

Selbstkontrolle – Abschnitt J – durchgerechnete Lösungen

DI 1121 Kreuze die Zufallsexperimente an.

Lottoziehung	☐
Ziehen einer Kugel aus einer Schachtel, wenn man in die Schachtel schaut.	☐
Das Wählen von Lisa in die Völkerball-Mannschaft.	☐
Blindes Ziehen einer Kugel aus einer Schachtel.	☐
Ziehen einer Spielkarte aus einem gemischten Kartendeck.	☐

Aussage	Zufallsexperiment?	Begründung
Lottoziehung	✓ ja	Ausgang ist nicht vorhersagbar, beliebig wiederholbar
Kugel ziehen, wenn man in die Schachtel schaut	✗ nein	Man kann gezielt ziehen → Ergebnis nicht vom Zufall abhängig
Das Wählen von Lisa in die Völkerball-Mannschaft	✗ nein	Eine bewusste Entscheidung, kein Zufall
Blindes Ziehen einer Kugel	✓ ja	Ergebnis nicht vorhersagbar
Spielkarte aus gemischtem Kartendeck ziehen	✓ ja	Ergebnis nicht vorhersagbar

DI 1122 Ein zwölfseitiger Würfel wird einmal geworfen.

- a) Gib die Ergebnismenge an. $\Omega = \{ \quad \quad \quad \}$
- b) Es wird das Ereignis „Die Augenzahl ist ein Vielfaches von drei“ betrachtet.
Gib die Ergebnismenge an. $E = \quad \quad \quad$

a) Ergebnismenge:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$

b) Ereignis „Vielfaches von drei“:

$$E = \{3; 6; 9; 12\}$$

DI 1123 Kreuze die sicheren Ereignisse an.

Auf einen Sonntag folgt ein Montag.	☐
Man zieht eine blaue Kugel aus einer Schachtel, in der nur weiße Kugeln sind.	☐
Man zieht eine rote oder eine schwarze Kugel aus einer Schachtel, in der nur rote und schwarze Kugeln sind.	☐
Wirft man eine Münze, dann fällt diese immer auf die Seite mit Kopf.	☐
Bei der Lottoziehung kommt immer die Zahl 45.	☐

Aussage	Sicher?
Auf einen Sonntag folgt ein Montag.	✓ ja (tritt immer ein)
Blaue Kugel aus Schachtel mit nur weißen Kugeln.	✗ nein (unmögliches Ereignis)
Rote oder schwarze Kugel aus Schachtel mit nur roten und schwarzen Kugeln.	✓ ja (tritt immer ein)
Münze fällt immer auf Kopf.	✗ nein (auch Zahl möglich)
Bei der Lottoziehung kommt immer die Zahl 45.	✗ nein (andere Zahlen möglich)

DI 1124 Simona dreht das abgebildete Glücksrad einmal. Der Zeiger bleibt in genau einem Feld stehen.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse.

- i) Das Feld ist blau.
- ii) Die Zahl auf dem Feld ist durch drei teilbar.
- iii) Die Zahl auf dem Feld ist höchstens fünf.



Jedes Feld hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{12}$.

i) Das Feld ist blau.

Blaue Felder: 4, 8, 11 → 3 Felder

$$P(\text{blau}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25 \%$$

ii) Die Zahl ist durch drei teilbar.

Günstige Felder: 3, 6, 9, 12 → 4 Felder

$$P(\text{Zahl durch drei teilbar}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \approx 33,3 \%$$

iii) Die Zahl ist höchstens fünf.

Günstige Felder: 1, 2, 3, 4, 5 → 5 Felder

$$P(\text{Zahl ist höchstens 5}) = \frac{5}{12} \approx 41,7 \%$$

o, DI

1125

In einer Schachtel befinden sich Kugeln, die mit 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 und 16 beschriftet sind. Clara zieht zufällig eine Kugel. Berechne die Wahrscheinlichkeit für das angegebene Ereignis.

- a) Clara zieht die Kugel mit der Ziffer 8.
- b) Clara zieht eine Zahl über 8.
- c) Clara zieht eine Kugel mit einer geraden Zahl.
- d) Clara zieht eine Kugel mit einer ungeraden Zahl.

