8 Arbeit und Energie

Vertiefung und Kompetenzüberprüfung

Martin Apolin (Stand April 2011)

Perpetuum mobile

A1 Im Meyers Großem Konversationslexikon des Jahres 1906 steht unter dem Stichwort „Perpetuum mobile" zunächst folgendes: „Die Konstruktion eines Perpetuum mobile hat seit den ältesten Zeiten stets solche Leute beschäftigt, die von Kraft und Materie falsche Vorstellungen hatten. [...] Man vergaß, dass, wie keine Energie verloren gehen kann, so auch keine Energie ohne Aufwand einer gleichen Energiemenge erzeugt werden kann."
Dann heißt es aber weiter: „Noch unaufgeklärt ist die Quelle der Energie bei der beständigen Strahlung von Radium, Radiotellur und anderen radioaktiven Substanzen, die beständig elektrische Partikel aussenden und außerdem sich selbst erwärmen, derart, dass 1 kg Radium stündlich 1 kg Wasser von Zimmertemperatur bis zum Sieden erhitzen könnte."
Wie konnte der Energiesatz gerettet werden? Eine Hilfe könnten die Kapitel 8.6 und 8.7 sein. Versuche die Massenänderung von 1 kg Radium in einer Stunde abzuschätzen. Dazu brauchst du die spezifische Wärmekapazität von Wasser (Abb. 11.9, S. 113).

A2 a Was passiert mit der Energiemenge in Inneren einer realen Maschine, wenn Energie aus dieser hinaus fließt? Wie wäre die Situation bei einem Perpetuum mobile?

b Folgende Meldung fand sich 2003 in der online-Ausgabe des Magazins stern: *Ein 76-jähriger indischer Fakir hat nach eigenen Angaben seit 65 Jahren nichts mehr gegessen und getrunken und ein zunächst ungläubiges Ärzteteam verblüfft. Der Vizedirektor des Krankenhauses, in dem Prahlad Jani beobachtet wurde, sagte nach einem Bericht der "Hindustan Times" vom Mittwoch: "Er hat seit zehn Tagen weder Nahrung noch Flüssigkeit zu sich genommen und weder Urin noch Stuhl ausgeschieden." Ein anderer Arzt räumte ein, man habe keine Erklärung für das Phänomen. Möglicherweise handele es sich "um etwas Göttliches".*

Kommentiere diesen Artikel und verwende dabei deine Überlegungen aus A2 a!

A3 Welche praktischen Schwierigkeiten könnte es beim Betrieb eines Perpetuum mobile geben?

A4 Wie groß wäre der Wirkungsgrad einer idealen Maschine? Wie groß wäre der Wirkungsgrad eines Perpetuum mobile? Hilf dir mit Tab. 8.2, S. 82.

Energieumwandlungen

A5 Immer, wenn im Körper Energie benötigt wird, wird dazu das Molekül Adenosintriphosphat (ATP) gespaltet. Es wurde bereits 1929 vom deutschen Biochemiker Karl Lohmann entdeckt. Weil ausnahmslos bei jedem Vorgang im Körper, bei dem Energie benötigt wird, auch ATP im Spiel ist, nennt man dieses Molekül auch die „generelle Energiewährung" des Körpers.
Wie der Name Adenosin-tri-phosphat vermuten lässt, besteht dieses Molekül aus einem Adenosin- und drei Phosphat-Teilen. Im ATP ist chemische Energie gespeichert, die bei der Abspaltung eines Phosphatteiles frei wird. Es werden 32,3 kJ pro Mol freigesetzt. Diese Energie wird dann für die Kontraktion des Muskels genutzt oder für alle anderen Vorgänge im Körper, bei denen man Energie benötigt. Dabei entsteht Adenosindiphosphat (ADP). Man kann daher folgende Reaktionsgleichung aufschreiben:

$$\text{ATP} \Rightarrow \text{ADP} + \text{P} + \text{Energie}$$

Die chemische Energie der Nährstoffe (siehe Tab. 8.3, S. 82) kann niemals direkt für die Muskelkontraktion genutzt werden. Sie dient dazu, um das ATP wieder aufzubauen. 40 % der Energie, die in den Kohlenhydraten und Fetten steckt, kann für den Aufbau von ATP genutzt werden.

a Die Summenformel von ATP lautet $C_{10}H_{16}N_5O_{13}P_3$. Berechne mit Hilfe eines Periodensystems die Molmasse von ATP.

b Es gibt eine Faustregel, wie viel Energie man beim Laufen umsetzt. Lies nach in Kap. 8.8, S. 82 unten. Rechne die Angabe von X kJ pro Kilometer und Kilogramm in X Gramm ATP-Umsatz pro Kilometer und Kilogramm um. Bedenke dabei, dass der Wirkungsgrad beim Aufbau von ATP 40 % beträgt.

c Welche Masse an ATP muss ein Läufer umsetzen, wenn er einen Marathon (42,2 km) durchläuft? Dazu brauchst du das Ergebnis von b.

A6 Eine Tafel Schokolade (100 g) hat einen Brennwert von etwa 2300 kJ.

a Auf welche Geschwindigkeit muss man die Schokolade beschleunigen, damit ihre kinetische Energie ihrem Brennwert entspricht?

b Wie hoch muss man die Tafel Schokolade heben, damit ihre potenzielle Energie ihrem Brennwert entspricht? Überlege, ob du die Formel für die potenzielle Energie von Seite 72 verwenden kannst. Welche Alternative gäbe es dazu? Sieh nach in Kap. 8!

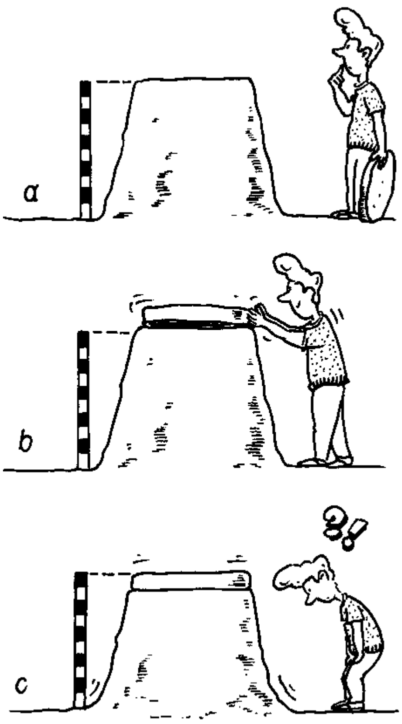

Abb. 1: Wird ein Berg zu hoch, schmilzt er wieder auf die ursprünglich Höhe zusammen (Grafik: Janosch Slama).

