ für das Jahr 2000, so beträgt die kumulierte Nennleistung nach t Jahren ungefähr $g(t) = 1{,}57t^3 - 31{,}57t^2 + 280{,}22t - 90{,}49$ MW.
Berechnet man die Funktionswerte von g an den Stellen 0, 1, …, 16, so erhält man nicht allzu große Abweichungen von den vorgegebenen Nennleistungen. Allerdings steigen die Funktionswerte von g dann sehr stark an (zum Beispiel ist $g(31) \approx 25\,029$) und es ist nicht anzunehmen, dass sich die kumulierte Nennleistung innerhalb von 15 Jahren fast verzehnfacht.

248 –

249 Siehe Schulbuch Seite 212.

250 Siehe Schulbuch Seite 212.

251 Siehe Schulbuch Seite 212.

Zusammenfassende Aufgaben

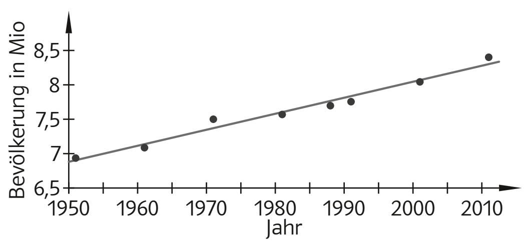
252 A D C B

ggb/xls/tns 8dq9s4

253 a. b mit $b(x) = 23{,}281x - 38\,518$ (Bevölkerung in Tausend im Jahr x)

b. Ja, der Zusammenhang ist sehr stark, der Korrelationskoeffizient ist 0,99.

c.



d. $b(2030) = 8\,744$. Diese Prognose erscheint realistisch. Eine Prognose ist aber sehr schwierig, da zukünftige Entwicklungen nicht sicher eingeschätzt werden können.

ggb/xls/tns 4m3b2g

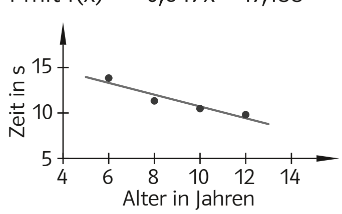
254 a. f mit $f(x) = 1{,}1x + 5{,}7$

b. $r = 0{,}82$

c. $r > 0{,}8$; Die Anzahl der Versuche und die Anzahl der Wörter sind sehr stark positiv korreliert. Bei jedem Versuch kann sich Herr Birner um ca. ein Wort mehr merken als zuvor.

ggb/xls/tns 2325y5

255 a. f mit $f(x) = -0{,}647x + 17{,}188$



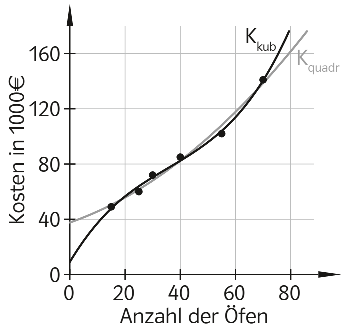
b. Es ist nicht sehr sinnvoll Voraussagen zu treffen, da mit steigendem Alter die Leistungen nicht immer besser werden.

ggb/xls/tns **256**
qy2zu4

a. K_q mit $K_q(x) = 0{,}0108x^2 + 0{,}6896x + 37{,}6223$

b. K_k mit $K_k(x) = 0{,}0006x^3 - 0{,}0618x^2 + 3{,}3804x + 9{,}067$

c.



Die kubische Funktion gibt die gegebenen Daten ein bisschen besser wieder.

d. $K_q(50) = 99{,}1023 \Rightarrow 99\,102{,}30$ €

$K_k(50) = 98{,}587 \Rightarrow 98\,587$ €

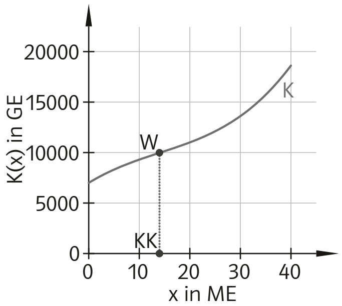
3 Kosten- und Preistheorie

3.1 Kostentheorie

257 a. 12 800 GE b. 25 ME c. 37 ME

258 a. 4 000 €/Stück b. 5 €/kg c. 60 €/Stück d. 20 €/kg e. 25 €/Stück

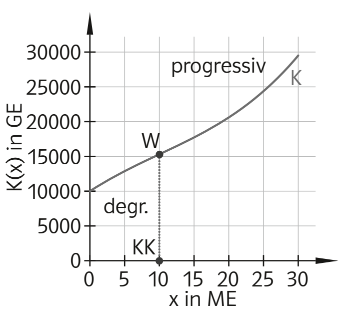
259 14 ME



260 a. ertragsgesetzlich c. linear e. linear g. progessiv
b. degressiv d. progressiv f. degressiv h. ertragsgesetzlich

261 –

262 a. $K'(x) = 1{,}8x^2 - 36x + 650$. Die quadratische Funktion K' hat keine Nullstelle, daher gibt es auch keine lokalen Extremwerte.
b. 10 ME
c.



264
- K' hat keine Nullstellen, daher hat K keine Extremwerte.
- $K'(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, also ist K auf ganz $\mathbb{R}$ streng monoton wachsend.
- $K(0) = 1500 > 0$.
- K hat eine positive Wendestelle $x = 21{,}67$.

Daher erfüllt K alle Bedingungen einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion.

265
- K' hat keine Nullstellen, daher hat K keine Extremwerte.
- $K'(x) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$, also ist K auf ganz $\mathbb{R}$ streng monoton wachsend.
- $K(0) = 1000 > 0$.
- K hat eine positive Wendestelle $x = 16{,}67$.

Daher erfüllt K alle Bedingungen einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion.

266 a. K hat keine Wendestelle.
b. K hat eine Extremstelle, ist auf $(-\infty; 8)$ monoton fallend und hat keine Wendestelle.
c. Die Wendestelle ist negativ.
d. Die Wendestelle ist negativ.

267 A, C, D

A kann keine ertragsgesetzliche Kostenfunktion sein, da der Funktionsgraph einen Hoch- und einen Tiefpunkt hat.

C kann keine ertragsgesetzliche Kostenfunktion sein, da $K(0) < 0$ ist.

D kann keine ertragsgesetzliche Kostenfunktion sein, da der Funktionsgraph zuerst progressiv und dann degressiv wächst.

268 –

ggb/xls/tns 32ua5e **269**

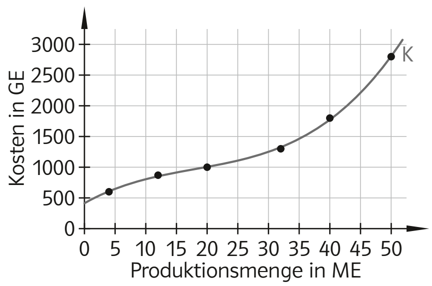
a. K mit $K(x) = 0{,}047x^3 - 5{,}857x^2 + 700{,}762x + 2\,868$

K hat keine Extremstellen, ist streng monoton wachsend, $K(0) > 0$ und die Wendestelle ist positiv.

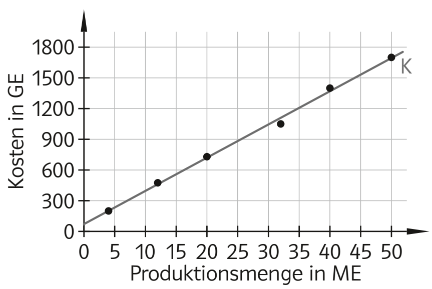
b. 33 980,52 €

ggb/xls/tns km5w6p **270**

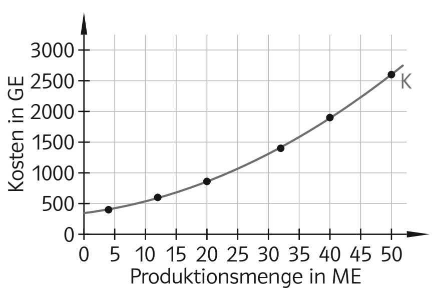
a. ertragsgesetzlich; K mit $K(x) = 0{,}04x^3 - 2{,}12x^2 + 56{,}4x + 413{,}18$



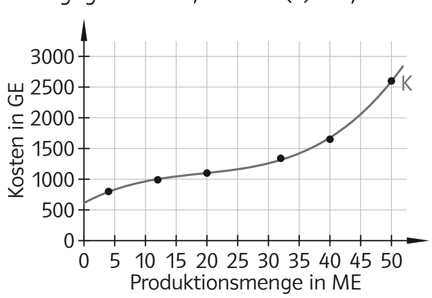
b. linear; K mit $K(x) = 32{,}44x + 71{,}56$



c. progressiv; K mit $K(x) = 0{,}65x^2 + 12{,}68x + 344{,}63$



d. ertragsgesetzlich; K mit $K(x) = 0{,}04x^3 - 2{,}28x^2 + 54{,}08x + 612{,}06$



272 a. 81,35 GE b. 86,25 GE c. Die Kosten wachsen degressiv, da $K''(15) = -10{,}5 < 0$ ist.

273 a. progressiv b. linear c. degressiv d. ertragsgesetzlich

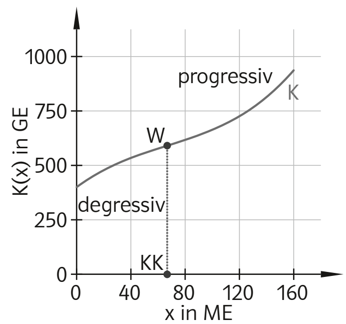
274 a. ertragsgesetzlich, F b. progressiv, A c. degressiv, G d. linear, B

275 Vor der Kostenkehre wachsen die Kosten degressiv, also werden die Grenzkosten immer kleiner. Nach der Kostenkehre wachsen die Kosten progressiv, also werden die Grenzkosten immer größer. Folglich müssen in der Kostenkehre die Grenzkosten minimal sein.

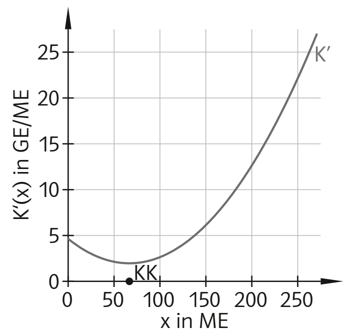
276 In der Kostenkehre sind die Grenzkosten minimal. Da nur K_B' ein lokales Minimum besitzt, hat nur die Kostenfunktion von Betrieb B eine Kostenkehre. Sie liegt bei 8 ME.

277 a. degressiv auf (0; 10), progressiv auf [10; ∞)
b. degressiv auf (0; 33,33), progressiv auf [33,33; ∞)

278 a./b./d.



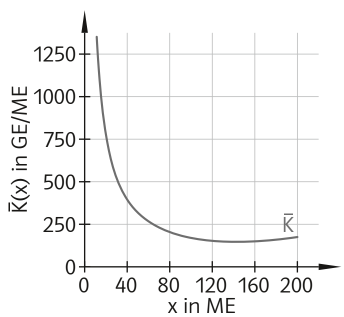
c. K′ mit $K'(x) = 0{,}0006x^2 - 0{,}08x + 4{,}6333$



d. 66,67 ME

280 a. $\overline{K}$ mit $\overline{K}(x) = 0{,}04x^2 - 2{,}4x + 71 + 490x^{-1}$; $x_{BO} = 35$ ME b. 50 GE/ME c. 50 GE/ME

ggb a58qh4 **281** a. $\overline{K}$ mit $\overline{K}(x) = 0{,}005x^2 - 0{,}7x + 40 + \frac{15\,000}{x}$



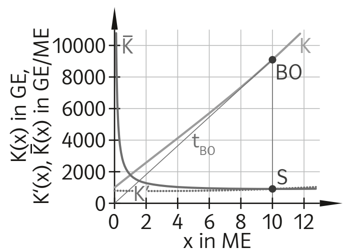
b. Die minimalen Durchschnittskosten von 147,04 GE/ME entstehen bei einer Produktion von 143,17 ME. Das Betriebsoptimum liegt bei einer Produktion von 143,17 ME.

282 a. 10ME b. 30 ME c. 137 GE/ME d. 137 GE/ME e. 265 GE/ME f. 41 GE/ME

283 a. bei 160 Stück b. 646 €/Stück

ggb/tns qi82ye **284** –

ggb r45wh5 **285** **a./d.**



b. (10 | 910)

c. 10 ME, 910 GE/ME

d. y = 910x

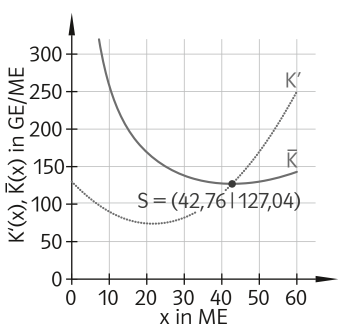
e. k = 910, im Ursprung

f. Das Betriebsoptimum entspricht der ersten Koordinate des Schnittpunkts von K' und $\overline{K}$.
Die Durchschnittskosten im Betriebsoptimum entsprechen der zweiten Koordinate des Schnittpunkts von K' und $\overline{K}$. Die Steigung der Tangente an K im Betriebsoptimum entspricht den minimalen Durchschnittskosten.
Die Tangente an K im Betriebsoptimum geht durch den Koordinatenursprung.