Jede Kugel hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{8}$.

a) Kugel mit der Ziffer 8:

$$P(\text{Ziffer 8}) = \frac{1}{8} = 12,5 \%$$

b) Zahl über 8 (10, 12, 14, 16 → 4 Kugeln):

$$P(\text{Zahl über 8}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 50 \%$$

c) Gerade Zahl (alle 8 Kugeln sind gerade):

$$P(\text{gerade Zahl}) = \frac{8}{8} = 1 = 100 \% \text{ (sicheres Ereignis)}$$

d) Ungerade Zahl (keine ungerade Kugel vorhanden):

$$P(\text{ungerade Zahl}) = \frac{0}{8} = 0 = 0 \% \text{ (unmögliches Ereignis)}$$

DI

1126

In einer Schachtel befinden sich Kugeln, die mit 98, 99, 100, 101, 102, 103 und 104 beschriftet sind. Jemand zieht zufällig eine Kugel und betrachtet die Zahl. Ordne den Ereignissen die jeweils passende Wahrscheinlichkeit zu.

Die Zahl ist durch zwei teilbar.	
Die Zahl hat die Hunderterstelle 1.	
Die Zahl ist ungerade.	
Die Zahl ist höchstens 99.	

A	$\frac{5}{7}$
B	$\frac{1}{7}$
C	$\frac{4}{7}$
D	$\frac{6}{7}$
E	$\frac{2}{7}$
F	$\frac{3}{7}$

Ereignis	Günstige Zahlen	Anzahl	Wahrscheinlichkeit	Buchstabe
Die Zahl ist durch zwei teilbar.	98, 100, 102, 104	4	"4/7"	C
Die Zahl hat die Hunderterstelle 1.	100, 101, 102, 103, 104	5	"5/7"	A
Die Zahl ist ungerade.	99, 101, 103	3	"3/7"	C
Die Zahl ist höchstens 99.	98, 99	2	"2/7"	E

o, DI, V

1127

Ein sechsseitiger Würfel wird 100-mal geworfen. Dabei tritt die Zahl 6 genau 18-mal auf.

- Berechne die relative Häufigkeit für das Auftreten der Zahl 6.
- Berechne nach Laplace die Wahrscheinlichkeit, dass beim einmaligen Werfen des Würfels die Augenzahl 6 auftritt. Vergleiche die relative Häufigkeit mit der berechneten Wahrscheinlichkeit.
- Begründe, warum das Werfen eines sechsseitigen Würfels ein Laplace-Experiment ist.

a) Relative Häufigkeit für die Zahl 6:

$$h = \frac{18}{100} = 0,18 = 18 \%$$

b) Laplace-Wahrscheinlichkeit für eine 6:

$$P(6) = \frac{1}{6} \approx 0,167 = 16,7 \%$$

Die relative Häufigkeit (18 %) liegt etwas über der (theoretischen) Wahrscheinlichkeit ($\approx 16,7 \%$). Bei nur 100 Würfeln schwankt die relative Häufigkeit um den theoretischen Wert; erst bei sehr vielen Würfeln nähert sie sich $\frac{1}{6}$ an.

c) Das Werfen eines fairen Würfels hat endlich viele Ergebnisse (1 bis 6), und alle Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich (keine Seite wird bevorzugt). Daher handelt es sich um ein Laplace-Experiment.

DI

1128

Herbert spielt regelmäßig an einem bestimmten Spielautomaten und hat sich notiert, dass er nach 200 Spielen nur 50-mal gewonnen hat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er beim nächsten Spiel an diesem Automaten gewinnt? Kreuze die beiden zutreffenden Wahrscheinlichkeiten an.