A7 Es gibt auf der Erde 14 Achttausender, und der höchste davon ist der gewaltige Mount Everest mit 8848 m. Warum sind aber die Berge auf der Erde „nur" so groß, während sie auf dem Mars und manchen Kleinplaneten wesentlich höher sind? Wodurch ist die Höhe der Berge limitiert? Sie muss irgendwie mit der Festigkeit des Gesteins zusammenhängen!

Um das Problem abschätzen zu können, nimm vereinfacht einen Tafelberg an, der aus einem Quarzblock (SiO_2) besteht (Abb. 1). Dieser Block soll wiederum auf einem Untergrund desselben Materials stehen und die maximale Höhe haben, die er auf der Erde erreichen kann. Was wird passieren, wenn wir diese Höhe überschreiten? Der enorme Druck führt zu einer plastischen Verformung der untersten Schichten. Die Schichte wird zu fließen beginnen! Und sie wird so lange fließen und der Berg somit absinken, bis er wieder seine ursprüngliche, maximale Höhe hat.

Wenn du die Scheibe auf den Berg legst, dann steckst du eine bestimmte potenzielle Energie in sie. Und diese Energie ist gerade so groß, dass das Gestein am Fuße des Berges von der festen Phase in den plastischen Fluss gelangen kann. Die Energie, die nötig ist, ist vergleichbar mit der Energie, die zum Schmelzen des Materials notwendig ist. Man kann also sagen: Wenn der Berg so hoch ist, dass die potenzielle Energie der obersten Schichte der Schmelzwärme entspricht, beginnt der Berg zu fließen. Und das kann man für jedes einzelne Molekül berechnen.
Die Schmelzwärme für ein einzelnes SiO_2-Molekül beträgt $2{,}4 \cdot 10^{-20}$ J. Berechne die Masse eines SiO_2-Moleküls. Dazu brauchst du das Periodensystem auf Seite 23 und den Begriff der atomaren Masseneinheit (S. 28). Schätze damit größenordnungsmäßig die maximale Höhe von Bergen auf der Erde ab.

A8 Überlege dir, warum Planeten rund sind, Planetoiden oder Asteroiden aber ziemlich unförmig sein können (Abb. 2). Bei der Überlegung hilft dir die Antwort auf A7.

Abb. 2.: Der unförmige Asteroid Ida und sein Mond Dactyl. Die längste Abmessung von Ida beträgt rund 60 km (Quelle: NASA).

A9 Schätze den Energieumsatz eines Hais ab. Der Ansatzpunkt für deine Lösung ist eine Besonderheit der Haie: Sie müssen schwimmen, um atmen zu können! Haie sind nicht in der Lage, das Atemwasser aktiv in ihre Kiemen zu spülen. Sie werden nur dann mit Sauerstoff versorgt, wenn durch ihre Eigenbewegung ausreichend Wasser durch die Kiemen strömt. Selbst wenn sie schlafen, müssen die Haie schwimmen. Nimm an, dass Schwimmen die Haupttätigkeit eines Hais ist, bei der er am meisten Energie verliert. Die Wärmeabgabe muss nicht berücksichtigt werden, weil

Haie wechselwarme Tiere sind und ihre Temperatur nicht auf einem bestimmten Niveau stabilisieren müssen (wie etwa der Mensch).

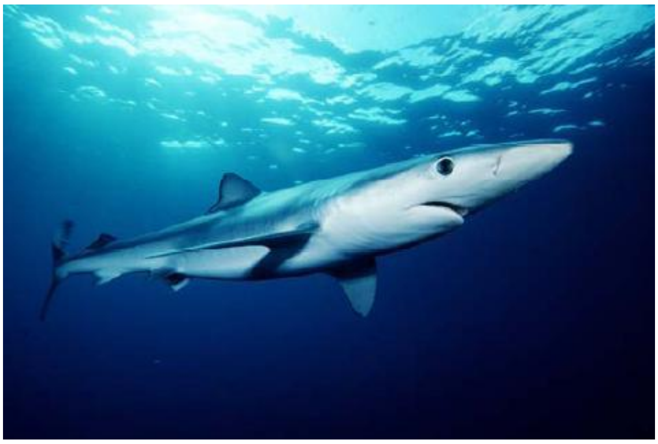

Abb. 3: Ein Blauhai (Quelle: National Oceanic and Atmospheric Administration).

Angaben zur Abschätzung: Ein Blauhai (Abb. 3) wird 3 bis 4 Meter lang, und sein Körperdurchmesser liegt bei 50 cm. Er schwimmt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 0,5 m/s. Die Kraft, die der Hai überwinden muss, ist die Wasserwiderstandskraft. Diese lässt sich mit derselben Formel berechnen wie die Luftwiderstandskraft (siehe S. 46, Kap. 5).
Für diese Formel brauchst du noch die Wasserdichte (Tab. 2.3, S. 17). Außerdem muss du dir überlegen, welchen c_w-Wert ein Hai so haben könnte, und du musst den Wirkungsgrad der Muskeln berücksichtigen (Tab. 8.2, S. 82). Rechne den Energieumsatz des Hais zum Schluss auf die Nahrungsmenge um. 100 g Fisch haben einen Energiewert von etwa 200 kJ.

A10 Man sagt, dass Energie eine Zustandsgröße ist und Arbeit eine Prozessgröße. Was könnte damit gemeint sein?

A11 Die allgemeine Definition für Arbeit ist Kraft mal Weg. Die Einheit der Arbeit ist das Joule, eine zusammengesetzte Einheit. Überlege dir, aus welchen Einheiten sie zusammengesetzt ist!

A12 Welcher Aufprall ist schlimmer: Wenn zwei gleiche Autos mit der gleichen Geschwindigkeit frontal zusammenstoßen (a), oder wenn du mit demselben Tempo gegen eine Wand knallst (b)?