286 **a.** $x_{BO} = 40$ ME; $\overline{K}_{min} = 75$ GE/ME
b. $x_{BO} = 60$ ME; $\overline{K}_{min} = 83{,}33$ GE/ME
c. $x_{BO} = 50$ ME; $\overline{K}_{min} = 100$ GE/ME
d. $x_{BO} = 75$ ME; $\overline{K}_{min} = 13{,}33$ GE/ME
e. $x_{BO} = 200$ ME; $\overline{K}_{min} = 100$ GE/ME
f. $x_{BO} = 35$ ME; $\overline{K}_{min} = 71{,}4$ GE/ME

287 **a.** K' mit $K'(x) = 0{,}12x^2 - 4{,}08x + 47$; $\overline{K}$ mit $\overline{K}(x) = 0{,}04x^2 - 2{,}04x + 47 + 931x^{-1}$
b. 35 ME
c. 35 ME

ggb y388v3 **288** **a.**



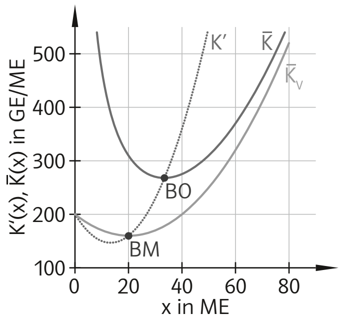
b. 42,756 ME

c. 127,04 GE/ME

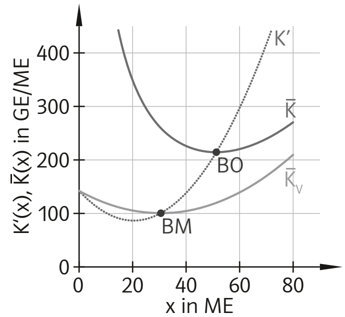
ggb x2957a **289** Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.
Der Graph von K' ist von den Fixkosten unabhängig, der Graph von $\overline{K}$ nicht. Je höher die Fixkosten sind, desto weiter nach rechts verschiebt sich der Schnittpunkt der beiden Graphen. Daher ist das Betriebsoptimum umso höher, je höher die Fixkosten sind.

291 **a.** 20 ME **b.** 10 ME

ggb c8fi5z **292** a. $x_{BM} = 20$ ME, $x_{BO} = 33,43$ ME



b. $x_{BM} = 30,56$ ME, $x_{BO} = 51,27$ ME



293 a. 31,57 ME b. 9 ME

294 $K_v' = [K - K(0)]' = K' - 0 = K'$
Beachte dabei, dass K(0) eine Zahl (Fixkosten) ist, und die Ableitung einer Zahl stets 0 ist.

295 a. Die Steigung der Tangente von K_v an der Stelle x ist die Ableitung $K_v'(x)$ von K_v an der Stelle x. Wenn diese Tangente den Punkt (0|0) enthält, dann ist die Steigung auch gleich $\frac{K_v(x)}{x}$. Für eine solche Stelle x gilt daher: $\frac{K_v(x)}{x} = K_v'(x)$, also auch $K_v(x) - x \cdot K_v'(x) = 0$. Da die Ableitung der variablen Durchschnittskostenfunktion nach der Quotientenregel gleich $\frac{K_v(x) - x \cdot K_v'(x)}{x^2}$ ist, ist x das Betriebsminimum, wenn $K_v(x) - x \cdot K_v'(x) = 0$ ist. Das bedeutet aber, dass die Tangente von K_v an dieser Stelle den Punkt (0|0) enthält.

b. Man denkt sich eine Parallele zur ersten Koordinatenachse, die durch den Schnittpunkt von K mit der zweiten Koordinatenachse verläuft. Jetzt hat man geometrisch die gleiche Situation wie in Aufgabe a., wobei die Parallele zur ersten Koordinatenachse die Rolle der ersten Koordinatenachse übernimmt und der Graph von K die Rolle von K_v.

ggb v2rp3k **296** Siehe Mathematik anwenden HAK-Online. $x_{BM} \approx 37,46$ ME

297 a. 45 ME b. 25 ME

298 a. 45 ME b. 20 ME

ggb i3e9gh **300** K mit $K(x) = 0,015x^2 + 12x + 2\,000$

ggb z3ag9t **301** K mit $K(x) = 0,15x^2 + 25x + 54\,000$

ggb rh46v9 **302** K mit $K(x) = 0,02x^2 + 120x + 12\,800$

ggb fw8vj4 **304** K mit $K(x) = 10x^2 + 26x + 90$

ggb e8bq3y **305** K mit $K(x) = 0,02x^2 + 44x + 5\,000$

ggb 5mz4i2 **307** K mit $K(x) = 0,01x^3 - 0,9x^2 + 130x + 5\,780$

ggb 4s5jn6 **308** K mit $K(x) = 0,005x^3 - 0,75x^2 + 54x + 1\,805$

ggb p2yb5k **309** K mit $K(x) = 0,02x^3 - 0,6x^2 + 120x + 12\,000$

ggb 33sk3b **310** K mit $K(x) = 0,4x^3 - 132x^2 + 23\,000x + 67\,000$

ggb 9c58rc **311** K mit $K(x) = 0{,}1x^3 - 3x^2 + 2\,250x + 12\,150$

ggb i6k49b **312** K mit $K(x) = 0{,}125x^3 - 3x^2 + 210x + 11\,200$

313 Siehe Schulbuch Seite 212.

314 Siehe Schulbuch Seite 212.

315 Siehe Schulbuch Seite 212.

316 Siehe Schulbuch Seite 212.

317 Siehe Schulbuch Seite 212.

318 Siehe Schulbuch Seite 212.

319 Siehe Schulbuch Seite 212.

320 Siehe Schulbuch Seite 212.

321 Siehe Schulbuch Seite 212.

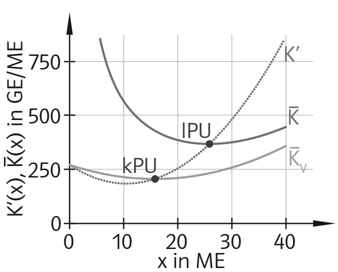
3.2 Preistheorie

323 **a.** 97,74 GE/ME bei 63,15 ME **b.** 72,22 GE/ME bei 53,75 ME

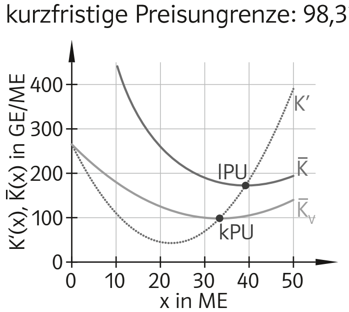
324 **a.** 122,13 GE/ME bei 76,59 ME **b.** 74,38 GE/ME bei 65 ME

325 **a.** langfristige Preisuntergrenze: 177,92 €/t; kurzfristige Preisuntergrenze: 91 €/t
b. Der Bauer kann nicht kostendeckend arbeiten, denn bei der langfristigen Preisuntergrenze arbeitet er nur bei einer Produktionsmenge von 74,74 t kostendeckend.

ggb 6hm78u **326** **a.** langfristige Preisuntergrenze: 367,16 GE/ME bei 25,85 ME
kurzfristige Preisuntergrenze: 205,35 GE/ME bei 15,77 ME



b. langfristige Preisuntergrenze: 172,37 GE/ME bei 39,19 ME
kurzfristige Preisungrenze: 98,33 GE/ME bei 33,33 ME



327 **a.** ca 100 €/t **b.** ca. 100 €/t

329 a. 3960 €
b. 29,41t bis 75,57t
c. 55,12 t; 1578,79 €
d. lPU: 155 €/t bei 50 t; kPU: 83 €/t bei 30 t

330 a. 17,24 ME bis 72,7 ME
b. 50 ME
c. 275 GE/ME

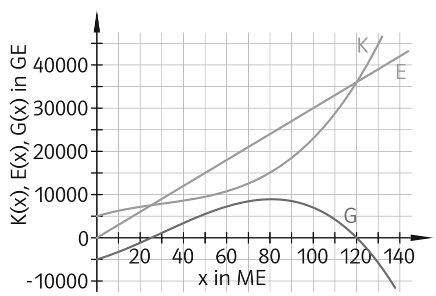
331 I. a. Break-Even-Point: 109,12 ME; Gewinngrenze: 621,61 ME
b. 60 000 GE
c. lPU: 330 GE/ME bei 300 ME; kPU: 170 GE/ME bei 100 ME

II. a. Break-Even-Point: 112,52 ME; Gewinngrenze: 439,98 ME
b. 7250 GE
c. lPU = 133,75 GE/ME bei 250 ME; kPU = 103,75 GE/ME bei 150 ME

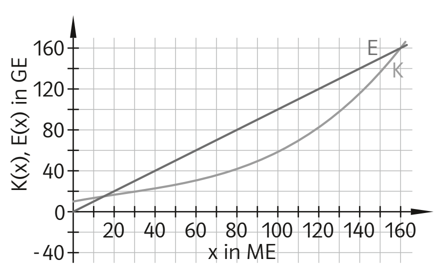
III a. Break-Even-Point: 73,81 ME; Gewinngrenze: 371,91 ME
b. 17 000 GE
c. lPU: 65 GE/ME bei 200 ME; kPU: 20 GE/ME bei 150 ME

IV. a. Break-Even-Point: 37,58 ME; Gewinngrenze: 199,29 ME
b. 1773 GE
c. lPU: 33 GE/ME bei 100 ME; kPU: 18,98 GE/ME bei 45 ME

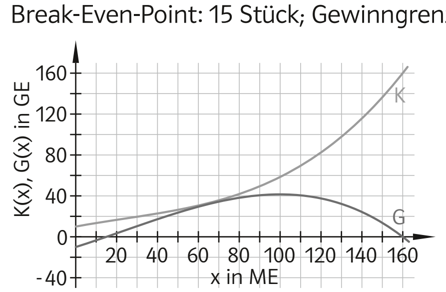
333 a. 300 GE/ME
b. Break-Even-Point: 25 ME; Gewinngrenze: 120 ME
c. 80 ME; 9000 €
d.



334 a.



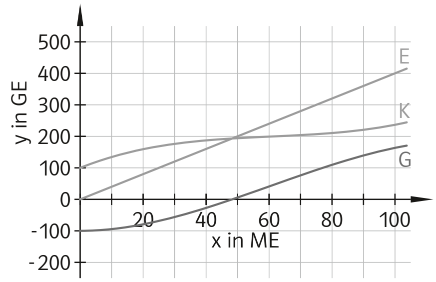
b. Break-Even-Point: 15 Stück; Gewinngrenze: 160 Stück
c.



maximaler Gewinn: ca. 41 000 €

335 a. ertragsgesetzlich bzw. kubisch

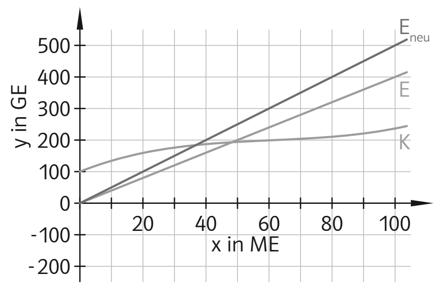
b.



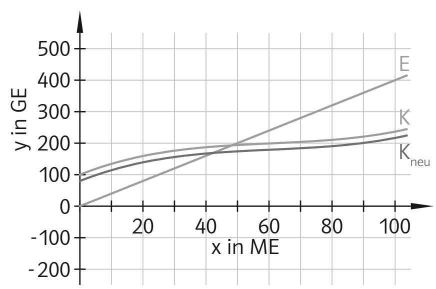
c. 47 ME

d. 160 GE

e. Break-Even-Point: ca. 37 ME; Gewinn: 260 GE



f. Break-Even-Point: ca. 42 ME; Gewinn: 180 GE



336 a. 900 GE/ME; 200 ME   b. 50 GE/ME; 200 ME   c. 300 GE/ME; 210 ME

337 a. p_N mit $p_N(x) = -0{,}045x + 90$ b. p_N mit $p_N(x) = -0{,}3125x + 250$ c. p_N mit $p_N(x) = -0{,}3x + 45$

338 D

340 a. 200 GE/ME bei 50 ME   c. 181,7 GE/ME bei 35,73 ME

b. 340 GE/ME bei 40 ME   d. 267,89 GE/ME bei 29,47 ME

341 a. Nachfrageüberschuss   b. 8GE/ME bei einem Angebot von 80 ME

342 a. Sättigungsmenge: 40 ME; Höchstpreis: 60 GE/ME

b. 30 GE/ME

c. Nachfrageüberschuss

d. Angebotsüberschuss

343 a. Höchstpreis: 280 €/t; Sättigungsmenge 50 t   c. 20,79 t

b. 33,93 t   d. 23,84 t zu 146,51 €/t

345 −1,5; Da $|-1{,}5| > 1$ ist, handelt es sich um eine elastische Nachfrage.

346 −0,4; Da $|-0{,}4| < 1$ ist, handelt es sich um eine unelastische Nachfrage.

348 a. $\varepsilon = -1{,}5$, elastische Nachfrage, der Erlös steigt um 100 €
b. Die Nachfrage sinkt um 1,5 %.

349 a. $\varepsilon = -1$, fließender Absatz, der Erlös sinkt um 3 000 €
b. Die Nachfrage sinkt um 10 %.

350 540 Stück

351 $\varepsilon = -1{,}56$, elastische Nachfrage, der Erlös wächst von 630 € auf 660 €

352 $\varepsilon = -\frac{1}{3}$; Die Nachfrage ist unelastisch. Eine Preissenkung wirkt sich wenig auf die Nachfrage aus.

353 –

355 a. $-0{,}125$ b. -2

356 a. 150 €/Stück
b. 500 Stück
c. Höchstpreis: 350 GE/ME, Sättigungsmenge: 700 ME
d. $\varepsilon(280) = -1{,}5 \Rightarrow$ elastische Nachfrage, $\varepsilon(350) = -1 \Rightarrow$ Übergang zwischen elastischer und unelastischer Nachfrage, $\varepsilon(420) = -0{,}67 \Rightarrow$ unelastische Nachfrage
e. $-0{,}522$
f. maximaler Erlös: 61 250 GE bei 350 ME zu 175 GE/ME

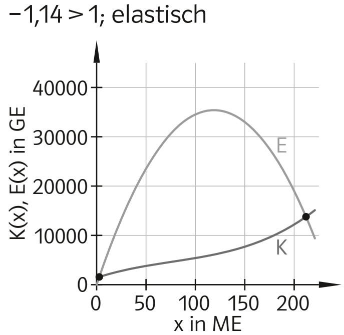
357 Wir leiten E mittels der Produktregel ab und erhalten
$E'(x) = p_N'(x) \cdot x + p_N(x) \cdot 1 = p_N(x) + p_N'(x) \cdot x$.
Diese Summe ist nach dem Hinweis in der Aufgabe 0, also ist $E'(x) = 0$ und x ist eine lokale Extremstelle der Erlösfunktion.

