

## Axiome von Peano und Kolmogorow

### Die Peano-Axiome

Die Natürliche Zahlen scheinen uns so natürlich und klar und einsichtig und selbstverständlich, dass sie keiner Ableitung aus Axiomen bedürfen – könnte man meinen.

Doch auch die Menge der natürlichen Zahlen kann man aus fünf Axiomen ableiten. Diese Axiome wurden 1889 vom italienischen Mathematiker Giuseppe Peano formuliert:

- 1) 0 ist eine natürliche Zahl.
- 2) Jede natürlich Zahl  $n$  hat eine natürlich Zahl  $n'$  als Nachfolger.
- 3) 0 ist kein Nachfolger einer natürlichen Zahl.
- 4) Natürliche Zahlen mit gleichem Nachfolger sind gleich.
- 5) Enthält eine Menge  $X$  die Zahl 0 und mit jeder natürlichen Zahl  $n$  auch deren Nachfolger  $n'$ , so bilden die natürlichen Zahlen eine Teilmenge von  $X$ .

### nützliche Links:

- The SimpleMath erklärt die Peano-Axiome: [https://www.youtube.com/watch?v=an34mviy\\_jE](https://www.youtube.com/watch?v=an34mviy_jE)
- Dreiste Mathematiker\*innen ignorieren eines der Peano-Axiome: <https://www.youtube.com/watch?v=qRZktCc0E2c&t=5s>
- Christian Spannagel erklärt ausführlich die Peano-Axiome:  
Teil 1: [https://www.youtube.com/watch?v=73ZxJ\\_NIXUY&t=108s](https://www.youtube.com/watch?v=73ZxJ_NIXUY&t=108s)  
Teil 2: <https://www.youtube.com/watch?v=65ns5w-gWsl&t=552s>



## Axiome von Peano und Kolmogorow

### Die Axiome von Kolmogorow

Betrachten wir einmal in aller Kürze, wie wir die Laplace-Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses „definieren“: Wir dividieren die Anzahl der günstigen Elementarereignisse durch die Anzahl der möglichen Elementarereignisse.

Allerdings gilt das nur, wenn alle Elementarereignisse gleichwahrscheinlich sind.

Und da ist es schon passiert! Ist es dir aufgefallen? In dieser „Definition“ kommt das Wörtchen „wahrscheinlich“ vor und das ist aber genau der Begriff, den wir definieren wollen. Eine solche Definition ergibt natürlich wenig Sinn. Das wäre ja genauso, wie wenn man die Farbe „weiß“ dadurch definiert, indem man sagt: Weiß ist alles, was weiß ist.

Der russische Mathematiker Andrei Kolmogorow hat die Wahrscheinlichkeitstheorie auf ein solides Fundament aus 3 Axiomen gestellt:

Hier eine etwas vereinfachte Version der Kolmogorow-Axiome:

- 1) Für jedes Ereignis  $A$  ist die Wahrscheinlichkeit von  $A$  eine reelle Zahl zwischen 0 und 1:  $0 \leq P(A) \leq 1$ .
- 2) Das sichere Ereignis  $\Omega$  hat die Wahrscheinlichkeit 1:  $P(\Omega) = 1$ .
- 3) Die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei unvereinbaren Ereignissen entweder das eine oder das andere eintritt, ist gleich der Summe der beiden Wahrscheinlichkeiten:  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , falls  $A \cap B = \emptyset$