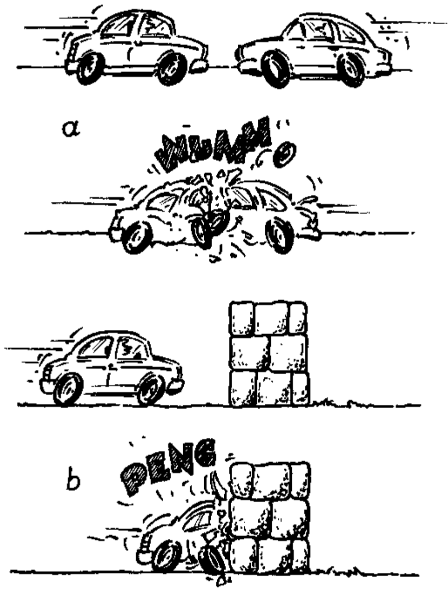

Abb. 4 (Grafik: Janosch Slama).

A13 Schätze ab, ob man sich von Licht ernähren kann! Nimm dazu an, dass Lichtatmer in der Lage sind, in der Haut Photosynthese ablaufen zu lassen. Für deine Schätzung brauchst du die Strahlungsleistung der Sonne, die am Boden ankommt (Abb. 5), eine Schätzung für die Körperoberfläche des Menschen und den Wirkungsgrad bei der Photosynthese (Tab. 8.2, S. 82).

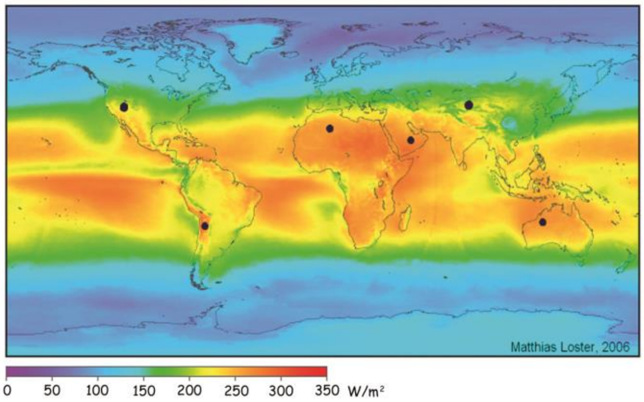

Abb. 5: Die Karte zeigt die durchschnittliche lokale Sonneneinstrahlung auf der Erdoberfläche (Abb. 32.20, BB7, S. 48).

A14 Der Wagen einer Achterbahn wird nach oben gezogen und rollt dann den Abhang hinunter. Damit das aufregender wird, möchtest du, dass der Wagen an der tiefsten Stelle die doppelte Geschwindigkeit hat. Wie hoch muss der Abhang dafür sein?

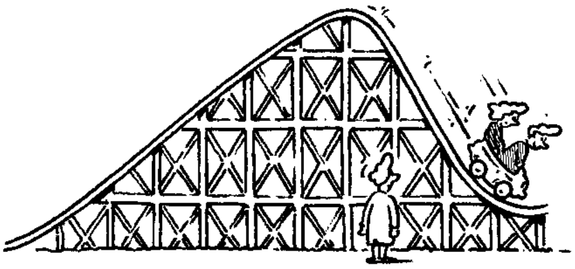

Abb. 6 (Grafik: Janosch Slama)

A15 Ein Holzquader hat eine Grundfläche von 20·20 cm und eine Höhe von 40 cm. Schätze ab, welche Energie mindestens notwendig ist, um diesen Block umzukippen. Dazu musst du die Dichte von Holz abschätzen (Tab. 2.4, Kap. 2, S. 17) und die Formel für die Hebearbeit wissen (Kap. 8.2, S. 71).

Leistungen

A16 In Abb. 7 siehst du links eine Glühbirne mit einer Leistung von 100 W, rechts den Delorean DMC aus „Zurück in die Zukunft“ mit 100 kW. Einmal ist die Nettoleistung angegeben, einmal die Bruttoleistung. Was könnte man unter diesen Begriffen verstehen und welche Leistung ist wie angegeben?

Abb. 7: Links: Eine alte Glühbirne mit einer Leistung von 100 W (Foto: KMJ; Quelle: de.wikipedia). Rechts: Der Delorean DMC-12 mit einer (leicht aufgerundeten) Leistung von 100 kW (Foto: Kevin Abato; Quelle: Wikipedia).

A17 a Die Leistung beim Gehen kann man physikalisch recht gut abschätzen. Es ist nämlich so, dass bei jedem Schritt der Körperschwerpunkt ein wenig gehoben wird (Abb. 8). Man schaukelt also etwas auf und ab. Natürlich gibt es sehr unterschiedliche Gehstile, aber gehe für deine Überlegungen von einer Hebung um 3 cm aus. Nimm eine Person mit 60 bzw. 80 kg an, schätze die Schrittlänge mit 70 cm ab und nimm ein gemächliches Tempo von 1 m/s (3,6 km/h) bzw. ein sehr zügiges Tempo von 2 m/s an (7,2 km/h). Berechne mit diesen Werte die Leistung beim Gehen.

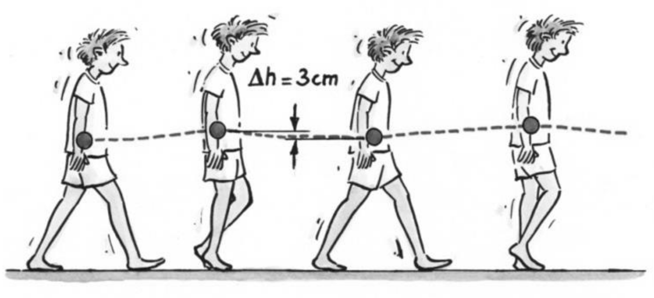

Abb. 8: Bei jedem Schritt wird der Körperschwerpunkt ein wenig gehoben. Das verursacht den Großteil des Energieaufwandes beim Gehen (Grafik: Janosch Slama).

b Überlege, ob es sich dabei um eine Brutto- oder eine Nettoleistung handelt (A16).

A18 a Du strampelst auf einem Fahrradergometer. Das Display zeigt 100 W an. Wie viel leistest du gerade?

b Schätze ab, wie viel die Anzeige eines Ergometers zeigen muss, damit die Leistung mit der von gemächlichem Laufen vergleichbar ist (10 km/h). Rechne für eine Person mit 60 kg bzw. 80 kg.