359 a. 70 ME; 630 GE/ME; 44 100 GE
b. 4,69 ME und 119,67 ME
c. (67,55 ME | 652,05 GE/ME); 30 007,37 GE

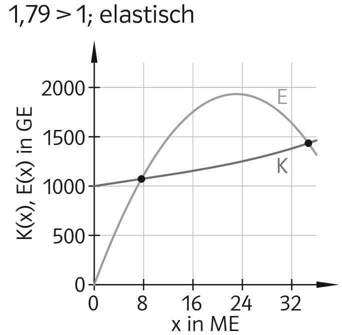
360 a. 13,29 ME bis 114,80 ME
b. (74,63 ME | 8,18 GE/ME); 315,33 GE

361 a. mindestens 10 und maximal 174 Wohnwägen
b. 108 Wohnwägen; 558 363,20 €

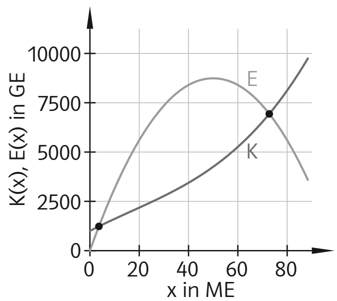
362 I. a. 76,67 ME
b. 201,34 ME; 123,99 GE/ME
c. 119 ME; 297,5 GE/ME; 35 402,5 GE
d. 30,05 ME – 188,13 ME
e. (111,41 ME | 316,48 GE/ME); 16 849,34 GE
f. $-1{,}14 > 1$; elastisch
g.



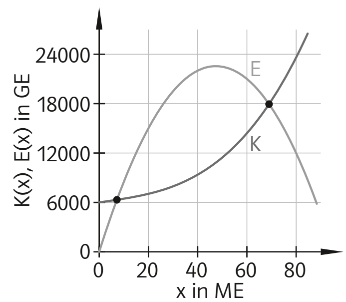
III. a. 0,67 ME
b. 21,88 ME; 77,45 GE/ME
c. 23,01 ME; 84,01 GE/ME; 1 933,15 GE
d. 7,88 ME – 24,54 ME
e. (16,50 ME | 107,78 GE/ME); 415,91 GE
f. $1{,}79 > 1$; elastisch
g.



II. **a.** 16,67 ME
b. 47,32 ME; 84,86 GE/ME
c. 50 ME; 175 GE/ME; 8 750 GE
d. 3,66 ME – 72,76 ME
e. (39,64 ME | 211,26 GE/ME); 4 960,54 GE/ME;
f. −1,52 > 1; elastisch
g.



IV. **a.** 2,22 ME
b. 47,55 ME; 228,53 GE/ME
c. 47,5 ME; 475 GE/ME; 22 562,5 GE
d. 7,20 ME – 69,00 ME
e. (39,18 ME | 558,2 GE/ME); 12 649,05 GE
f. 1,42 > 1; elastisch
g.



363 **a.** K mit $K(x) = 0{,}3x + 70$
b. p_N mit $p_N(x) = -\frac{1}{220}x + \frac{27}{11}$
c. Den maximalen Gewinn von 185,31 € erzielt man bei einem Preis von 1,38 € und einer Produktion von 237 Stück.

364 **a.** 22,51 €/l **b.** 1,88 €/Kugel

ggb q749gk **365** **a.** Höchstpreis: 1 492 GE/ME; Sättigungsmenge: 559,5 ME
b. Den maximalen Erlös von 3 866,73 GE erzielt man bei einer Produktion von 38,08 ME und einem Verkaufspreis von 101,54 GE/ME.
c. (14,67 ME | 246,67 GE/ME), maximaler Gewinn: 1167,07 GE

ggb 43r66s **366** **a.** K mit $K(x) = 0{,}3561x^2 + 10x + 280$
b. 2 880 GE
c. Betriebsoptimum: 28,04 ME, langfristige Preisuntergrenze: 29,97 GE/ME bei 28,04 ME
d. (30 ME | 90,9 GE/ME)

367 Siehe Schulbuch Seite 213.

368 Siehe Schulbuch Seite 213.

369 Siehe Schulbuch Seite 213.

370 Siehe Schulbuch Seite 213.

371 Siehe Schulbuch Seite 213.

372 Siehe Schulbuch Seite 213.

373 Siehe Schulbuch Seite 213.

Zusammenfassende Aufgaben

374 Gewinnbereich: zwischen 9,05 und 91,07 ME, Cournotscher Punkt: (51,63 | 586,98)

375 **a.** 30 ME
b. DK(30) = 304,67 GE/ME; K′(30) = 103 GE/ME
c. 85 ME
d. je 193,75 GE/ME

376 **a.** f: Preisfunktion der Nachfrage; g: Preisfunktion des Angebots; 256 GE/ME bei 24 ME
b. f: Preisfunktion des Angebots; g: Preisfunktion der Nachfrage; 161,81 GE/ME bei 9,57 ME

377 p mit $p(x) = -0{,}04x + 420$

378 **a.** D **b.** A

ggb s22y5r 379 K mit $K(x) = 0{,}002x^3 - 0{,}6x^2 + 65x + 8\,000$

380 **a.** Höchstpreis: 12 €; Sättigungsmenge: 160 Eisbecher
b. p_N mit $p_N(x) = -0{,}075x + 12$
c. $\varepsilon = -3$; elastische Nachfrage
d. 480 €

ggb 3ae4aa 381 K mit $K(x) = 0{,}1x^2 + 180x + 9\,000$

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 7. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 382–421 befinden sich im Schulbuch auf den Seiten 213–216.

4 Integralrechnung

4.1 Das unbestimmte Integral

423 Es ist $F'(x) = 15x^2 + 8x - 3 = f(x)$ und $G'(x) = 15x^2 - 8x - 7 \neq f(x)$. Daher ist F eine Stammfunktion von f und G nicht.

424 Es ist $F'(x) = 6x + 4$ und auch $G'(x) = 6x + 4$.

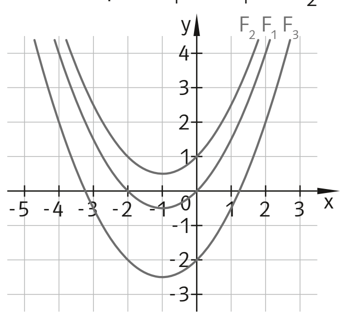
425 $\boxed{B}$, $\boxed{D}$

426 **a.** C **b.** B

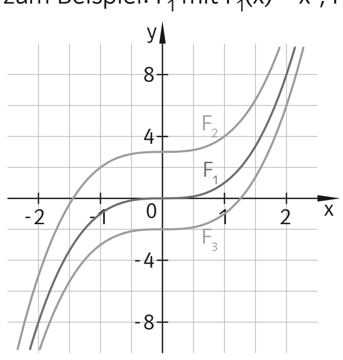
427 **a.** zum Beispiel: $F(x) = 2x^3 + 3x$; $F(x) = 2x^3 + 3x + 1$; $F(x) = 2x^3 + 3x + 2$
b. zum Beispiel: $F(x) = -4x^2 + 7x$; $F(x) = -4x^2 + 7x + 5$; $F(x) = -4x^2 + 7x - 4$
c. zum Beispiel: $F(x) = 4x^4 - 6x^2$; $F(x) = 4x^4 - 6x^2 - 5$; $F(x) = 4x^4 - 6x^2 + 7$
d. zum Beispiel: $F(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 + 7x$; $F(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 + 7x + 4$; $F(x) = 2x^4 + 3x^3 - x^2 + 7x - 4$

428 **a.** zum Beispiel: $F(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x$; $F(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x + 2$; $F(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x - 1$
b. zum Beispiel: $F(x) = 2x^5 - 3x^3 + \frac{x^2}{2}$; $F(x) = 2x^5 - 3x^3 + \frac{x^2}{2} + 1$; $F(x) = 2x^5 - 3x^3 + \frac{x^2}{2} - 5$
c. zum Beispiel: $F(x) = x$; $F(x) = x + 6$; $F(x) = x - 9$
d. zum Beispiel: $F(x) = 1$; $F(x) = 3$; $F(x) = -5$

429 zum Beispiel: F_1 mit $F_1(x) = \frac{x^2}{2} + x$; F_2 mit $F_2(x) = \frac{x^2}{2} + x + 1$; F_3 mit $F_3(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2$



430 zum Beispiel: F_1 mit $F_1(x) = x^3$; F_2 mit $F_2(x) = x^3 + 3$; F_3 mit $F_3(x) = x^3 - 2$



431 **a.** C **b.** A **c.** B **d.** D

433 **a.** $x^3 - 4x^2 + 3x + c$ **c.** $1{,}5x^4 - 3x^3 + 2{,}5x^2 - 2x + c$ **e.** $\frac{t^5}{5} + \frac{8}{3t^3} - \frac{t^2}{2} + 7t + c$
b. $2x^3 + 2{,}5x^2 - 2x + c$ **d.** $-2t^4 + 2t^3 - 2t^2 + t + c$ **f.** $\frac{3}{5}z^5 + \frac{z^4}{4} - \frac{7}{3}z^3 + \frac{z^2}{2} + c$

435 **a.** F mit $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$ **b.** F mit $F(x) = 5x + 1$ **c.** F mit $F(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{10}{9}$ **d.** F mit $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + 1$

436 F mit $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$

437 a. F mit $F(x) = 3x + 2$ c. F mit $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{29}{12}$ e. F mit $F(x) = \frac{7}{3}x^3 + x^2 + \frac{1}{2}x + 5$
b. F mit $F(x) = x^2 + 3$ d. F mit $F(x) = \frac{1}{9}x^3 + x^2 - \frac{359}{9}$ f. F mit $F(x) = \frac{1}{16}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{25}{3}$

438 a. A b. B

440 a. $-x^{-1} + c$ c. $-\frac{1}{x} + c$ e. $-\frac{2}{x^4} + c$ g. $\frac{1}{5}\ln(x) + c$
b. $-2x^{-2} + c$ d. $-\frac{1}{6x^6} + c$ f. $3\ln(t) + c$ h. $\frac{1}{3x^2} + c$

441 a. A b. D

442 a. $-\frac{1}{2x^2} - \frac{3}{x} + 4x + c$ b. $-\frac{2}{x^5} + \frac{1}{x^4} + 2\ln(x) + c$ c. $\frac{1}{6x^4} - \frac{2}{5x^2} - \frac{1}{3}\ln(x) + c$

443 a. $\frac{3}{4} \cdot x^{\frac{4}{3}} + c$ c. $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + c$ e. $\frac{4}{7} \cdot \sqrt[4]{z^7} + c$ g. $\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{x^2} + c$
b. $\frac{5}{2} \cdot x^{\frac{8}{5}} + c$ d. $\frac{4}{5} \cdot \sqrt[4]{z^5} + c$ f. $2 \cdot t^{\frac{1}{2}} + c$ h. $4 \cdot \sqrt[4]{x} + c$

445 a. $\frac{1}{\ln(3)} \cdot 3^x + c$ c. $\frac{1}{2} \cdot e^{2z} + c$ e. $-\frac{1}{3} \cdot e^{-3t} + c$ g. $-4 \cdot e^{-\frac{x}{4}} + c$
b. $\frac{1}{\ln(10)} \cdot 10^t + c$ d. $\frac{1}{5} \cdot e^{5z} + c$ f. $2 \cdot e^{\frac{t}{2}} + c$ h. $\frac{1}{\ln(5)} \cdot e^{\ln(5) \cdot x} + c$

446 F mit $F(t) = \frac{1}{\ln(3)} \cdot 3^t + 5 - \frac{3}{\ln(3)} \approx 0{,}9102 \cdot 3^t + 2{,}2693$

447 a. $F(x) = \frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^x + 5 - \frac{1}{\ln(2)} \approx \frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^x + 3{,}5573$
b. $F(x) = \frac{1}{\ln(3)} \cdot 3^x + 1{,}2693 \approx \frac{1}{\ln(3)} \cdot 3^x + 4 - \frac{3}{\ln(3)}$
c. $F(x) = \frac{1}{\ln(4)} \cdot 4^x + 10 - \frac{16}{\ln(4)} \approx \frac{1}{\ln(4)} \cdot 4^x - 1{,}5416$
d. $F(x) = \frac{1}{\ln(10)} \cdot 10^t + 100 - \frac{10\,000}{\ln(10)} \approx \frac{1}{\ln(10)} \cdot 10^t - 4242{,}9448$

448 F mit $F(t) = \frac{1}{2}e^{3t} + \frac{11}{3}$

449 a. $F(x) = e^x - 1$ c. $0{,}5 \cdot e^{2x} + 1 - 0{,}5 \cdot e^2 \approx 0{,}5 \cdot e^{2x} - 2{,}6945$
b. $F(x) = -e^{-x} + 3$ d. $-\frac{1}{3}e^{-3x} + 20 + \frac{1}{3}e^{-3} \approx -\frac{1}{3}e^{-3x} + 20{,}0166$

450 Siehe Schulbuch Seite 216.

451 Siehe Schulbuch Seite 216.

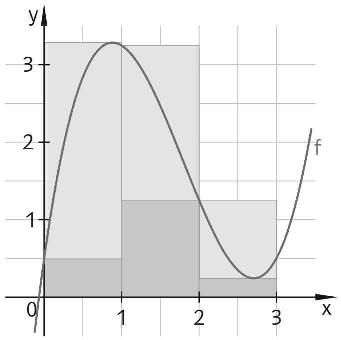
452 Siehe Schulbuch Seite 216.

453 Siehe Schulbuch Seite 216.

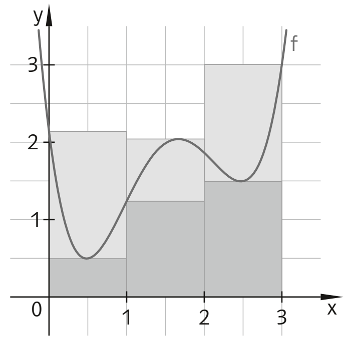
454 Siehe Schulbuch Seite 216.

