

LÖSUNG ZU 11:

a)  $x^6 - 1 = 0$  /Anwendung der binomischen Formel  
 $(x^3 - 1)(x^3 + 1) = 0$  /Anwendung der Horner'schen Regel

$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$  /Anwendung des Produkt-Null-Satzes  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x - 1 = 0 \quad x^2 + x + 1 = 0$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x = 1$  Anwendung der kleinen Lösungsformel: keine Lösung in  $\mathbb{R}$

$x^3 + 1 = (x^3 - (-1)^3) = (x - (-1))(x^2 - x + 1)$  /Anwendung des Produkt-Null-Satzes  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x + 1 = 0 \quad x^2 - x + 1 = 0$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x = -1$  Anwendung der kleinen Lösungsformel: keine Lösung in  $\mathbb{R}$

$L = \{-1; 1\}$

b)  $x^6 - 64 = 0$  /Anwendung der binomischen Formel  
 $(x^3 - 8)(x^3 + 8) = 0$  /Anwendung der Horner'schen Regel

$x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$  /Anwendung des Produkt-Null-Satzes  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x - 2 = 0 \quad x^2 + 2x + 4 = 0$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x = 2$  Anwendung der kleinen Lösungsformel: keine Lösung in  $\mathbb{R}$

$x^3 + 2^3 = (x^3 - (-2)^3) = (x - (-2))(x^2 - 2x + 4)$  /Anwendung des Produkt-Null-Satzes  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x + 2 = 0 \quad x^2 - 2x + 4 = 0$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x = -2$  Anwendung der kleinen Lösungsformel: keine Lösung in  $\mathbb{R}$

$L = \{-2; 2\}$

c)  $x^6 - 729 = 0$  /Anwendung der binomischen Formel  
 $(x^3 - 27)(x^3 + 27) = 0$  /Anwendung der Horner'schen Regel

$x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$  /Anwendung des Produkt-Null-Satzes  
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x - 3 = 0 \quad x^2 + 3x + 9 = 0$   
 $\downarrow \quad \downarrow$   
 $x = 3$  Anwendung der kleinen Lösungsformel: keine Lösung in  $\mathbb{R}$



$$x^3 + 3^3 = (x^3 - (-3)^3) = (x - (-3)) (x^2 - 3x + 9) \quad /\text{Anwendung des Produkt-Null-Satzes}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x + 3 = 0 & & x^2 - 3x + 9 = 0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ x = -3 & & \downarrow \end{array}$$

Anwendung der kleinen Lösungsformel: keine Lösung in  $\mathbb{R}$

$$L = \{-3; 3\}$$

d)  $x^6 - 4096 = 0$  /Anwendung der binomischen Formel

$$(x^3 - 64) (x^3 + 64) = 0 \quad /\text{Anwendung der Horner'schen Regel}$$

$$x^3 - 4^3 = (x - 4) (x^2 + 4x + 16) \quad /\text{Anwendung des Produkt-Null-Satzes}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x - 4 = 0 & & x^2 + 4x + 16 = 0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ x = 4 & & \text{Anwendung der kleinen Lösungsformel: keine Lösung in } \mathbb{R} \end{array}$$

$$x^3 + 4^3 = (x^3 - (-4)^3) = (x - (-4)) (x^2 - 4x + 16) \quad /\text{Anwendung des Produkt-Null-Satzes}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x + 4 = 0 & & x^2 - 4x + 16 = 0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ x = -4 & & \downarrow \end{array}$$

Anwendung der kleinen Lösungsformel: keine Lösung in  $\mathbb{R}$

$$L = \{-4; 4\}$$