A19 Ist der Mensch eher mit einer Kugel oder einem Donut (Torus) zu vergleichen? Und was könnte diese Frage mit dem Energieinput zu tun haben?

A20 Der Energieumsatz eines Menschen beträgt rund 10.000 kJ pro Tag. Rechne diese Leistung in Watt um. Rechne den Umsatz außerdem in Kilowattstunden um. Wie viel würde es kosten, einen Menschen mit Strom zu betreiben?

A21 Die Dauerleistung eines Menschen beträgt etwa 100 W. Nimm an, eine Person radelt eine Stunde lang. Rechne die dabei aufgewendete Arbeit in Kilowattstunden um.

A22 Der Betreiber eines Fitnessstudios hat die Idee, die abgegebenen Leistungen der Fitnessjünger abzuzapfen und damit das Studio quasi autark mit Energie zu versorgen. Ist das realistisch? Und ist es realistisch, sich damit

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 5 | ISBN: 978-3-209-04868-4

einiges an Geld zu ersparen? Mache dazu eine heuristische Abschätzung.

Hilfe zu A1: Bei der Radioaktivität treten drei Arten von Strahlung auf, die man mit den ersten drei Buchstaben des griechischen Alphabets benannt hat: α-, β- und γ-Strahlung. Zwei Dinge haben sie gemeinsam: Ihr Ursprung ist im Kern, und durch die Strahlung gehen die Kerne in eine stabilere Lage über. Anders gesagt: Die potenzielle Energie des Kerns wird dabei geringer.
Weiters gilt $E = mc^2$. Die abgegebene Energie hat also eine Masse. Weil jedoch c so groß ist ($3 \cdot 10^8$ m/s), ist die Massenänderung der strahlenden Stoffe extrem gering ($\Delta m = \Delta E/c^2$) und daher praktisch nicht zu messen. Die spezifische Wärmekapazität von Wasser ist 4190 J/(kg·K) $\approx 4{,}2 \cdot 10^3$ J/(kg·K). Um ein kg Wasser von 20 auf 100 °C aufzuwärmen, sind also $3{,}36 \cdot 10^5$ J notwendig. Das Kilogramm Radium verliert diese Energie und dabei die Masse $\Delta m = \Delta E/c^2 \approx 4 \cdot 10^{-12}$ kg, und das ist einfach nicht zu messen.

Hilfe zu A2 a: Wenn aus einer realen Maschine Energie rausfließt, muss diese um denselben Wert innen sinken (Abb. 9). Das sagt der Energiesatz.

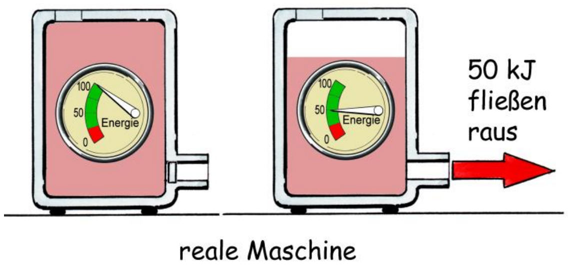

Abb. 9: 50 kJ fließen raus und drinnen sinkt die Energie um denselben Wert (Grafik: Janosch Slama).

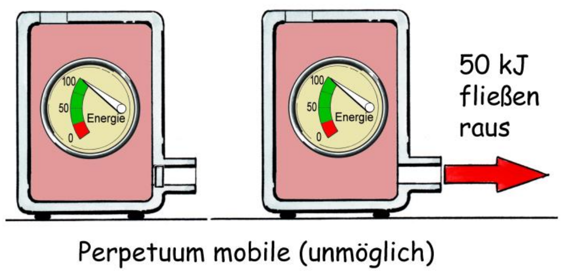

Abb. 10: 50 kJ fließen raus und die drinnen bleiben die Energie gleich – unmöglich (Grafik: Janosch Slama).

Aus einem Perpetuum mobile könnten 50 Kilojoule fließen, ohne dass sich die Energie im Inneren ändert. Dann wären aber 50 kJ quasi vom Himmel gefallen, und das verbietet der Energiesatz.

Hilfe zu A2 b: Jedes Lebewesen gibt Wärme ab. Wärme ist eine Form der Energie. Daher sinkt die Energie im Inneren und muss wieder durch die Nahrung aufgefüllt werden. Ein Hungerkünstler müsste das angeblich nicht. Er wäre die perfekte biologische Umsetzung eines Perpetuum mobile – und daher kann es ihn nicht geben.

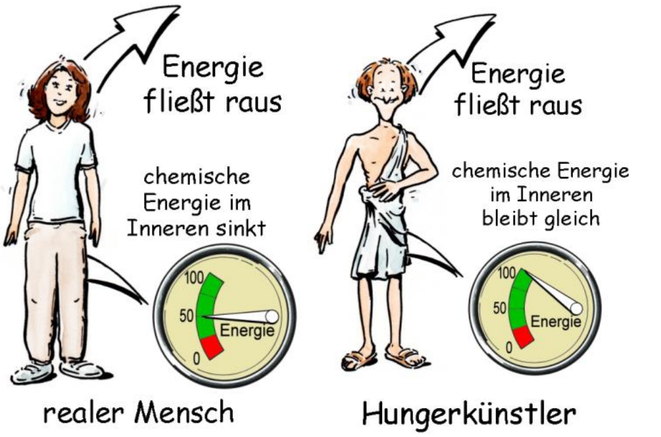

Abb. 11 (Grafik: Janosch Slama)

Hilfe zu A3: Der Betrieb eines Perpetuum mobile wäre sehr riskant. Würde man diesem nicht ständig die produzierte Energie komplett entziehen, bliebe diese ja in der Maschine. Diese müsste dann immer schneller und heißer werden, bis sie zum Schluss explodiert.

System	η	Bruttoenergie ⇒ Nettoenergie
Generator	99 %	mechanisch ⇒ elektrisch
Elektromotor	95 %	elektrisch ⇒ mechanisch
Batteriezelle	90 %	chemisch ⇒ elektrisch
Automotor	25 %	chemisch ⇒ mechanisch
Dauerleistung Mensch	15–25 %	chemisch ⇒ mechanisch
Solarzelle	15–20 %	Licht ⇒ elektrisch
Glühlampe	5 %	elektrisch ⇒ Licht
Photosynthese	1 %	Licht ⇒ chemisch

Tabelle 1 zu A4: Wirkungsgrad bei verschiedenen Energieumwandlungen (siehe Tab. 8.2, S. 82).