4.2 Das bestimmte Integral

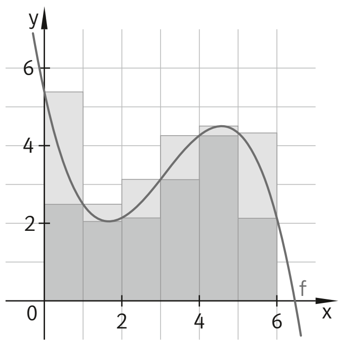
455 **a.**



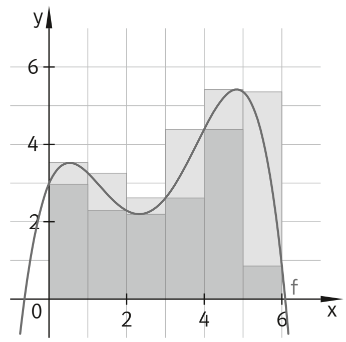
b.



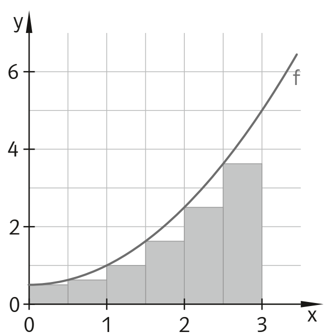
456 **a.**



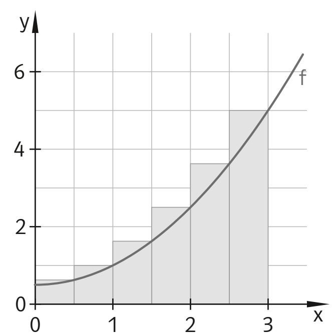
b.



457



Untersumme

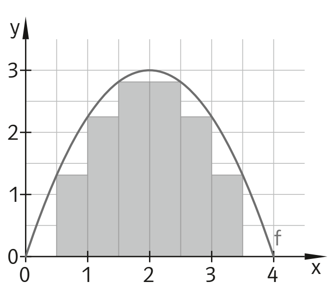


Obersumme

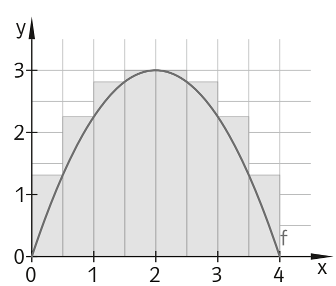
$U_6 = 4{,}94$

$O_6 = 7{,}19$

458



Untersumme



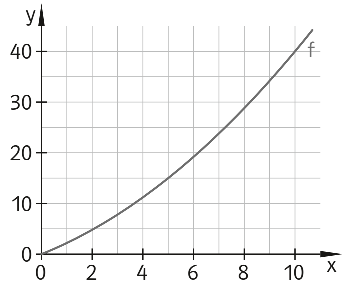
Obersumme

$U_8 = 6{,}38$

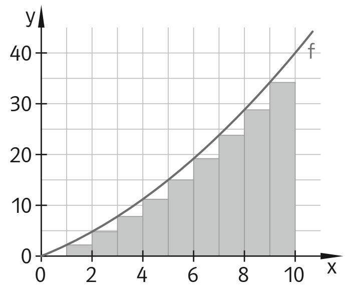
$O_8 = 9{,}37$

ggb **459** xf229z

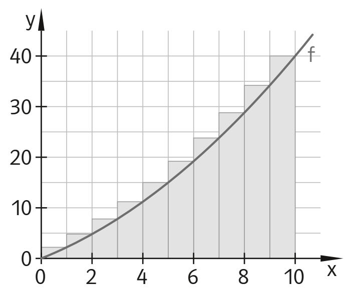
a.



b. $U_{10} = 147$



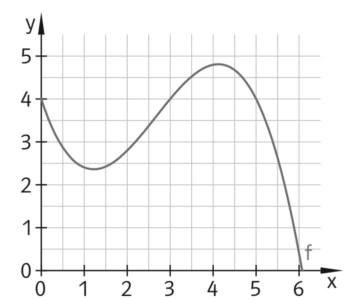
c. $O_{10} = 187$



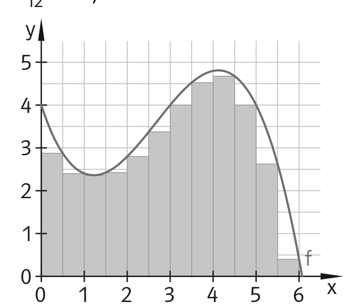
d. Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen von f und dem Intervall [0; 10] beträgt zwischen 147 und 187 Flächeneinheiten.

ggb **460** t434yu

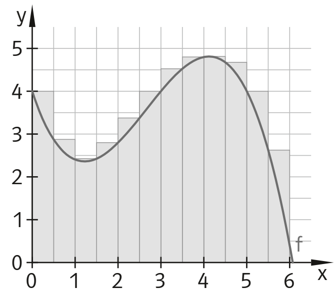
a.



b. $U_{12} = 18{,}23$



c. $O_{12} = 22{,}46$

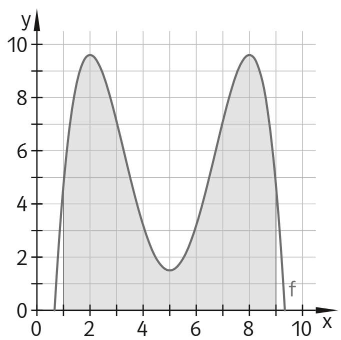


d. Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen von f und dem Intervall [0; 6] beträgt zwischen 18,23 und 22,46 Flächeneinheiten.

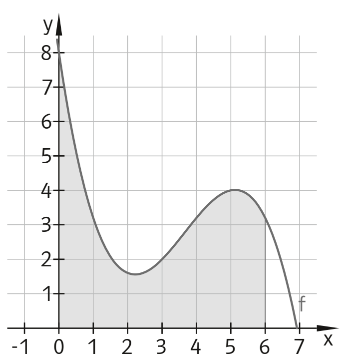
462 **a.** 46 **b.** 1316 **c.** 156 **d.** 34107,6

463 **a.** 2,3 **b.** 0,5 **c.** 2,52 **d.** 18 **e.** 0,04

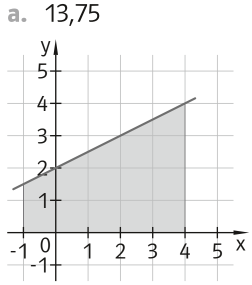
465 47,84



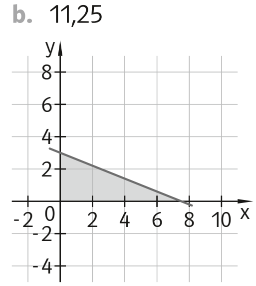
466 19,2



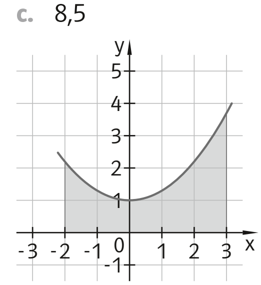
467 **a.** 13,75



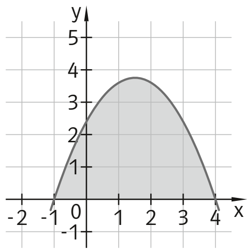
b. 11,25



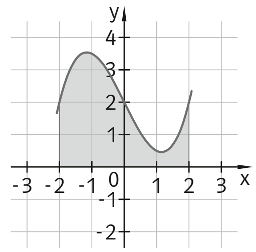
c. 8,5



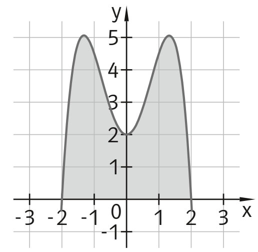
d. 12,5



e. 8



f. 13,87

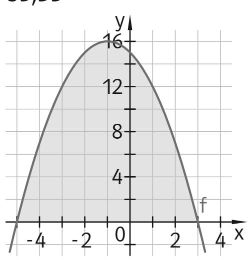


468 **a.** $\int_{1}^{4} a(t)\,dt = 9{,}75$ **b.** $\int_{-3}^{1} b(t)\,dt = 14$ **c.** $\int_{-2}^{3} c(t)\,dt = 7{,}917$ **d.** $\int_{-1}^{2} d(t)\,dt = 8{,}25$

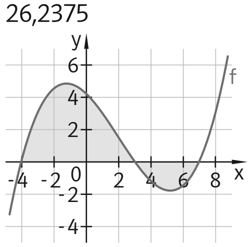
469 **a.** 5,89 m **b.** 27,3 m^2 **c.** 23 478 m^3

470 **a.** 3,56 m **b.** 3,21 m **c.** 12 m^2 **d.** 9 600 m^3

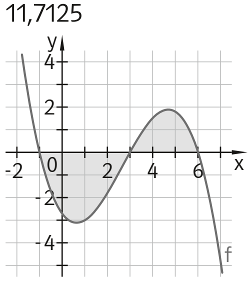
472 **a.** 85,33



b. 26,2375



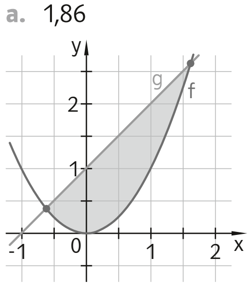
c. 11,7125



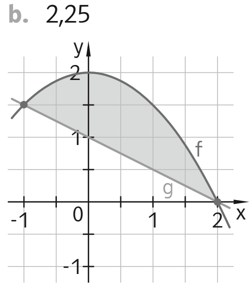
473 **a.** 8 **b.** 49,33 **c.** 11,83

474 **a.** positiv **b.** negativ **c.** negativ **d.** positiv **e.** positiv **f.** negativ

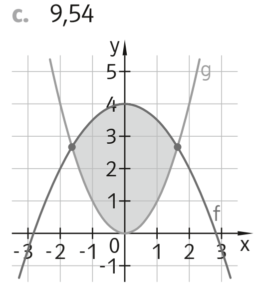
476 **a.** 1,86



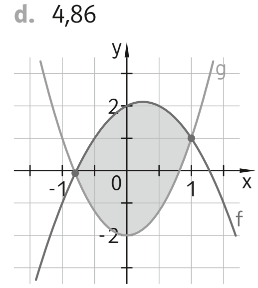
b. 2,25



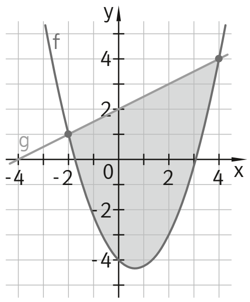
c. 9,54



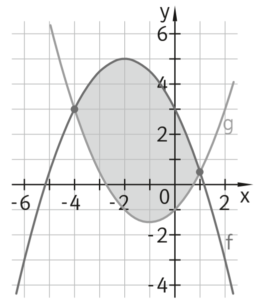
d. 4,86



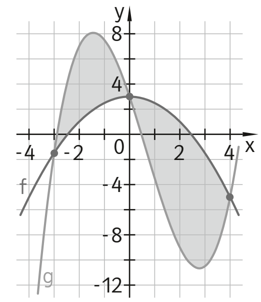
477 **a.** 27



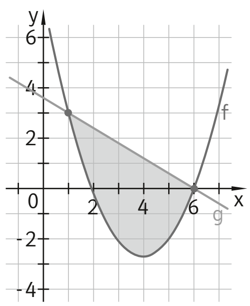
c. 20,83



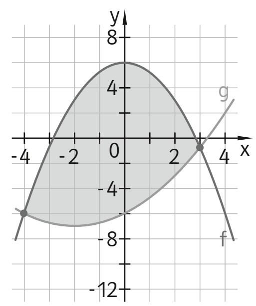
e. 39,04



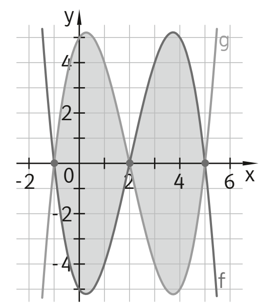
b. 13,54



d. 57,17

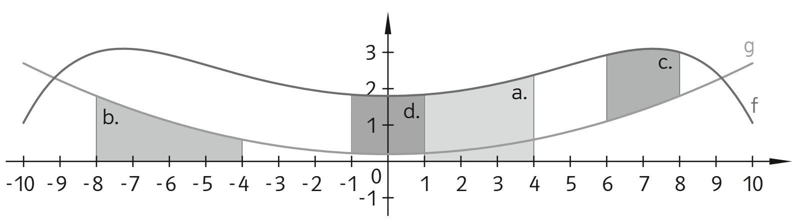


f. 40,5

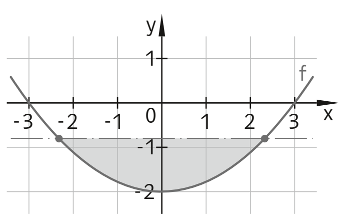


478 **a.** positiv **b.** negativ **c.** negativ **d.** positiv

479



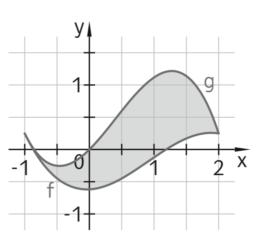
480 **a./b.**



c. 4,65 m

d. $371{,}806\,m^3 = 371\,806\,l$

481 **a.**



b. 2,09

c. $0{,}52\,m^2$

482 **a.** $3{,}472\,m/s^2$ **b.** 111,11 m

483 **a.** $\frac{25}{9}\,m/s^2$ **b.** $s(t) = \frac{25}{18}t^2$ **c.** 8,49 s **d.** 15,1 m

485 **a.** v mit $v(t) = -0{,}00225t^4 + 0{,}0366t^3 + 0{,}3815t^2$

b. s mit $s(t) = -0{,}00045t^5 + 0{,}009166t^4 + 0{,}127167t^3$
c. 173,83 m

486 a. v mit $v(t) = 0{,}05t^4 - 2t^3 + 20t^2$; s mit $s(t) = 0{,}01t^5 - 0{,}5t^4 + \frac{20}{3}t^3$
b. 20 s
c. nach 10 s; 500 m/s
d. nach 4,23 s: 76,98 m/s²; nach 15,77 s: −76,98 m/s²
e. 5 333,33 m

ggb/tns ek868z
487 a. nach 2 s; 4,87 m/s²
b. v mit $v(t) = (-9t^2 - 18t - 18)e^{-t} + 18$
c. s mit $s(t) = (9t^2 + 36t + 54)e^{-t} + 18t - 54$
d. 58,56 s; 17,08 m/s = 61,48 km/h

