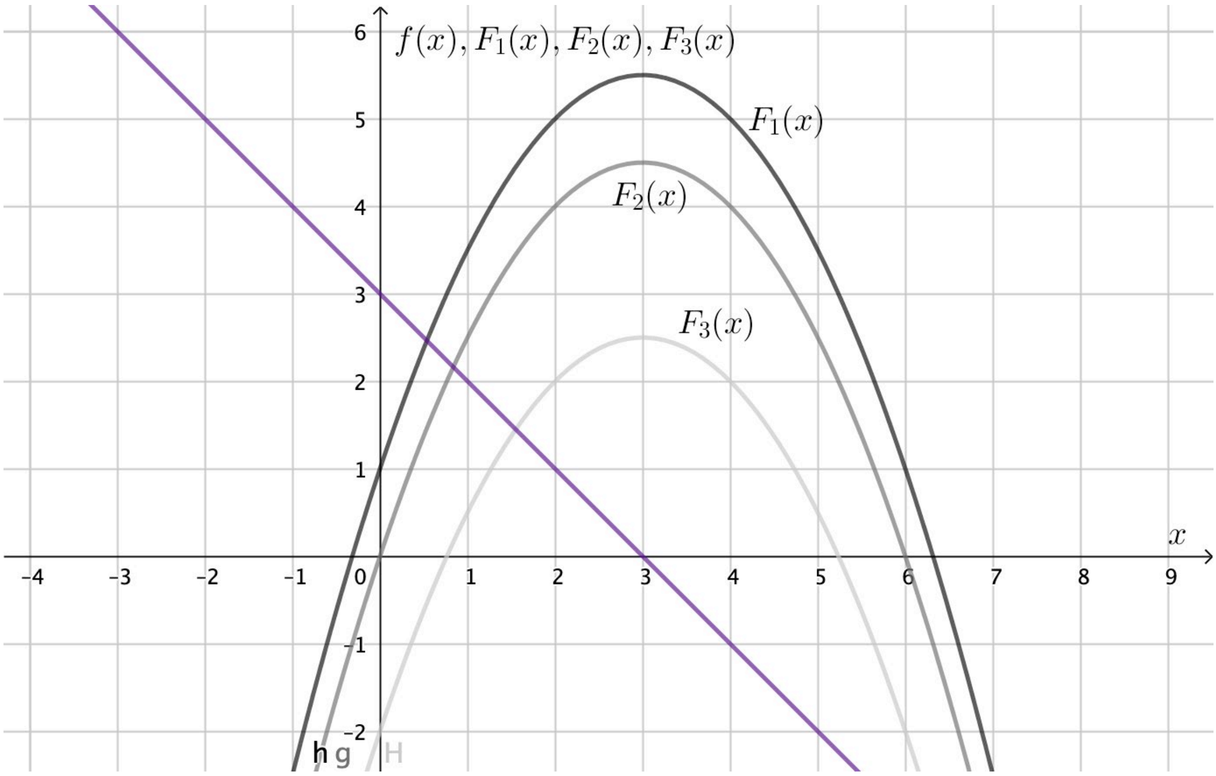
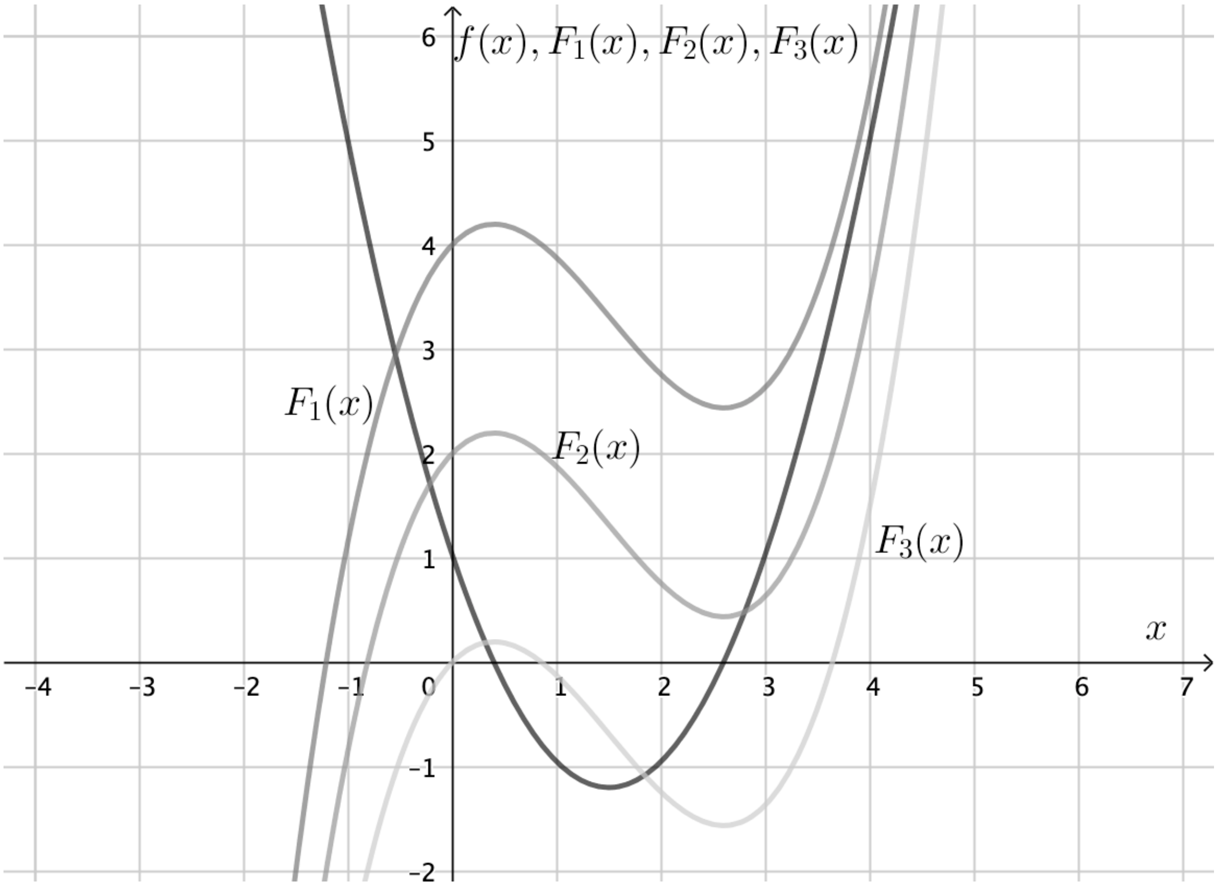
LÖSUNG ZU 58:

a) Wir erkennen, dass f eine lineare Funktion ist. Daher müssen die Stammfunktionen von f quadratische Funktionen sein. An der Stelle $x = 3$ hat f eine Nullstelle. Dies ist eine lokale Maximumstelle von F, da f im Intervall $(-\infty; 3)$ positive und im Intervall $(3; \infty)$ negative Funktionswerte hat und F somit im Intervall $(-\infty; 3]$ streng monoton steigend und im Intervall $[3; \infty)$ streng monoton fallend ist. Damit können wir verschiedene Graphen skizzieren, indem wir diese noch entlang der y-Achse verschieben. Eine andere Möglichkeit wäre, die lineare Funktion f aufzustellen, da wir erkennen, dass die Gerade durch die Punkte $(0; 3)$ und $(3; 0)$ verläuft und somit $f(x) = -x + 3$ gelten muss. Somit gilt $F(x) = -\frac{x^2}{2} + 3 \cdot x + c$ mit $c \in \mathbb{R}$.



b) Wir erkennen, dass f eine quadratische Funktion ist. Daher müssen die Stammfunktionen jeweils Polynomfunktionen 3. Grades sein. Da f bis zur ersten Nullstelle positive Funktionswerte hat, muss F bis zu dieser Stelle streng monoton steigend sein. In dem Intervall zwischen den Nullstellen muss F streng monoton fallend und danach wieder streng monoton steigend sein. Daher wird die erste Nullstelle von f zu einer lokalen Maximumstelle und die zweite Nullstelle zu einer lokalen Minimumstelle, die lokale Extremstelle von f wird zu einer Wendestelle. Damit können wir verschiedene Graphen skizzieren, indem wir diese noch entlang der y-Achse verschieben.


$f(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x)$
$F_1(x)$
$F_2(x)$
$F_3(x)$
x
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
6
5
4
3
2
1
-1
-2