Hilfe zu A4: Bei einer idealen Maschine würde keinerlei Wärme verloren gehen. Diese hätte daher einen Wirkungsgrad von 100 %. Ein Elektromotor kommt dem mit 95 % schon ziemlich nahe (siehe Tab. 1). Ein Perpetuum mobile „erzeugt“ ja Energie aus dem Nichts und hätte daher einen Wirkungsgrad ~~von~~ größer als 100 %.

Hilfe zu A5 a: Molmasse von ATP: 10·12,011 + 16·1,0079 + 5·14,0067 + 13·15,9994 + 3·30,97376 = 507,18338 g ≈ 507 g

Hilfe zu A5 b: Pro Kilometer und Kilogramm Masse setzt man beim Laufen etwa 4 kJ um. Diese Energie kommt aus den Kohlenhydraten und Fetten, die man abbaut, um das ATP wieder aufzubauen. Weil der Wirkungsgrad bei diesem Mechanismus 40 % beträgt, bedeutet das, dass nur 4 kJ·0,4 = 1,6 kJ pro Kilometer und Kilogramm aus dem ATP gekommen sind. Die restlichen 2,6 kJ gehen beim Aufbau von ATP in Form von Wärme verloren.
Ein Mol ATP setzt 32,3 kJ frei. Man verbraucht daher pro Kilometer und Kilogramm 1,6 kJ/(32,3 kJ/Mol) = 0,05 Mol ATP. Die Molmasse von ATP ist 507. Daher setzt man allgemein gesagt rund 25 g ATP pro Kilometer und pro Kilogramm um.

Hilfe zu A5 c: Nehmen wir an, der Läufer hat allgemein die Masse *m*. Pro Kilometer und Kilogramm Körpermasse setzt der Läufer beim Marathon daher etwa 25 g·42,2 km ≈ 1 kg ATP um, also seine eigene Körpermasse. Wenn der Läufer 70 kg hat, setzt er also ebenfalls 70 kg ATP um. Sehr beachtlich.

Hilfe zu A6 a: Die Formel für die kinetische Energie lautet $E_k = \frac{mv^2}{2}$. Löst man nach der Geschwindigkeit auf, erhält man $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$. Setzt man 0,1 kg und 2300 kJ ($2{,}3\cdot10^6$ J) ein, erhält man eine Geschwindigkeit von 6782 m/s, also etwa 6,8 km/s. Das entspricht beinahe der ersten kosmischen Geschwindigkeit (7,9 km/s), die man für Satelliten benötigt. Man müsste die Schokolade daher in den Orbit schicken, damit die kinetische Energie etwa ihrer chemischen Energie entspricht.

Hilfe zu A6 b: Die Formel für die potenzielle Energie lautet $E_p = mgh$. Wenn du nach *h* auflöst, erhältst du $h = E_p/(mg)$. Setzt man 0,1 kg und 2300 kJ ($2{,}3\cdot10^6$ J) ein, erhält man eine Höhe von $2{,}3\cdot10^6$ m, also 2300 km. Weil aber in dieser Höhe *g* schon deutlich abgesunken ist, ist diese Formel nicht mehr exakt. Du musst die allgemeine Gleichung verwenden, die berücksichtigt, dass *g* mit der Entfernung kleiner wird:

$$E_p = mGM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_n}\right)$$

Wenn du die bekannten Werte einsetzt ($M = 6\cdot10^{24}$ kg, $G = 6{,}673\cdot10^{-11}$ Nm²/kg², $r_1 = 6{,}37\cdot10^6$ m) und nach r_n auflöst, erhältst du rund 10^7 m, also 10 Millionen Meter oder 10.000 km. Zum Vergleich: ein GPS-Satellit (Abb. 12) befindet sich in 20.000 km über der Erdoberfläche. Dieser Wert ist 4-mal so hoch wie mit der anderen Formel berechnet – ein empfindlicher Unterschied.

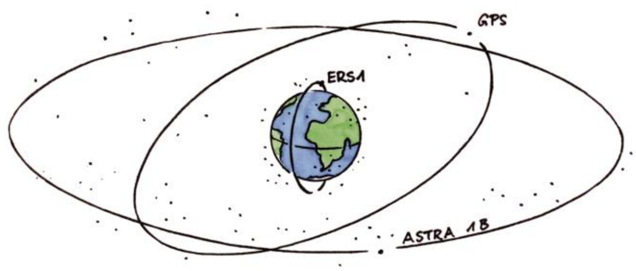

Abb. 12: Maßstabsgetreue Darstellung von Satellitenpositionen. Die GPS-Satelliten fliegen in einer Höhe von etwa 20.000 km (eine Bahn ist exemplarisch eingezeichnet), die geostationären Satelliten in einer Höhe von 36.000 km (siehe Abb. 1.12, S. 8; Grafik: Janosch Slama). Eine Tafel Schokolade, deren potenzielle Energie ihrem Brennwert entspricht, würde sich auf halber Höhe zu einem GPS-Satelliten befinden.

Hilfe zu A7: Ein SiO_2-Molkül hat eine Massenzahl von rund 28 + 2·16 = 60 und somit die Masse $60\cdot1{,}67\cdot10^{-27}$ kg oder etwa 10^{-25} kg. Wenn wir die Schmelzwärme E_s gleich der potenziellen Energie setzen, erhalten wir $E_s = mgh$ und somit $h = E_s/(mg)$. Wenn wir die bekannten Werte einsetzen, ergibt sich als größte Höhe für Erd-Berge 24,3 km. Dieser Wert scheint sehr ungenau zu sein. Bedenke aber, dass wir sehr einfache Annahmen getroffen haben, und dass Quarz ein häufiger, aber bei weitem nicht der einzige Bestandteil des Gesteins ist.
Am interessantesten an dieser Abschätzung ist aber, dass man auf die maximale Höhe von Bergen auf anderen Himmelskörpern schließen kann. Diese hängt - bei gleichem Gestein - nur von der Fallbeschleunigung an der Oberfläche ab. Ein gutes Beispiel ist der Mars. Seine Fallbeschleunigung ist 3,73 m/s², also nur etwa 1/3 der Erdbeschleunigung. Demnach könnten Berge 3-mal so hoch sein wie auf der Erde. Und tatsächlich: Olympus Mons, der größte Marsberg, hat eine beeindruckende Höhe von 26 km, also die dreifache Everest-Höhe!

