Aufgabe

Die Lebensdauer einer Glühlampe in Jahren wird durch eine kontinuierliche Zufallsvariable mit der Wertemenge $M_X = [0; \infty)$ und der Dichtefunktion f mit $f(x) = 0{,}5 \cdot e^{-0{,}5x}$ beschrieben.

a.

Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer einer solchen Glühbirne zwischen 1 und 2 Jahren liegt.

b.

Berechne, wie viel Prozent dieser Glühlampen eine Lebensdauer von über 3 Jahren erreichen.

c.

Stelle die beiden Wahrscheinlichkeiten als Flächen unter dem Graphen der Dichtefunktion dar.

Lösungsvorschlag

ad a.

Für die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist das Integral der Wahrscheinlichekitsdichtefunktion zwischen 1 und 2 zu ermitteln.

$$\int_1^2 \left(0.5 \cdot e^{-0.5 \cdot x}\right) dx \blacktriangleright 0.238651$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine Lebensdauer zwischen einem und zwei Jahren liegt bei **23,87 Prozent.**

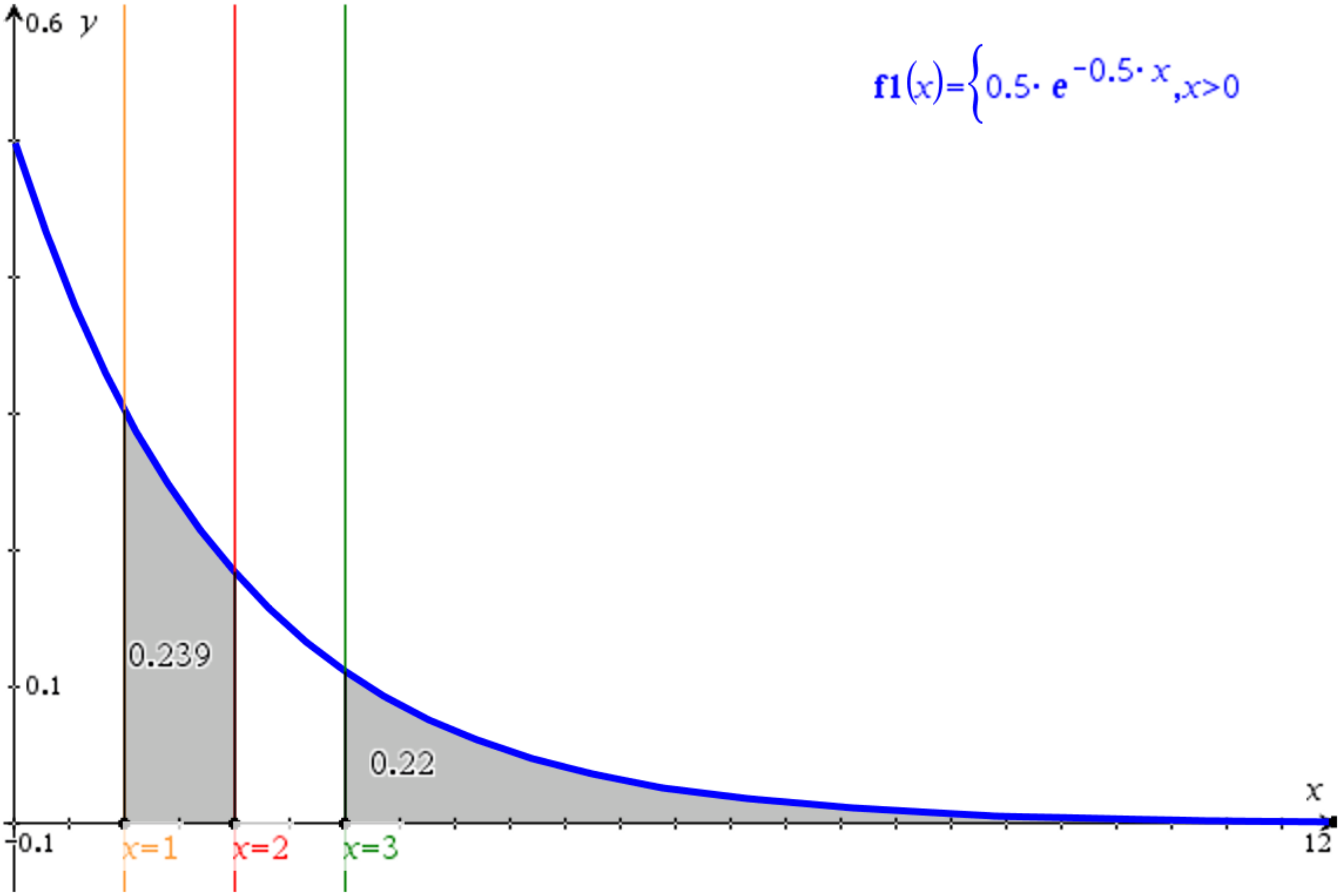
ad b.

Hier wird mittels der Gegenwahrscheinlichkeit oder einem uneigentlichen Integral gearbeitet.

$$1-\int_0^3 \left(0.5 \cdot e^{-0.5 \cdot x}\right) dx \blacktriangleright 0.22313$$

$$\int_{3}^{\infty}\left(0.5\cdot e^{-0.5\cdot x}\right)dx \blacktriangleright 0.22313$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine Lebensdauer über drei Jahren liegt bei **22,31 Prozent.**


0.6
y
$f1(x)=\{0.5\cdot e^{-0.5\cdot x}, x>0$
0.239
0.1
0.22
x
-0.1
x=1
x=2
x=3
12