$\frac{3}{4}$	0,25	0,75	0,025	$\frac{50}{200}$
☐	☐	☐	☐	☐

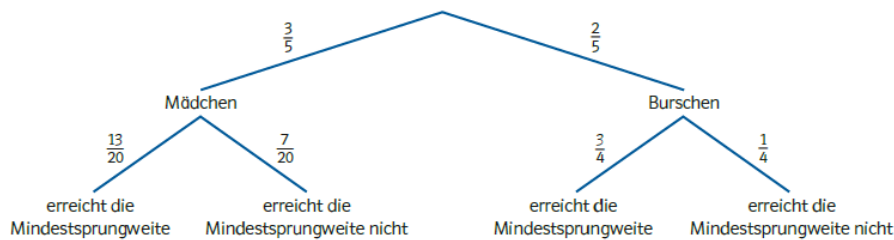
Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn wird über die relative Häufigkeit geschätzt:

$$h = \frac{50}{200} = 0,25 = 25 \%$$

$\frac{3}{4}$	0,25	0,75	0,025	$\frac{50}{200}$
☐	☒	☐	☐	☒

DI 1129

In eine Schule gehen Mädchen und Burschen, die an einem Weitsprungwettbewerb teilnehmen und dabei die Mindestsprungweite erreichen bzw. nicht erreichen. Der Sachverhalt ist in einem Baumdiagramm dargestellt.



- a) Wie groß ist unter allen Schülerinnen und Schülern die relative Häufigkeit der Mädchen, die die Mindestsprungweite erreichen?
- b) Wie groß ist unter allen Schülerinnen und Schülern die relative Häufigkeit der Burschen, die die Mindestsprungweite nicht erreichen?

a) Mädchen, die die Mindestsprungweite erreichen:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{13}{20} = \frac{39}{100} = 39\%$$

39% der Jugendlichen sind Mädchen, die die Mindestsprungweite erreichen.

b) Burschen, die die Mindestsprungweite nicht erreichen:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 10\%$$

10% der Jugendlichen sind Burschen, die die Mindestsprungweite nicht erreichen.

c) Jugendliche, die die Mindestsprungweite erreichen:

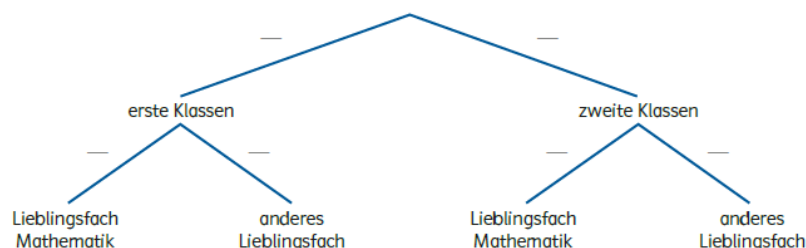
$$\underbrace{\frac{3}{5} \cdot \frac{13}{20}}_{\text{Mädchen}} + \underbrace{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}}_{\text{Burschen}} = \frac{39}{100} + \frac{30}{100} = \frac{69}{100} = 69\%$$

69 % der Jugendlichen erreichen die Mindestsprungweite.

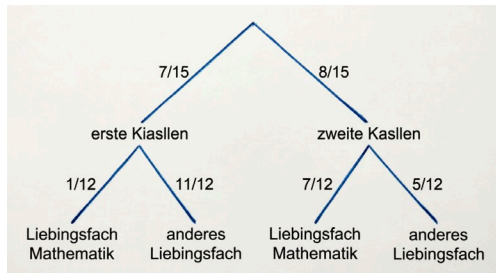
1130

Die Schulkinder der ersten und zweiten Klassen einer Schule werden nach ihren bevorzugten Schulfächern befragt. Die relative Häufigkeit der Schulkinder in den ersten Klassen beträgt $\frac{7}{15}$. Die relative Häufigkeit der Schulkinder in den ersten Klassen, die Mathematik als Lieblingsfach angeben ist $\frac{1}{12}$. Die relative Häufigkeit der Schulkinder in den zweiten Klassen, die ein anderes Lieblingsfach außer Mathematik angeben, ist $\frac{5}{12}$.

- a) Ergänze das Baumdiagramm mit den entsprechenden relativen Häufigkeiten.