Hilfe zu A8: Die maximale Höhe der Berge ist proportional zu 1/(mg). Je kleiner das Objekt, desto größer können somit seine Erhebungen sein. Es kann dann sogar sein, dass die Höhe der Berge in der Größenordnung des Planetendurchmessers liegt. Das ist z. B. bei den Planetoiden der Fall, die durch diesen Effekt alles andere als kugelförmig sind.

Hilfe zu A9: Die Arbeit, die der Hai aufbringen muss, ist Kraft mal Weg. Der Weg ist jener, den der Hai im Laufe eines Tages zurücklegt. Bei 0,5 m/s legt er in 86.400 s 43.200 m oder $43{,}2 \cdot 10^3$ m zurück. Die Kraft, die der Hai überwinden muss, ist die Wasserwiderstandskraft: $F_W = 0{,}5 \cdot c_W \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$. Die Dichte von Wasser ist 1000 kg/m³. Für den c_W-Wert nehmen wir an, dass die Evolution ganze Arbeit geleistet hat und der Hai optimale Stromlinienform besitzt. Der c_W-Wert liegt dann bei 0,056 (siehe Tab. 5.35, S. 46). Die Anströmfläche A ist bei einem Durchmesser von 0,5 m etwa 0,2 m². Für die Arbeit $W = F_W \cdot s$ ergeben sich dann 59,4 kJ.

Wir nehmen an, dass die Muskeln eines Hais effizient arbeiten und einen Wirkungsgrad von 25 % haben (Tab. 8.2, S. 82). Die innere Arbeit muss also 4-mal so groß sein, nämlich etwa 238 kJ. Das entspricht etwa 120 g Fisch. Natürlich benötigt der Hai neben der Energie für das Schwimmen auch Energie für den Grundumsatz. Messungen zeigen, dass der tatsächliche Nahrungsbedarf eines Blauhais bei etwa 300 g liegt. Wir haben das Ergebnis also auf einen Faktor 2,5 getroffen.

Hilfe zu A10: Eine Zustandsgröße ist eine physikalische Größe, die nur vom momentanen Zustand des betrachteten physikalischen Systems abhängt und daher vom Weg, auf dem dieser Zustand erreicht wurde, unabhängig ist. Sie beschreibt also eine Eigenschaft des Systems in diesem Zustand. Beispiele sind die Energie, Entropie, Volumen, Masse, Temperatur, Druck oder Dichte.
Eine Prozessgröße oder Vorgangsgröße ist eine physikalische Größe, die ausschließlich bei Zustandsänderungen auftritt und in der Folge wegabhängig ist. Es ist daher für Prozessgrößen wichtig, auf welchem Weg ein Zustand in einen anderen Zustand übergeht. Arbeit und auch Wärme sind Prozessgrößen.

Hilfe zu A11: Arbeit (W) ist Kraft (F) mal Weg (s). In Einheiten angeschrieben: J = N·m. Das Newton ist aber ebenfalls eine zusammengesetzte Einheit. Kraft (F) ist Masse (m) mal Beschleunigung (a), und diese ist wiederum Geschwindigkeitsänderung ($\Delta v/\Delta t$). Daher kann man das Newton weiter in kg·m/s² zerlegen. Daraus ergibt sich für die Arbeit: J = kg·m²/s⁻².

Hilfe zu A12: Wenn zwei Autos zusammenstoßen, ist zwar vorher die doppelte kinetische Energie vorhanden, aber sie wird auch auf zwei Autos aufgeteilt. Daher ist der Effekt in beiden Fällen exakt gleich. Man kann es auch so sehen: Im Fall a überschreitet keines der beiden Autos die imaginäre Trennlinie. Man könnte genauso gut eine Wand zwischen beiden Autos aufstellen, ohne dass sich der Effekt verändert.

Hilfe zu A13: Abb. 5 zeigt, dass selbst in den günstigsten Gegenden der Welt die durchschnittliche Sonneneinstrahlung etwa 300 W/m² beträgt. Die Hautoberfläche eines Menschen liegt zwischen 1,5 und 2 m². Nehmen wir großzügig den höchsten Wert an. Die Sonne kann aber immer nur eine Seite bestrahlen, also 1 m². Unter günstigsten Bedingungen wird daher der Mensch durchschnittlich mit 300 W bestrahlt. Der Wirkungsgrad bei der Photosynthese beträgt aber nur rund 1 %. Daher kann der Mensch nur 3 W = 3 J/s an Energie aufnehmen. Der Tag hat 86.400 s. Der Mensch kann daher rund 260.000 J oder 260 kJ durch „Lichtatmung“ aufnehmen. Der Tagesbedarf liegt aber bei etwa 10.000 kJ. Lichtatmung ist daher unmöglich.

Hilfe zu A14: Wenn du unten die doppelte Geschwindigkeit hast, hast du auch die vierfache kinetische Energie. Wenn wir ohne Reibungsverluste rechnen (E_p wandelt sich verlustfrei in E_k um), dann muss ganz oben auf der Kuppe daher vorher auch die potenzielle Energie viermal so groß sein. Daher kann man die beiden Energieformen gleichsetzen und nach v auflösen: $v = \sqrt{2gh} \sim \sqrt{h}$. Um auf die doppelte Geschwindigkeit zu kommen, brauchst du daher die vierfache Höhe.

Hilfe zu A15: Zunächst einmal muss man die Masse des Quaders eruieren. Dieser hat ein Volumen von 0,016 m³. Die Dichte von Holz liegt zwischen 450 und 900 kg/m³ (siehe Tab. 2.4, S. 17). Nehmen wir eine mittlere Dichte von 650 kg/m³ an (das entspricht der Dichte von Birke). Der Block hat daher eine Masse von 10,4 kg.
Als nächstes müssen wir überlegen, wie stark der KSP angehoben werden muss, bevor der Quader umkippt. Zu Beginn liegt der KSP bei der halben Höhe, also 20 cm über dem Boden. An der höchsten Stelle befindet er sich auf halber Höhe der Diagonalen. Diese hat eine Länge von

rund 44,7 cm. Der KSP muss daher 2,35 cm gehoben werden. Dazu sind rund 2,4 J notwendig.