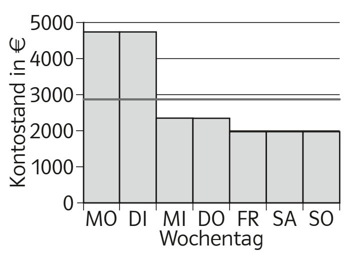
ggb/tns 54c38w
488 a. v mit $v(t) = 200(1 - 0{,}851^t)$
b. v mit $v(t) = 55{,}556(1 - 0{,}851^t)$
c. s mit $s(t) = 55t - \frac{55}{\ln(0{,}85)} \cdot 0{,}85^t + \frac{55}{\ln(0{,}85)}$
d. 8,15 s

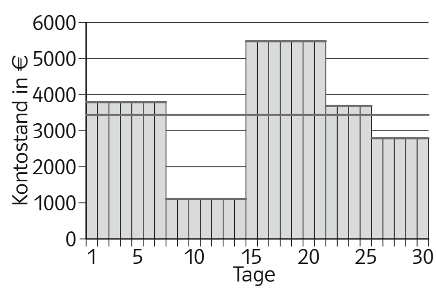
489 –

491 a. v mit $v(t) = 10 - 2{,}5t$ b. 4 s c. 20 m

492 a. v mit $v(t) = 30 - 6t$ b. 5 s c. 75 m d. 105 m

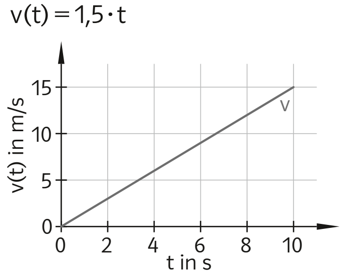
494 a. 2,917 b. 6,917 c. 136 d. −1,333 e. 11,667 f. 3,979

495 a. 2 868,86 €
b.


496 a. 3 380,40 €
b.


497 In der blauen Tonne. Die Fläche unter der blauen Kurve ist größer.

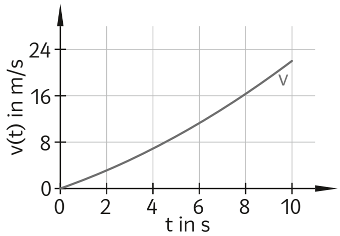
499 a. v mit $v(t) = -\frac{1}{15}t^3 + \frac{4}{5}t^2$ b. 8,53 m/s

500 a. $v(t) = 1{,}5 \cdot t$
b.


c. 15 m/s = 54 km/h
d. 3,75 m/s und 11,25 m/s

501 a. v mit $v(t) = 0{,}08t^2 + 1{,}4t$

b.



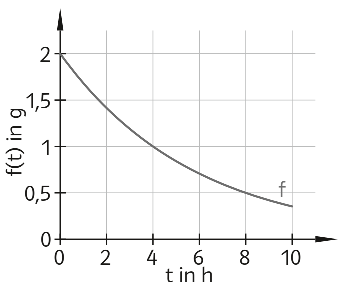
c. $9{,}67\,m/s = 34{,}8\,km/h$

502 a. $30{,}75\,m$ b. $2{,}37\,m/s$

504 a. f mit $f(t) = 10 \cdot 1{,}02^t$ b. 11,059 Mio. Einwohnerinnen und Einwohner

505 a. f mit $f(t) = 2 \cdot 0{,}5^{\frac{t}{4}}$

b.



c. $1{,}443\,g$

d. $0{,}95\,g$

506 Siehe Schulbuch Seite 216.

507 Siehe Schulbuch Seite 216.

508 Siehe Schulbuch Seite 216.

509 Siehe Schulbuch Seite 216.

510 Siehe Schulbuch Seite 216.

511 Siehe Schulbuch Seite 216.

512 Siehe Schulbuch Seite 216.

4.3 Wirtschaftliche Anwendungen der Integralrechnung

514 a. K mit $K(x) = 0{,}02x^3 - 0{,}1x^2 + 4x + 780$ b. K mit $K(x) = 0{,}59x^3 - 25{,}5x^2 + 830x + 1200$

515 a. K_v mit $K_v(x) = 0{,}12x^3 - 6{,}7x^2 + 260x$ b. 2 600 GE

517 a. E mit $E(x) = -1{,}4x^2 + 400x$ b. E mit $E(x) = -\frac{x^3}{150} + 1000x$

518 a. E mit $E(x) = -3{,}2x^2 + 500x$; p_N mit $p_N(x) = -3{,}2x + 500$

b. E mit $E(x) = -12{,}4x^2 + 1640x$; p_N mit $p_N(x) = -12{,}4x + 1640$

c. E mit $E(x) = -0{,}2x^3 - 4x^2 + 580x$; p_N mit $p_N(x) = -0{,}2x^2 - 4x + 580$

d. E mit $E(x) = -0{,}01x^3 - 24x^2 + 460x$; p_N mit $p_N(x) = -0{,}01x^2 - 24x + 460$

519 a. E' mit $E'(x) = -0{,}8x + 120$ b. E mit $E(x) = -0{,}4x^2 + 120x$ c. p_N mit $p_N(x) = -0{,}4x + 120$

520 a. E′ mit $E'(x) = -200x + 800$
b. Bei 4 ME ist der Erlös maximal.
c. E mit $E(x) = -100x^2 + 800x$
d. 1600 GE

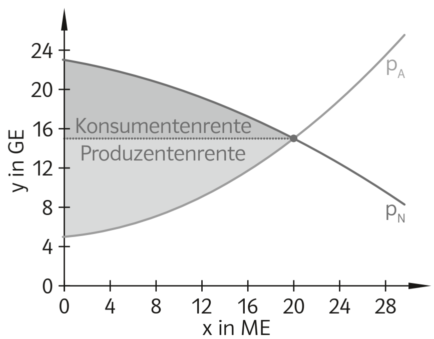
522 a. G mit $G(x) = -0{,}1x^3 + 6x^2 - 30x - 1000$
b. 20 ME bis 50 ME

523 a. D mit $D(x) = -0{,}14x^3 + 3x^2 + 280x$
b. D mit $D(x) = -0{,}11x^3 - 3x^2 + 630x$

524 G mit $G(x) = -0{,}025x^3 + 2{,}375x^2 + 27{,}125x - 3\,285$

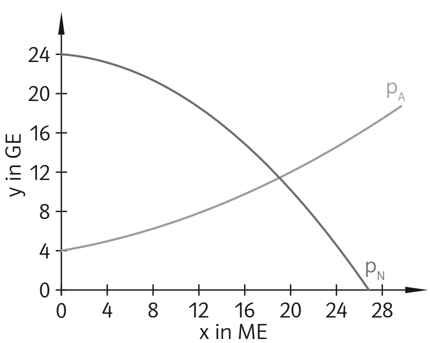
525 a. E′ mit $E'(x) = -0{,}15x + 120$; K′ mit $K'(x) = 0{,}05x + 40$
b. Bei 400 ME ist der Gewinn maximal.
c. G mit $G(x) = -0{,}1x^2 + 80x - 8\,000$
d. 8 000 GE

527 Konsumentenrente: 93,33 GE; Produzentenrente: 126,67 GE



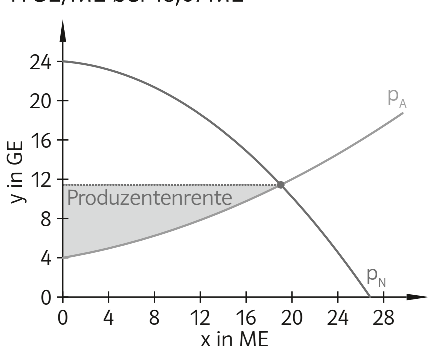
528 Medina hat um 3 € weniger gezahlt, als sie zu zahlen bereit gewesen war. Ihre individuelle Konsumentenrente beträgt 3 €. Der Verkäufer hat um 2 € mehr erhalten als die von ihm festgesetzte Untergrenze. Seine individuelle Produzentenrente beträgt daher 2 €.

529 a.

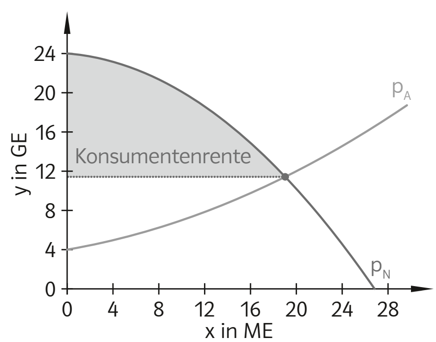


b. 11 GE/ME bei 18,67 ME

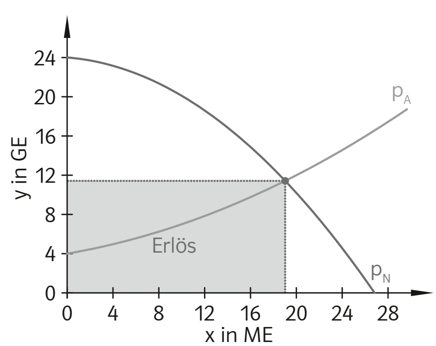
c.



d.

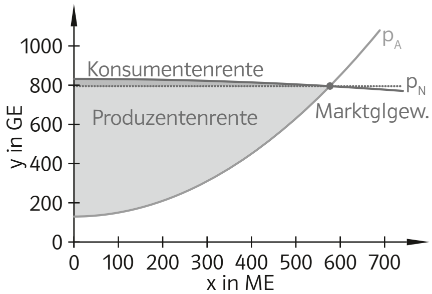


e.



530 a. 577 Stück zu je 795 €
b. 14 308 €
c. 255 507 €

d.



531 a. p_A mit $p_A(x) = 0{,}625x + 7{,}5$, p_N mit $p_N(x) = -0{,}625x + 16{,}25$

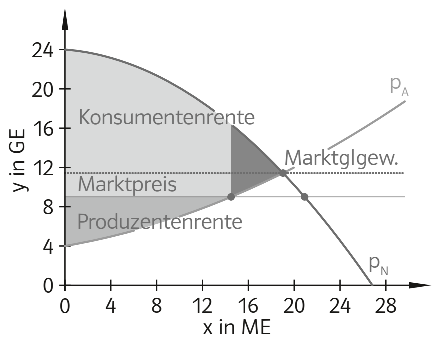
b. 7 kg zu 11,875 €/kg

c. Produzentenrente: 15,3125 €, Konsumentenrente: 15,3125 €

d. 1,09 €

532 a. Weil im grauen „Dreieck“ der aktuelle Marktpreis über dem, was weitere Konsumenten zu zahlen bereit wären, liegt und daher keine weiteren Verkäufe zustande kommen.

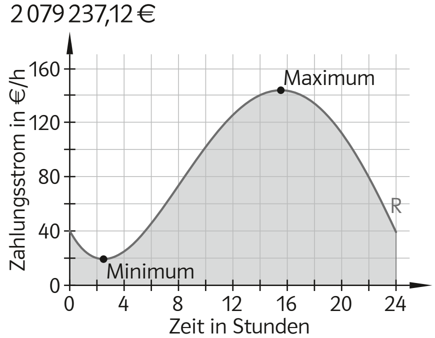
b.



533 Damit die ökonomische Wohlfahrt maximal ist, muss der Marktpreis gleich dem Marktgleichgewichtspreis sein. Die Fläche des grauen „Dreiecks“ (aus Aufgabe 532) ist dann 0.

535 a. 2 079 237,12 €

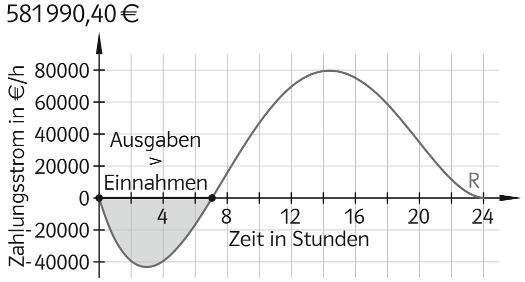
b.



Der Umsatz wächst um ca. 2:30 Uhr am schwächsten und um ca. 15:30 Uhr am stärksten.

536 a. 581 990,40 €

b.



zwischen 0 Uhr und 7 Uhr

c. um 198 995,50 €

537 a. 3200 €/h
b. nach 6 Stunden, $R(6) = 3600$ €/h
c. 28800 €
d. 1237,50 €

539 a. Barwert: 1061756,24 €; Endwert: 1363322,00 €
b. Barwert: 86638,28 €; Endwert: 111245,75 €

540 a. 2,7128667% b. 665398,75 €

541 a. 262500 € b. 159003 €

542 752776,59 €

543 Siehe Schulbuch Seite 216.

544 Siehe Schulbuch Seite 216.

545 Siehe Schulbuch Seiten 216 und 217.

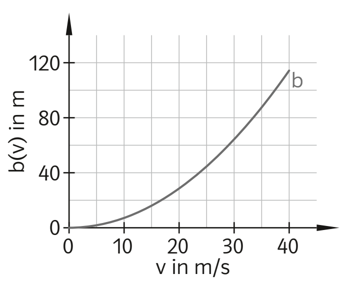
546 Siehe Schulbuch Seite 217.

547 Siehe Schulbuch Seite 217.

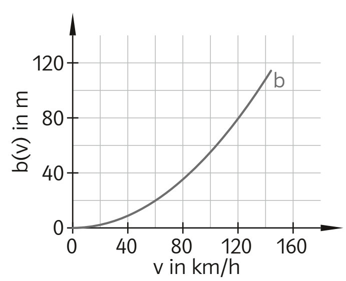
Zusammenfassende Aufgaben

548 a. C b. A c. D d. B

549 a. I. $\frac{v}{7}$ II. $\frac{v}{25{,}2}$
b. I. $b(v) = \frac{v^2}{14}$ II. $b(v) = \frac{v^2}{181{,}44}$
c. I.