- b) Wie groß ist die relative Häufigkeit der Schulkinder in den zweiten Klassen, die Mathematik als Lieblingsfach haben?
- c) Wie groß ist die relative Häufigkeit der Schulkinder in den ersten Klassen, die Mathematik nicht als Lieblingsfach haben?
- d) Berechne die relative Häufigkeit aller Schulkinder in den ersten und zweiten Klassen, die Mathematik nicht als Lieblingsfach angeben.
- e) Deute den Ausdruck $\frac{7}{15} \cdot \frac{1}{12} + \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{12}$ im gegebenen Sachzusammenhang.



a)

1. Stufe:

$$\text{erste Klassen: } \frac{7}{15}$$

$$\text{zweite Klassen: } 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$$

2. Stufe (erste Klassen):

$$\text{Lieblingsfach Mathematik: } \frac{1}{12}$$

$$\text{anderes Lieblingsfach: } 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

2. Stufe (zweite Klassen):

$$\text{anderes Lieblingsfach: } \frac{5}{12}$$

$$\text{Lieblingsfach Mathematik: } 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

b) $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12} \approx 58,3\%$

c) $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \approx 91,7\%$

d) Summenregel über die beiden „anderes Lieblingsfach“-Pfade:

$$\frac{7}{15} \cdot \frac{11}{12} + \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{12} = \frac{77}{180} + \frac{40}{180} = \frac{117}{180} = 0,65 = 65 \%$$

Die relative Häufigkeit aller Schulkinder in den ersten und zweiten Klassen, die Mathematik nicht als Lieblingsfach angeben, ist 65%.

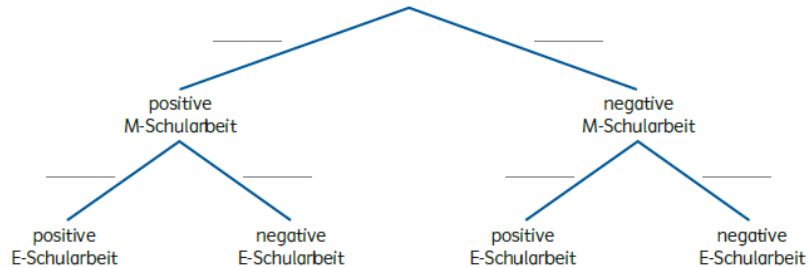
e) Der Ausdruck gibt die relative Häufigkeit aller Schulkinder der ersten und zweiten Klassen an, die Mathematik als Lieblingsfach angeben (Summe der beiden „Mathematik“-Pfade).

$$\left(\frac{7}{180} + \frac{56}{180} \right) = \frac{63}{180} = 0,35 = 35 \%$$

1131

Manfred bereitet sich auf zwei Schularbeiten vor. Die Wahrscheinlichkeit, dass er auf die Mathematikschularbeit eine positive Note bekommt, ist erfahrungsgemäß 80 %. Bei der Englischschularbeit erreicht Manfred mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 % eine positive Leistung.

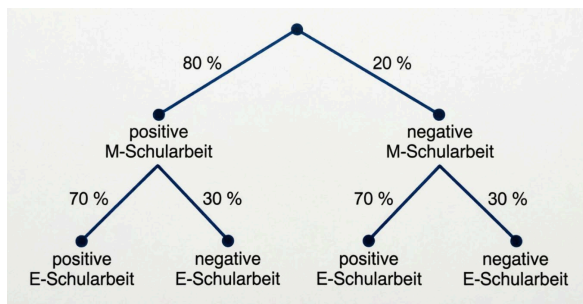
a) Ergänze das Baumdiagramm mit den passenden Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.



b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sowohl die Mathematik- als auch die Englischschularbeit positiv sind.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Mathematikschularbeit positiv ist, die Englischschularbeit jedoch negativ.

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine Schularbeit positiv ist?



a)

1. Stufe:

positive M-Schularbeit: 80 % = 0,8

negative M-Schularbeit: 20 % = 0,2

2. Stufe (beide Äste):

positive E-Schularbeit: 70 % = 0,7

negative E-Schularbeit: 30 % = 0,3

b) $P(\text{beide Schularbeiten sind positiv}) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56 = 56\%$

c) $P(\text{Mathematik positiv und Englisch negativ}) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24 = 24\%$

d) Es kann M positiv sein und E negativ ODER M negativ und E positiv:

$$P(\text{genau eine Schularbeit ist positiv}) = \underbrace{0,8 \cdot 0,3}_{\text{M positiv und E negativ}} + \underbrace{0,2 \cdot 0,7}_{\text{M negativ und E positiv}} = 0,24 + 0,14 = 0,38 = 38 \%$$