Hilfe zu A16: Auf den ersten Blick sehen die Angaben unauffällig aus. Tatsächlich sind sie aber ein sehr gutes Beispiel für die auch im Alltag vorkommende Vermischung von Brutto- und Nettoleistung. Bei der Glühbirne ist die Bruttoleistung angegeben. 100 W oder 100 J/s ist die Energie, die tatsächlich in der Glühbirne umgesetzt wird und die vom elektrischen Strom kommt. Der Wirkungsgrad einer Glühbirne beträgt nur 5 % (Tab. 8.2, S. 82). Die Nettoleistung, also die Lichtabgabe, ist bei einer 100 W-Birne daher nur 5 W. Eine herkömmliche Glühbirne ist also vor allem eine Heizung. Beim De Lorean ist aber, wie bei jedem anderen Auto, die Nettoleistung angegeben, also das, was er tatsächlich über die Räder auf die Straße bringt. Weil der Wirkungsgrad bei einem Motor um 25 % liegt, ist die tatsächliche Leistung, also die Bruttoleistung des Motors, etwa viermal so groß und liegt beim De Lorean daher bei 400 kW (543 PS).

Hilfe zu A17 a: Die Formel für Hebeenergie bzw. Hebearbeit lautet: $E_p = W_H = m \cdot g \cdot h$. Weiters ist Leistung Arbeit pro Zeit. Die Leistung beim Gehen ist daher Hebearbeit pro Schrittdauer oder $P = \frac{W_H}{t} = \frac{mgh}{t}$. Geschwindigkeit ist Weg pro Zeit oder $v = s/t$. Der Weg ist in diesem Fall die Schrittlänge, die Zeit die Schrittdauer. Die Schrittdauer t ist daher Schrittlänge s durch Gehgeschwindigkeit v. Das ergibt in die Formel eingesetzt: $P = \frac{mgh}{\frac{s}{v}} = \frac{vmgh}{s}$.

Wenn du nun die bekannten Werte einsetzt, erhältst du die Leistungen, die in Tabelle 2 eingetragen sind.

	1 m/s	2 m/s
60 kg	25 W	50 W
80 kg	34 W	67 W

Tab. 2: Gerundete Netto-Leistungen beim Gehen.

Hilfe zu A17 b: Die berechnete Leistung ist eine Nettoleistung (siehe Kap. 8.8, S. 81). Um auf die Bruttoleistung zu kommen - also auf das, was der Körper innen drinnen wirklich an Energie umsetzen muss – ist auch der Wirkungsgrad zu berücksichtigen. Wenn man diesen mit 20 % annimmt, ergibt sich dann für die Bruttoleistung folgendes:

	1 m/s	2 m/s
60 kg	126 W	252 W
80 kg	168 W	336 W

Tab. 3: Gerundete Brutto-Leistungen beim Gehen.

Hilfe zu A18 a: Natürlich liegt einem auf der Zunge, dass man 100 W leistet. Aber das wäre doch zu einfach gewesen?! Um die Frage zu beantworten, musst du vorher einen Blick auf den Wirkungsgrad auf Tab. 8.2 (S. 82) werfen. Du siehst, dass dieser bei Dauerleistungen beim Menschen bei 15 bis 25 % liegt. Das bedeutet umgekehrt, dass 75 bis 85 % der umgesetzten chemischen Energie sofort in Form von Wärme verloren gehen. Das Ergometer zeigt die abgegebene mechanische Leistung, also die Nettoleistung (siehe A16 und 17). Dein Körper muss aber innen drinnen 75 bis 85 % mehr leisten, damit unterm Strich 100 W rauskommen. Die Antwort ist daher, dass du tatsächlich etwa 400 bis 670 W leistest, wenn 100 W angezeigt werden.

Hilfe zu A18 b: Für das Laufen gibt es eine ganz einfache Faustregel: Pro Kilometer und pro Kilogramm braucht man rund 4 kJ (siehe S. 82). Diese Faustregel gibt die Bruttoleistung an, also das, was tatsächlich „innen" umgesetzt wird. Eine Person mit 60 kg setzt daher pro km 240 kJ um, eine Person mit 80 kg 320 kJ. Wenn sie nun gemächlich mit 10 km/h laufen, leisten sie 667 W bzw. 889 W. Ein Ergometer zeigt aber die Nettoleistung an. Diese liegt bei maximal 25 % (Tab. 8.2, S. 82). Damit man am Rad 667 W bzw. 889 W leistet, müssten die angezeigten Leistungen auf 167 W und 222 W sein. Das ist kaum zu schaffen! Laufen ist sehr intensiv und eignet sich daher zum Abnehmen sehr gut.

	Umsatz pro km	Watt bei 10 km/h	Anzeige Ergometer
60 kg	240 kJ	667 W	167 W
80 kg	320 kJ	889 W	222 W

Tab. 4 zu Aufgabe 34 b.

Hilfe zu A19: Die Topologie ist ein Teilgebiet der Mathematik und beschäftigt sich mit Eigenschaften von geometrischen Körpern. Das klingt zunächst einmal reichlich trocken, kann aber durchaus spannend sein. So ein geometrischer Körper kann auch ein alltäglicher Gegenstand sein, etwa eine Kaffeetasse, ein Glas, ein Donut oder eine Kugel. Im Rahmen der Topologie untersucht man nun, ob man zwei Objekte durch Biegen, Strecken, Knautschen oder Verdrehen ineinander überführen kann – Schneiden, Kleben und Durchlöchern sind verboten! Und sieh da: Eine Kaffeetasse kann man überraschender Weise tatsächlich auf die Form eines Donut bringen (Abb. 13).