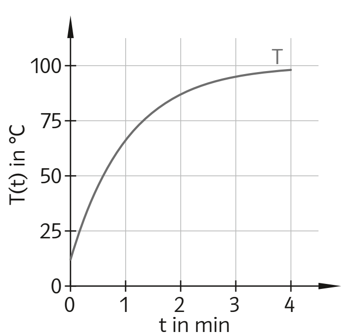


II.



550 44,8 kWh

551 a.



b. 12 °C c. 94,99 °C d. 71,03 °C

552 G mit $G(x) = -0{,}04x^3 - 3{,}2x^2 + 1580x - 30000$

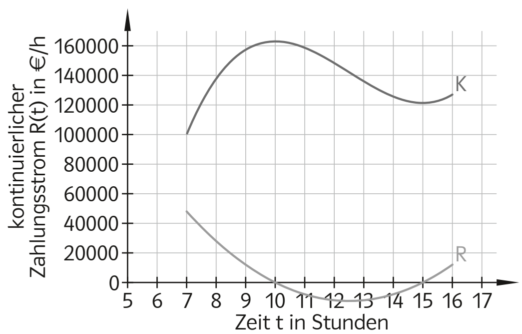
553 a. positiv b. negativ c. negativ d. positiv

ggb/tns
f987qh

554 a. nach 2 s; 4,87 m/s^2
b. v mit $v(t) = (-9t^2 - 18t - 18)e^{-t} + 18$
c. $s(t) = (9t^2 + 36t + 54)e^{-t} + 18t - 54$
d. 58,56; 17,08 m/s = 61,48 km/h

555 a. der in den ersten 60 Sekunden vom Fahrrad zurückgelegter Weg in m
b. die Geschwindigkeit der Rakete nach 10 Sekunden in m/s
c. die Höhe der Bohnenranke nach 30 Tagen in mm
d. das innerhalb einer Minute downgeloadete Datenvolumens in kB
e. der Wasserverbrauch des Einfamilienhauses innerhalb eines Tages in m^3

556 a. 27 000 €
b. Da der Zahlungsstrom die momentane Änderungsrate des in der Bank befindlichen Kapitals ist, kennzeichnen die Nullstellen von R die lokalen Extremstellen des Kapitals in der Bankfiliale.
Bis zum Zeitpunkt $t = 10$ ist R positiv, danach negativ, daher hat das Kapital um 10:00 Uhr ein (lokales) Maximum erreicht. Vor dem Zeitpunkt $t = 15$ ist R negativ, danach positiv, daher hat das Kapital um 15:00 Uhr ein (lokales) Minimum erreicht.
c. K mit $K(t) = 666{,}67t^3 - 25\,000t^2 + 300\,000t - 1\,003\,666{,}67$



d. maximaler Geldbetrag: 163 000 € um 10 Uhr; minimaler Geldbetrag: 100 000 € um 7 Uhr
(Das lokale Minimum liegt zwar bei 121 333,33 € um 15 Uhr, allerdings ist dieser Betrag höher als der Startwert um 7 Uhr.)

5 Beschreibende Statistik

5.1 Merkmale und Häufigkeiten

558 a.

Nation	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
AUT	5	45,5 %
SLO	2	18,2 %
SUI	1	9,1 %
USA	2	18,2 %
FRA	1	9,1 %

b. Modus: Österreich (AUT)

559 a.

Merkmal	Anzahl
rot	4
gelb	4
blau	4
grün	2
weiß	2
Summe:	16

zum Beispiel: 16 Personen werden befragt, welche der angegebenen Farben sie am wenigsten mögen.

b.

Merkmal	Anzahl
a	10
b	14
c	14
Summe:	38

zum Beispiel: Zu 38 Fragen werden die Antwortmöglichkeiten a, b, c angeboten. Eine davon soll angekreuzt werden.

c.

Merkmal	Anzahl
groß	4
klein	3
mittel	5
extrem	1
Summe:	13

zum Beispiel: 13 Wassermelonen werden nach ihrer Größe beurteilt.

d.

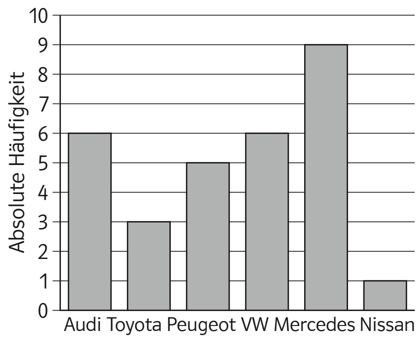
Merkmal	Anzahl
rechts	7
links	5
Summe:	12

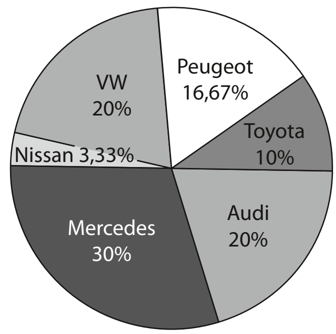
zum Beispiel: Bei den 12 Elfmeterschüssen, die bei der Fußball-WM gefallen sind, wird analysiert, ob sie mit dem linken oder mit dem rechten Bein geschossen wurden.

560 C

562 **a.**

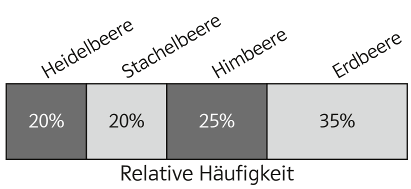
	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Audi	6	0,2 = 20 %
Toyota	3	0,1 = 10 %
Peugeot	5	0,1667 = 16,67 %
VW	6	0,2 = 20 %
Mercedes	9	0,3 = 30 %
Nissan	1	0,0333 = 3,33 %

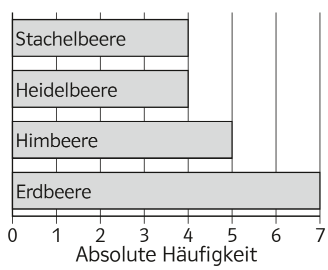




b.

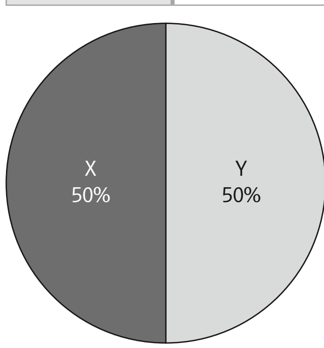
	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Heidelbeere	4	0,2 = 20 %
Stachelbeere	4	0,2 = 20 %
Himbeere	5	0,25 = 25 %
Erdbeere	7	0,35 = 35 %



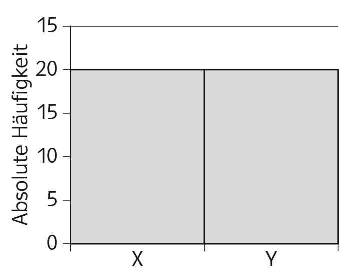


c.

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
X	20	0,5 = 50 %
Y	20	0,5 = 50 %

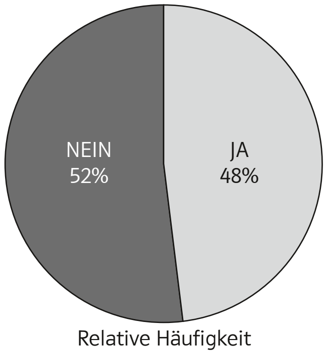


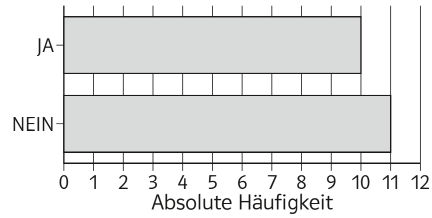
Relative Häufigkeit



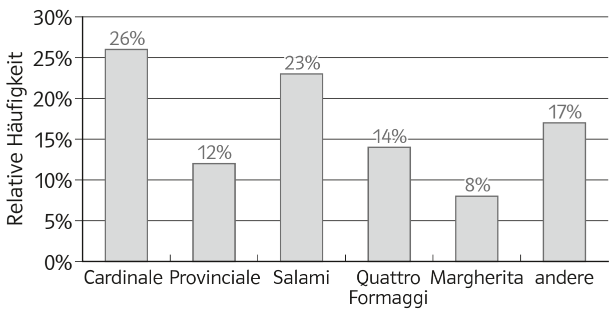
d.

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
ja	10	0,48 = 48 %
nein	11	0,52 = 52 %

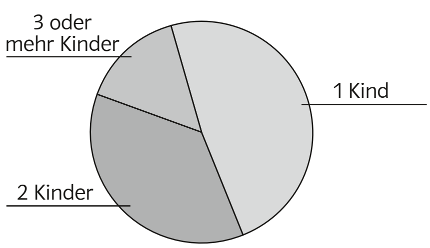




563



564



565 –

566 –

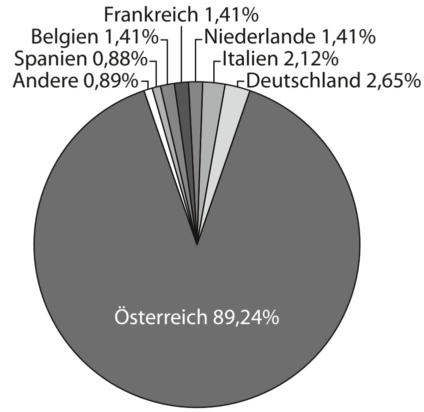
567 –

568 –

569 **a.**

Herkunftsland	relative Häufigkeit
Belgien	1,41 %
Deutschland	2,65 %
Finnland	0,00 %
Frankreich	1,41 %
Griechenland	0,71 %
Irland	0,00 %
Italien	2,12 %
Luxemburg	0,00 %
Niederlande	1,41 %
Österreich	89,24 %
Portugal	0,18 %
Spanien	0,88 %

b.

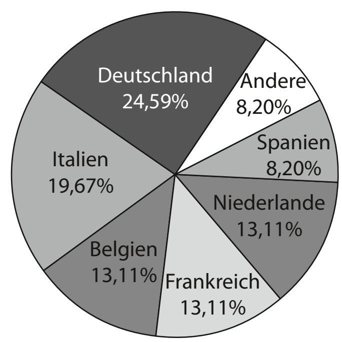


Begründung: Eine Zusammenfassung ist sinnvoll, weil die Anteile teilweise 0 (zum Beispiel Irland) oder sehr klein (zum Beispiel Portugal) sind. Eine Darstellung im Kreisdiagramm ist daher nicht sinnvoll möglich ist.

c. Deine Stellungnahme sollte auf die kurze Zeitspanne seit der Euroeinführung, die Rolle des Tourismus und die Größe der jeweiligen Länder bezugnehmen. Münzen aus Österreich kommen frisch aus der Bank und stammen aus dem Umtausch von Schillingen.

d.

Herkunftsland	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Andere	5	8,20 %
Spanien	5	8,20 %
Belgien	8	13,11 %
Frankreich	8	13,11 %
Niederlande	8	13,11 %
Italien	12	19,67 %
Deutschland	15	24,59 %

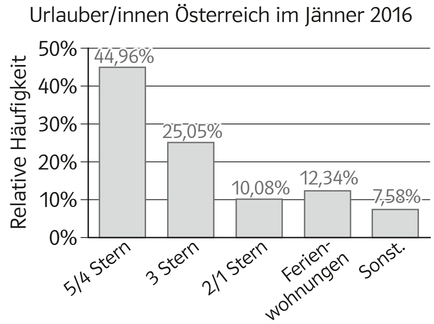


xls u43892 **570** Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.

571 **a.**

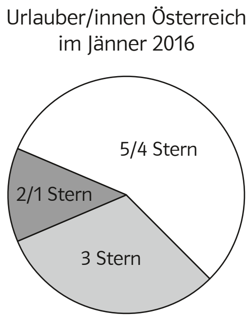
Unterkunft	Urlauber/innen in 1000	relative Häufigkeit
5/4 Stern-Hotel	1404,1	44,96 %
3 Stern-Hotel	782,2	25,05 %
2/1 Stern-Hotel	314,8	10,08 %
Ferienwohnungen	385,3	12,34 %
Sonstige	236,7	7,58 %

b.



c.

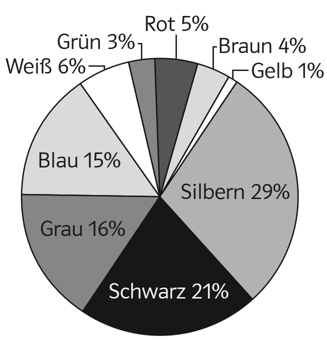
Unterkunft	Urlauber/innen in 1000	relative Häufigkeit
5/4 Stern-Hotel	1404,1	56,14 %
3 Stern-Hotel	782,2	31,27 %
2/1 Stern-Hotel	314,8	12,59 %



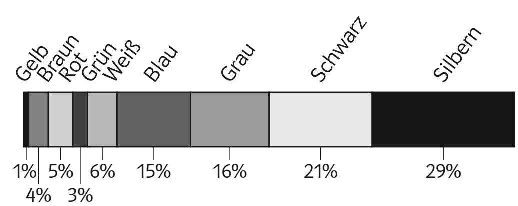
572 a. Lieblingssorten Eistee
b. Eistee Pfirsich, Eistee Erdbeere, Eistee Zitrone, andere Sorten
c. die relativen Häufigkeiten
d. 500 Menschen
e. Eistee Pfirsich
f. 14 %
g. 120 Menschen

573 a. 300 Menschen
b. andere, schwarz, weiß, grün, gelb, orange, rot, violett, blau
c. Es gibt zwei Modi: blau und andere
d. 15 %
e. 18 Personen

574 a.



b.

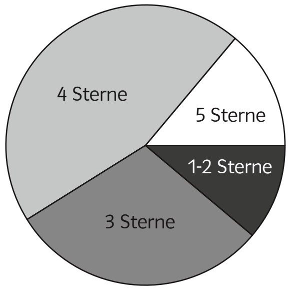


c. 1500 Käuferinnen bzw. Käufer
d. Silbern

575 a. Zum Beispiel: Hotelbetten in Wien
b.

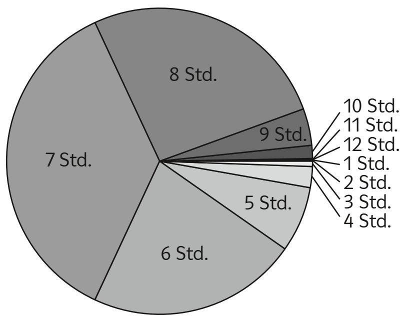
	Anzahl	relative Häufigkeit
1–2 Sterne	6 921	11,12 %
3 Sterne	18 709	30,06 %
4 Sterne	28 125	45,19 %
5 Sterne	8 485	13,63 %

c. Hotelbetten Wien Prognose 2014



d. 58,82%

576
a. Zum Beispiel: Schlafdauer an einem Werktag
b. 1 Stunde, 2 Stunden, 3 Stunden, …, 12 Stunden, 13–14 Stunden
c. Schlafdauer Werktag

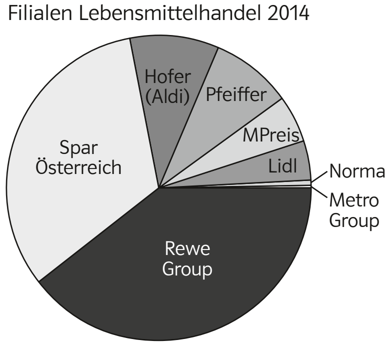


d. 7 Stunden
e. 1894 Personen
f. 1056 Personen

577
a. Zum Beispiel: Anzahl Filialen im Lebensmittelhandel 2014
b.

	Anzahl der Filialen	relative Häufigkeit
Rewe Group	1902	39,57%
Spar Österreich	1569	32,64%
Hofer (Aldi)	450	9,36%
Pfeiffer	407	8,47%
MPreis	243	5,06%
Lidl	204	4,24%
Norma	20	0,42%
Metro Group	12	0,25%

c. Filialen Lebensmittelhandel 2014



d. 72,21%

578 a. Österreicher/innen Lieblingsmarke 2016

b. 128 Personen

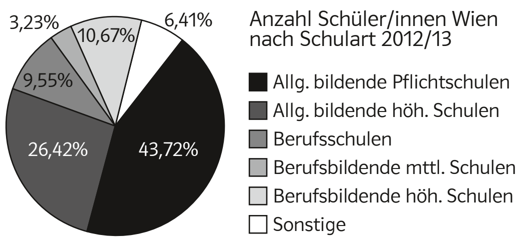
c. Adidas

Link gb7td7

579 a.

	Anzahl der Schüler/innen	relative Häufigkeit
Allg. bildende Pflichtschulen	98 654	43,72 %
Allg. bildende höhere Schulen	59 608	26,42 %
Berufsschulen	21 541	9,55 %
Berufsbildende mittlere Schulen	7 297	3,23 %
Berufsbildende höhere Schulen	24 082	10,67 %
Sonstige	14 463	6,41 %

b.



c. 13,90 %

580 Siehe Schulbuch Seite 217.

581 Siehe Schulbuch Seite 217.

582 Siehe Schulbuch Seite 217.

583 Siehe Schulbuch Seite 217.

584 Siehe Schulbuch Seite 217.

5.2 Quantitative Merkmale

586 a. quantitativ b. qualitativ c. quantitativ d. quantitativ e. quantitativ f. qualitativ g. quantitativ h. quantitativ

587 a. quantitativ b. qualitativ c. qualitativ d. quantitativ e. qualitativ

589 a. Median: 128 cm; arithmetisches Mittel: 128,18 cm
b. Median: 187 Hamburger; arithmetisches Mittel: 186 Hamburger
c. Median: 90 m^2; arithmetisches Mittel: 82,1 m^2

590 arithmetisches Mittel: 2 802 Einwohnerinnen und Einwohner
Median: 998 Einwohnerinnen und Einwohner

Der Median beschreibt die durchschnittliche Einwohnerzahl besser, da der eine Bezirk mit 20 046 Einwohnerinnen und Einwohnern fast doppelt so viele hat wie die restlichen Bezirke zusammen.

591 –

592 Minimum: 12°; Maximum: 22°; Spannweite: 10°

593 Minimum: 8 Punkte; Maximum: 25 Punkte; Spannweite: 17 Punkte

594
- a. Größe: Maximum: 170 cm; Minimum: 150 cm; Spannweite: 20 cm
  Gewicht: Maximum: 75 kg; Minimum: 45 kg; Spannweite: 30 kg
- b. Ja, ein Schüler ist 164 cm groß, wiegt aber 75 kg.

596
- a. 1. Quartil: 1,5; Median: 2; 3. Quartil: 2,5; Quartilsabstand: 1
- b. 1. Quartil: 16,5; Median: 18; 3. Quartil: 22,5; Quartilsabstand: 6
- c. 1. Quartil: 123; Median: 137,5; 3. Quartil: 157,5; Quartilsabstand: 34,5
- d. 1. Quartil: 20; Median: 30; 3. Quartil: 40; Quartilsabstand: 20
- e. 1. Quartil: 19; Median: 35; 3. Quartil: 38; Quartilsabstand: 19
- f. 1. Quartil: 25; Median: 39; 3. Quartil: 44; Quartilsabstand: 19
- g. 1. Quartil: 8,25; Median: 31; 3. Quartil: 61,25; Quartilsabstand: 53
- h. 1. Quartil: 25; Median: 52; 3. Quartil: 72,5; Quartilsabstand: 47,5

597 a. B b. A

598 a. A b. D

599 Median: 1150 €; 1. Quartil: 1000 €; 3. Quartil: 1334 €

600 Minimum: 5 min; Maximum: 32 min; Median: 18,5 min; 1. Quartil: 12 min; 3. Quartil: 24,25 min

601
- a. Jänner: 27 mm; Februar: 35 mm; Dezember: 38 mm; März: 42 mm; Oktober: 43 mm; April: 48 mm; September: 50 mm; November: 50 mm; Mai: 68 mm; August: 70 mm; Juli: 76 mm; Juni: 79 mm
- b. Minimum: 27 mm; Maximum: 79 mm; Median: 49 mm; 1. Quartil: 41 mm; 3. Quartil: 68,5 mm

602
- a. Minimum: 24,65; Maximum: 25,79
- b. 1. Quartil: 25,16; 3. Quartil: 25,75
- c. Weil hier nur fünf unterschiedliche Werte vorliegen, muss das 1. Quartil der zweitkleinste und das 3. Quartil der zweitgrößte Wert sein.

604
- a. arithmetisches Mittel: 68,9 kg; Spannweite: 32 kg; Varianz: 130,7 kg^2; Variationskoeffizient: 16,6 %
- b. arithmetisches Mittel: 2172 €; Spannweite: 810 €; Varianz: 88 456 $€^2$; Variationskoeffizient: 13,7 %
- c. arithmetisches Mittel: 77,4; Spannweite: 49; Varianz: 261,1; Variationskoeffizient: 20,9 %

605
- a. Spannweite: 27 cm; Median: 118,5 cm; unteres Quartil: 114 cm; oberes Quartil: 122 cm; Quartilsabstand: 8 cm
- b. arithmetisches Mittel: 118,1 cm; Standardabweichung: 6,6 cm; Variationskoeffizient: 5,6 %

606
- a. Spannweite: 64 kg; Median: 63 kg; unteres Quartil: 59 kg; oberes Quartil: 72 kg; Quartilsabstand: 13 kg
- b. arithmetisches Mittel: 66,3 kg; Standardabweichung: 13,6 kg; Variationskoeffizient: 20,5 %

607
- a. Spannweite: 486 €; Median: 733 €; unteres Quartil: 681,50 €; oberes Quartil: 850,50 €
- b. arithmetisches Mittel: 753,36 €; Standardabweichung: 142,02 €; Variationskoeffizient: 18,85 %

608 a. B b. A

609 –

611 arithmetisches Mittel: 1,21 Geschwister; Standardabweichung: 1,07 Geschwister

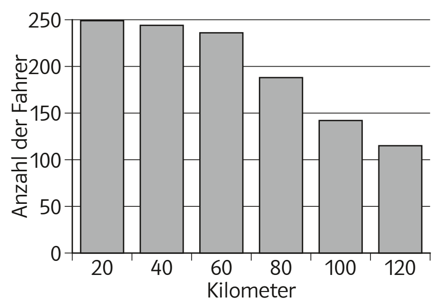
612 arithmetisches Mittel: 26,90 €; Standardabweichung: 25,61 €

613 arithmetisches Mittel: 1,71 Besuche; Standardabweichung: 1,54 Besuche

614
- a. 72,55 %
- b. 6,73 %
- c. durchschnittlich zu erwartender Gewinn: 1,15 €; Standardabweichung: 41,65 €
- d. 0,85 €

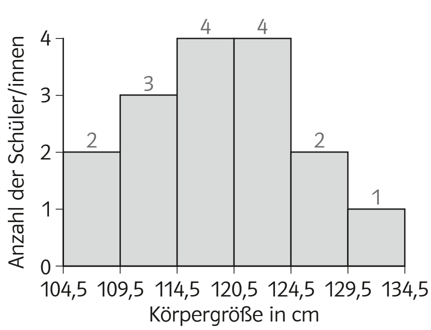
616
- a. Median: 2 000 € bis 2 499 €; Spannweite: 3 499 €
- b. arithmetisches Mittel: 2 610,47 €; Standardabweichung: 749,61 €
- c. Die Ausgangsdaten sind nur in einem Intervall von 500 € gegeben. Daher hat es wenig Sinn, den Mittelwert und die Standardabweichung mit einer so großen Genauigkeit anzugeben. Wir runden daher auf 2 600 ± 750 €.

617
- a. arithmetisches Mittel: 99,3 km; Standardabweichung: 24,4 km
- b. Da nur alle 20 km kontrolliert wurde, ist eine so genaue Angabe des Durchschnitts nicht sinnvoll. Die Angabe von 100 km als arithmetisches Mittel und 25 km als Standardabweichung ist ausreichend.
- c.

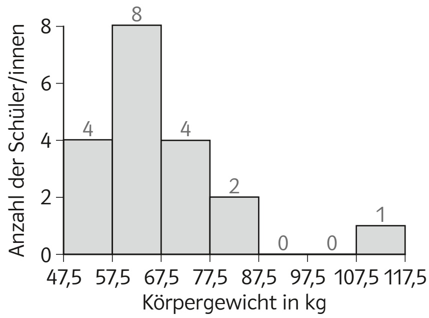


618
- a. zum Beispiel: Klassenbreite 5: {50, 55, 60, …, 100}
- b. zum Beispiel: Klassenbreite ca. 2,7: {12,5, 15,2, 17,9, …, 31,4, 34,1}
- c. zum Beispiel: Klassenbreite ca. 0,08: {0,03, 0,11, 0,19, …, 1,07, 1,15}
- d. zum Beispiel: Klassenbreite ca. 13 (≈ 12,78): {1302, 1315, 1328, …, 1497, 1510}

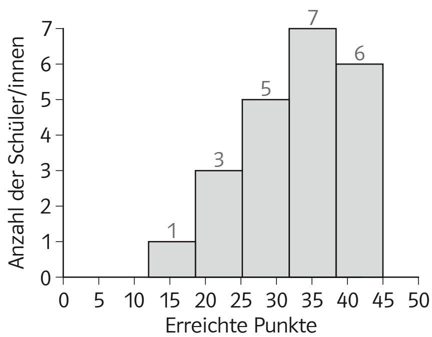
619



620



621



ggb/xls/tns 6fi3y6

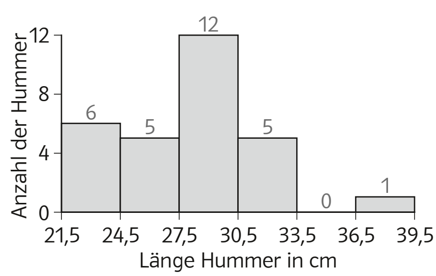
622 Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.
Nach der Formel für die Klassenbreite $\frac{\text{Spannweite}}{\sqrt{\text{Anzahl der Elemente der Grundgesamtheit}}} \approx 9$ sind also ca. 5 Klassen gut geeignet. Sehr wenige Klassen (zum Beispiel nur eine Klasse) oder sehr viele Klassen (zum Beispiel 20 Klassen) sind nicht zur Darstellung geeignet.

ggb/tns dr6nz5

623
a. Minimum: 22 cm; Maximum: 37 cm
b. Klassenbreite: 3 cm
c.

Klasse	absolute Häufigkeit
21,5 cm – 24,5 cm	6
24,5 cm – 27,5 cm	5
27,5 cm – 30,5 cm	12
30,5 cm – 33,5 cm	5
33,5 cm – 36,5 cm	0
36,5 cm – 39,5 cm	1

d.



624 –

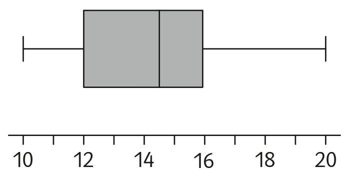
625 –

626 –

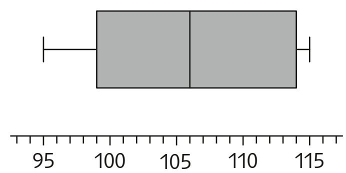
627 a. 2 Jahre b. 28 Personen c. 370 Personen d. 32,4 %

628 a. 400 € b. 9 Personen c. 225 Personen d. 42,7 %

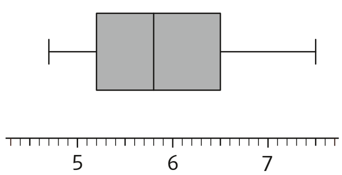
629 a.



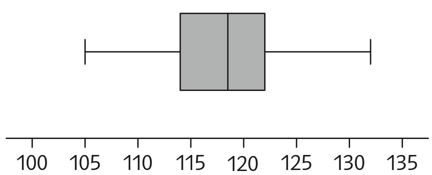
c.