Abb. 13

Man sagt daher, dass Kaffeetasse und Donut topologisch gesehen gleich sind – geschmacklich natürlich nicht. Und daher stammt auch das Bonmot, dass ein Topologe ein Mensch ist, der eine Kaffeetasse nicht von einem Donut unterscheiden kann. Durch Verformung kann man auch aus einem Glas eine Kugel machen. Man staucht zuerst das Glas zu einer Scheibe zusammen und bläht diese dann zu einer Kugel auf.
Statt „topologisch gesehen gleich" kann man auch kurz und bündig homöomorph sagen. Tasse und Donut sind homöomorph, Glas und Kugel sind homöomorph. Aber man kann aus einem Glas keine Tasse machen, weil man auch aus einer Kugel keinen Donut machen kann. Dazu müsst man ein Loch in die Kugel machen, und das ist ja verboten. Daher sind Kugel und Donut nicht homöomorph.
Mit welcher geometrischen Form ist der Mensch vergleichbar? Der Mensch hat quasi ein Loch durch den ganzen Körper, nämlich den Verdauungstrakt. Daher kann der Mensch topologisch gesehen keine Kugel sein. Der Mensch ist ein Donut! Gut, ganz exakt ist das nicht, denn es gibt ja mit den beiden Nasenlöchern und dem Mund quasi drei Eintrittsöffnungen. Der Mensch wäre also ein Donut mit drei Löchern auf der einen Seite, die dann auf der anderen Seite zu einem Loch zusammenlaufen. Wir wollen es aber nicht zu kompliziert machen, weil es ja um das Wesentliche geht. Und vereinfacht könnte man sagen: Ein Mensch mit einer Nasenklammer und ein Donut sind homöomorph (Abb. 14).

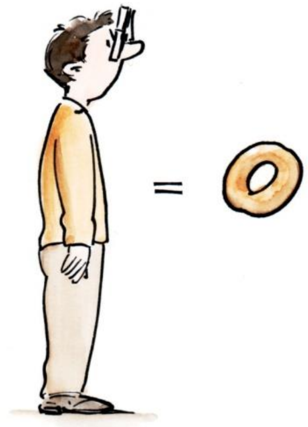

Abb. 14

Mit dem Menschen und der Nahrung ist das ganz ähnlich. Die Nahrung, die du zu dir nimmst, ist zunächst im Verdauungstrakt. Dieser entspricht dem Loch in der Mitte des Torus. Die Nahrung ist somit aber topologisch gesehen noch nicht im Körper, und die chemische Energie steht uns dadurch auch noch nicht zur Verfügung. Im Verdauungstrakt wird die Nahrung aber aufgespaltet und gelangt durch die Darmwand nach und nach in den Körper, also wirklich in den Torus hinein. Erst dann steht uns die chemische Energie zur Verfügung. Was hat das nun mit dem Energie-Input zu tun? Der Input ist streng genommen nur das, was durch die Darmwand in den Körper gelangt, und nicht das, was wir beim Essen über den Mund aufnehmen. Wenn man zum Beispiel Durchfall hat, ist das schon ein großer Unterschied.

Hilfe zu A20: 10.000 kJ sind 10^7 J. Der Tag hat 86.400 Sekunden. Watt sind Joule pro Sekunde. Die Leistung des Menschen beträgt daher rund 116 W. Das ist mit der Leistung einer alten starken Glühbirne mit 100 W vergleichbar.
Von einer Kilowattstunde (kWh) spricht man, wenn ein Gerät mit einer Leistung von 1 Kilowatt (1000 W) eine Stunde lang in Betrieb ist. 1kWh sind daher $3{,}6 \cdot 10^6$ J. Der Tagesbedarf von 10.000 kJ = 10^7 J entspricht daher über

den Daumen 3 kWh. Eine kWh kostet so um die 10 Cent. Würde man einen Menschen mit Strom betreiben, würde das nur etwa 30 Cent kosten.

Hilfe zu A21: 100 W sind 0,1 kW. Allerdings zeigt ja das Ergometer die Nettoleistung (siehe A16). Die Bruttoleistung liegt bei mindestens 400 W (0,4 kW). Wenn die Person eine Stunde radelt, dann setzt sie daher 0,4 kWh um.

Hilfe zu A22: Nachdem bei der Angabe keine konkreten Zahlen genannt sind, muss man das Ergebnis größenordnungsmäßig abschätzen. Das nennt man eine Fermi-Rechnung. Nehmen wir an, im Studio sind pro Tag 200 Personen – das ist recht viel. Jede Person arbeitet in Summe, also wenn man die Pausen abzieht, 30 Minuten. Das ergibt in Summe 100 Stunden pro Tag. Die Dauerleistung, die auch ein nicht so trainierter Mensch aufrecht erhalten kann, liegt bei 100 W. Das macht in Summe eine Arbeit von 100 Stunden mal 0,1 Kilowatt = 10 kWh, die man „abzapfen" und in Strom umwandeln könnte, um damit das Studio mit Energie zu versorgen.
Was kann man damit anstellen? Ein PC hat eine Leistung von 200 W. Wenn der PC 10 Stunden in Betrieb ist, dann sind das 0,2 kW mal 10 Stunden = 2 kWh. Ähnlich ist es mit einem Flatscreen. Wenn er ordentlich groß ist (etwa 1 m Diagonale), hat er ebenfalls rund 200 W und braucht in 10 Stunden 2 kWh. Man könnte also mit dem produzierten Strom 5 PCs in diesem Studio betreiben oder 5 Flatscreens, mehr nicht.
Noch schlimmer wäre es bei der Warmwasseraufbereitung. Um einen Liter Wasser um 1 °C zu erwärmen, sind rund 4200 J nötig ($4{,}2 \cdot 10^3$ J). Um einen Liter Wasser von 20 °C auf 50 °C zu erwärmen (Duschwasser), braucht man daher rund $1{,}3 \cdot 10^5$ J. Die von den Sportlern abgegebenen 10 kWh entsprechen $(10^4 \text{ J/s}) \cdot 3600 \text{ s} = 3{,}6 \cdot 10^7$ J. Man könnte damit nur rund 286 l Wasser auf Duschtemperatur aufheizen. Das reicht aber maximal für 6 Personen. Die restlichen 194 müssen dann kalt duschen.
Was kann man sich in einem Jahr an Geld ersparen? Wenn das Studio 365 Tage im Jahr geöffnet hat, dann macht das 3650 erstrampelte Kilowattstunden, durch die man sich rund 365 € erspart.