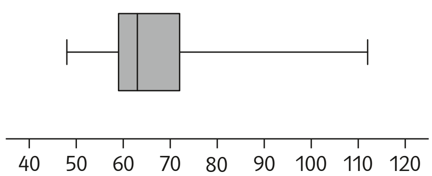
b.



630



631



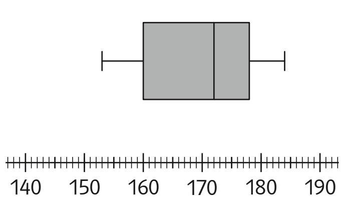
632 a. Median: 7; 1. Quartil: 4; 3. Quartil: 8 b. Median: 44; 1. Quartil: 40; 3. Quartil: 60

633 a. Spannweite: 12; Interquartilsabstand: 5 b. Spannweite: 32; Interquartilsabstand: 14

634 a. 144 b. 135 c. 23 d. 127 e. 50 f. 138 g. 138

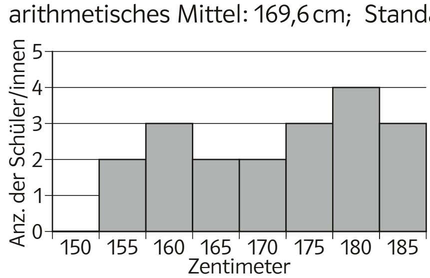
635 Da in der 3 B der Median bei 65 Punkten liegt, haben über 50 % der Schülerinnen und Schüler mehr als 60 Punkte. In der 3 A liegt der Median bei 56 Punkten, daher haben über 50 % der Schülerinnen und Schüler unter 60 Punkte und somit weniger als 50 % über 60 Punkte.

636 a.



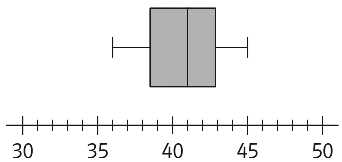
b. arithmetisches Mittel: 169,6 cm; Standardabweichung: 9,8 cm

c.

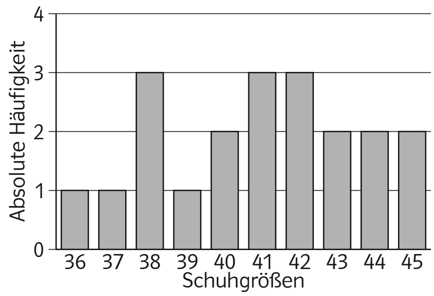


637 a. Median: 41; Modi: 38, 41, 42; Spannweite: 9

b. unteres Quartil: 38,5; oberes Quartil: 43

c. 

d. arithmetisches Mittel: 40,95 ≈ 41; Standardabweichung: 2,6

e. 

638 –

640 a. 1,936 % b. 2,258 % c. Die Inflationsrate ist gestiegen.

641 3,58 %

642 a. arithmetisches Mittel: 171,2 cm b. geometrisches Mittel: 3,40 % c. geometrisches Mittel: 1,75 %

643 a. Der Anlageberater kann unmöglich Recht haben, da ja die Aktie am Ende den gleichen Wert hat wie am Anfang. Sie ist also im Schnitt um 0 % gestiegen.
b. Beim prozentuellen Wachstum muss man mit dem geometrischen Mittelwert rechnen. Die durchschnittliche Rendite berechnet man aus den einzelnen Jahresrenditen, daher folgendermaßen: $\sqrt[4]{1{,}5 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}444444} = 1$. Noch schneller rechnet man, indem man argumentiert: Nach vier Jahren ist der Aktienkurs genauso hoch wie am Anfang. Daher ist der Kurs um 0 % gestiegen. Der Wachstumsfaktor beträgt $1 \cdot \sqrt[4]{1} = 1$.

645 1,25 %

646 2,9 %

647 4,66 %

648 Siehe Schulbuch Seite 217.

649 Siehe Schulbuch Seite 217.

650 Siehe Schulbuch Seite 217.

651 Siehe Schulbuch Seite 217.

652 Siehe Schulbuch Seite 217.

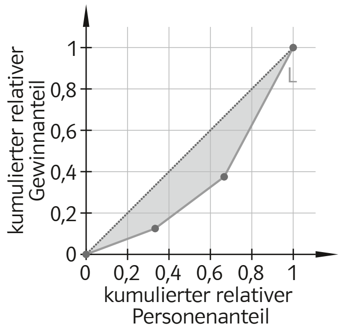
653 Siehe Schulbuch Seiten 217 und 218.

5.3 Lorenzkurve und Gini-Koeffizient

654 Wenn der Gini-Koeffizient nahe bei 0 ist, sind Einkommen relativ fair verteilt. Auf der Karte sind das also die bläulich oder grünlich färbten Regionen wie zum Beispiel in Skandinavien aber auch zum Beispiel in der Ukraine oder Kasachstan. Liegt der Gini-Koeffizient nahe bei 1, sind die Einkommen ungleich verteilt. Auf der Karte sind das also die dunkelorange oder rot gefärbten Regionen wie zum Beispiel in Südafrika oder auch in Brasilien.

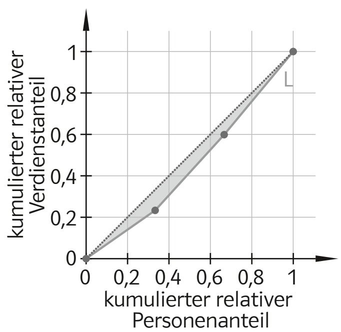
655 **a.** A **b.** B

657 **a.**



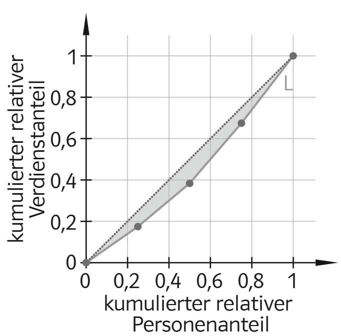
b. 33,33 %

658 **a.**



b. 11,21 %

659 **a.**



b. 13,37 %

660 **a.**

b. in Bremen (Gini-Koeffizient: 0,4982)

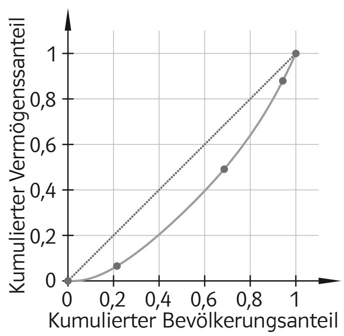
c. in Sachsen (Gini-Koeffizient: 0,2287)
d. Ja, die Aussage ist richtig. Die ehemalige DDR lag im Osten und dort sind die Gini-Koeffizienten zumeist kleiner als im Westen.

661 Die Verteilung der Einkommen in Österreich, Deutschland und USA im Beobachtungszeitraum ungleicher, in Griechenland und Frankreich hingegen fairer.

662 –

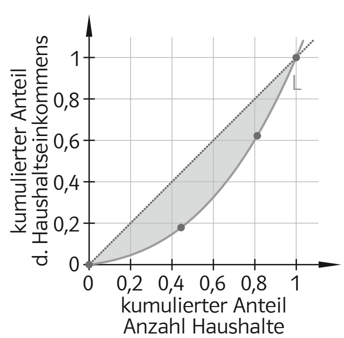
663
a. I. 8 % II. 5 %
b. I. 33 % II. 45 %
c. I. 14 % II. 6 %
d. I. 66 % II. 76 %
e. Für Kurve II. ist der Gini-Koeffizient größer. Hier sind die Vermögensanteile weniger gerecht verteilt.

665
a.



b. L mit $L(x) = 1{,}467x^4 - 2{,}746x^3 + 2{,}371x^2 - 0{,}092x$
c. 0,298

666
a.

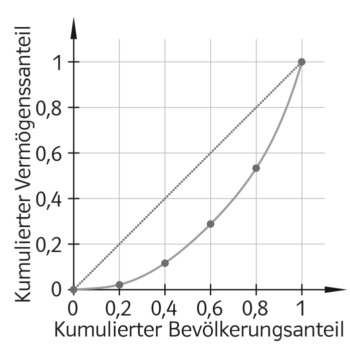


b. L mit $L(x) = 0{,}4571x^3 + 0{,}4161x^2 + 0{,}1269x$
c. 0,367

ggb q2i7hj

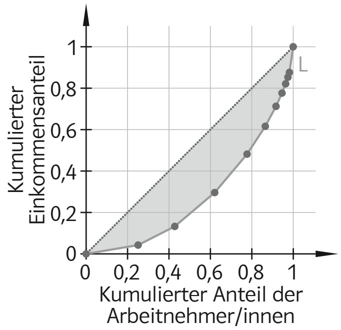
667
a. Für jeweils 20 % der Arbeitnehmer ist der Gesamtanteil der Summe ihrer Einkommen am gesamten Einkommen aller Arbeitnehmer angegeben, zum Beispiel verdienen die 20 % der Arbeitnehmer mit den niedrigsten Einkommen in Summe nur 2,2 % des gesamten Einkommens aller Arbeitnehmer, die 20 % der Arbeitnehmer mit den höchsten Einkommen verdienen dagegen 46,7 % des gesamten Einkommens aller Arbeitnehmer.

b.



c. 0,44

ggb gn447c **668** a.

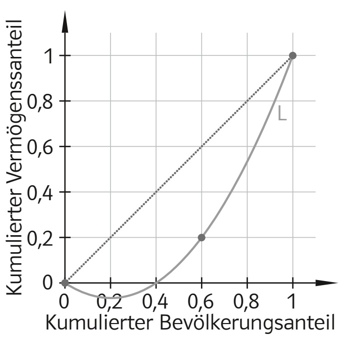


b. 0,4523

c. Siehe Mathematik anwenden HAK-Online. Der Gini-Koeffizient liegt zwischen 0,4173 (für ein Durchschnittseinkommen von 100 000 €) und 0,6277 (für Durchschnittseinkommen von 1 Mio. €).

ggb z5t74k **669** a. f mit $f(x) = 1{,}667\,x^2 - 0{,}667x$

b.



Die Kurve verläuft im Intervall (0; 1) teilweise unterhalb der x-Achse.

c. zum Beispiel L mit $L(x) = 1{,}172x^3 - 0{,}208x^2 + 0{,}036x$

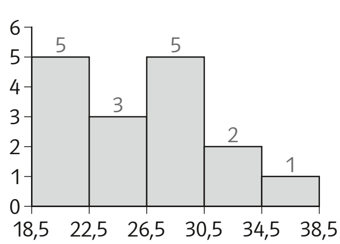
d. für die angegebene Funktion L: 0,517

e. zwischen 0,50 und 0,52. Der Gini-Koeffizient erreicht zwar auch andere Werte, aber dabei würde die Lorenzkurve im Intervall (0; 1) entweder die x-Achse oder die 1. Mediane schneiden. Beides ist nicht erlaubt. Außerdem muss die Lorenzkurve im gesamten Intervall (0; 1) konvex sein.

670 Siehe Schulbuch Seite 218.

Zusammenfassende Aufgaben

671



672 B, D, E, G

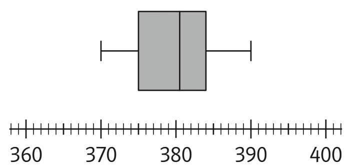
xls aq8zy5 **673** a. I. 0,96 % II. 0,10 % III. 0,39 % IV. 0,29 % V. 0,45 %

b. Das Bevölkerungswachstum war um die Wende zum 20. Jahrhundert am größten, ist dann vermutlich aufgrund der beiden Weltkriege stark zurückgegangen. Nach dem zweiten Weltkrieg ist die Bevölkerung wieder stärker gewachsen, dieses Wachstum hat in den letzten Jahren aber wieder nachgelassen.

c.

	Burgen-land	Kärnten	Nieder-öster-reich	Oberöster-reich	Salzburg	Steier-mark	Tirol	Vorarl-berg	Wien
I.	0,34 %	0,40 %	0,69 %	0,36 %	0,83 %	0,70 %	0,62 %	0,85 %	2,07 %
II.	−0,14 %	0,60 %	−0,04 %	0,64 %	1,03 %	0,36 %	0,83 %	0,70 %	−0,62 %
III.	−0,07 %	0,52 %	0,07 %	0,52 %	1,07 %	0,37 %	1,22 %	1,81 %	0,01 %
IV.	0,08 %	0,17 %	0,32 %	0,38 %	0,75 %	0,02 %	0,70 %	0,78 %	0,07 %
V.	0,07 %	0,42 %	0,28 %	0,47 %	0,90 %	0,37 %	0,79 %	0,93 %	0,45 %

674 a. arithmetisches Mittel: 380,2 g; Standardabweichung: 5,98 g
b. Variationskoeffizient: 1,57 %
c. Median: 380,5 g; 1. Quartil: 375 g; 3. Quartil: 384 g
d.



675 –

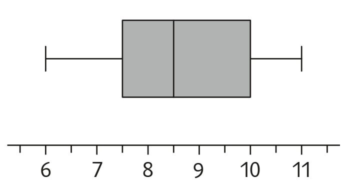
676 a. Histogramm
b. 286
c. die Werte, die in den Klassen mit den oberen Grenzen 81,50 und 96,50 liegen
d. 2,5

677 a. arithmetisches Mittel: 6 m
b. geometrisches Mittel: 2,25 %
c. arithmetisches Mittel: 1 500 g
d. Median: 52 Personen (bzw. arithmetisches Mittel: 59,9 Personen)

678 arithmetisches Mittel: 81,91; Variationskoeffizient: 13,6 %; 1. Quartil: 75,25; Median: 81,2; 3. Quartil: 87,3

679 a. 12 b. 2,5 c. 13 d. 14

680



681 arithmetisches Mittel: 31,73 €; Standardabweichung: 30,82 €

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 8. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 682–714 sind im Schulbuch auf den Seiten 218–219 zu finden.

Mathematik anwenden
HAK LÖS 4
Schulbuchnummer 180819
ISBN 978-3-209-08080-6

www.oebv.at

ISBN 978-3-209-**08080**-6
9 783209 080806