Ich kann die Matrizenrechnung auf wirtschaftliche Aufgabenstellungen anwenden und Gozintographen deuten.

A, B **1** Aus drei Rohstoffen R1, R2 und R3 werden zunächst die beiden Zwischenprodukte Z1 und Z2 hergestellt. Die entsprechende Bedarfsmatrix ist RZ. Aus den Zwischenprodukten werden dann vier Endprodukte (E1, E2, E3, E4) gefertigt. Die zugehörige Bedarfsmatrix ist ZE.

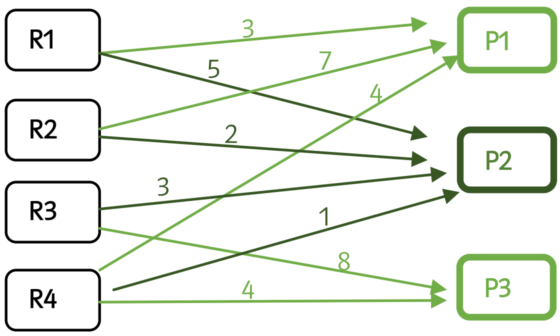
$$RZ = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad ZE = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 & 4 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a. Stelle den gesamten Produktionsprozess in durch Gozintographen dar.

b. Eine Bestellung erfordert die Produktion von 210 Mengeneinheiten (ME) von E1, 105 ME von E2, 80 ME von E3 und 140 ME von E4. Stelle den Nachfragevektor auf und berechne den Bedarf an den einzelnen Rohstoffen, damit diese Nachfrage erfüllt werden kann.

c. Eine Mengeneinheit von R1 kostet 1,4€, von R2 1,2€ und von R3 0,75€. Berechne mithilfe der Matrizenrechnung die Gesamtkosten für die Bestellung.

A, B **2** Für die Herstellung von drei Produkten P1, P2 und P3 werden 4 Rohstoffe R1, R2, R3 und R4 benötigt. Die erforderlichen Mengen sind in einem Gozintographen dargestellt.



a. Stelle die Bedarfsmatrix B auf.

b. Das Unternehmen erhält einen Auftrag über 24 Stück P1, 33 Stück P2 und 54 Stück P3. Im Lager sind noch 110 ME von R1, 240 ME von R2, 120 ME von R3 und 500 ME von R4 vorhanden.

I. Stelle den Nachfragevektor N auf.

II. Berechne mithilfe der Bedarfsmatrix B und dem Nachfragevektor N, ob die Bestellung mit dem vorhandenen Lagerbestand erfüllt werden kann. Falls nicht, gib an, welche Mengeneinheiten von den einzelnen Rohstoffen zugekauft werden müssen.

Autorin: Bettina Ponleitner

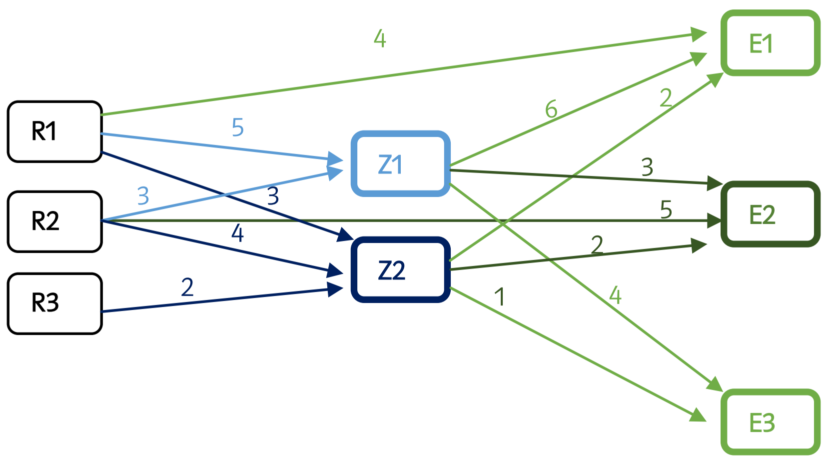
Ich kann die Matrizenrechnung auf wirtschaftliche Aufgabenstellungen anwenden und Gozintographen deuten.

A, B **3** In einem zweistufigen Produktionsprozess werden aus vier Rohstoffen R1, R2, R3 und R4 werden zunächst die drei Zwischenprodukte Z1, Z2 und Z3 hergestellt. Die entsprechende Bedarfsmatrix ist RZ. Aus den Zwischenprodukten werden dann zwei Endprodukte E1 und E2 gefertigt, dargestellt in der Matrix ZE.

$$RZ = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad ZE = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

a. Es besteht derzeit eine Nachfrage von 59 ME von E1 und 87 ME von E2. Berechne, welche Mengen von den einzelnen Rohstoffen benötigt werden, um die erforderlichen Mengen der Endprodukte zu erzeugen.
b. Berechne die Kosten für die einzelnen Rohstoffmengen sowie die Gesamtkosten, die bei der Produktion entstehen, wenn eine ME von R1 und R2 jeweils 4,50€, eine ME von R3 0,80€ und eine ME von R4 3,20€ kosten.

A, B, C **4** Ein zweistufiger Produktionsprozess ist durch einen Gozintographen gegeben. Dabei werden aus den drei Rohstoffen R1, R2, R3 zwei Zwischenprodukte (Z1, Z2) und dann drei Endprodukte (E1, E2, E3) erzeugt.



a. Stelle die Verflechtungsmatrix V auf.

b. Für den Markt besteht die Nachfrage an 300 Stück E1 und jeweils 280 Stück an E2 und E3. Zusätzlich sollen 250 Stück des Zwischenprodukts Z2 gefertigt werden und 370 Stück von R1 zur weiteren Verwendung gelagert werden.

I. Stelle den Nachfragevektor auf.

II. Berechne die Matrix $(E_8 - V)^{-1}$. (E_8 bezeichnet die 8. Einheitsmatrix.)

III. Berechne den Produktionsvektor und interpretiere seine Einträge.

Ich kann die Matrizenrechnung auf wirtschaftliche Aufgabenstellungen anwenden und Gozintographen deuten.

A, B, C **5** Von einem zweistufigen Produktionsprozess ist die Verflechtungsmatrix bekannt.

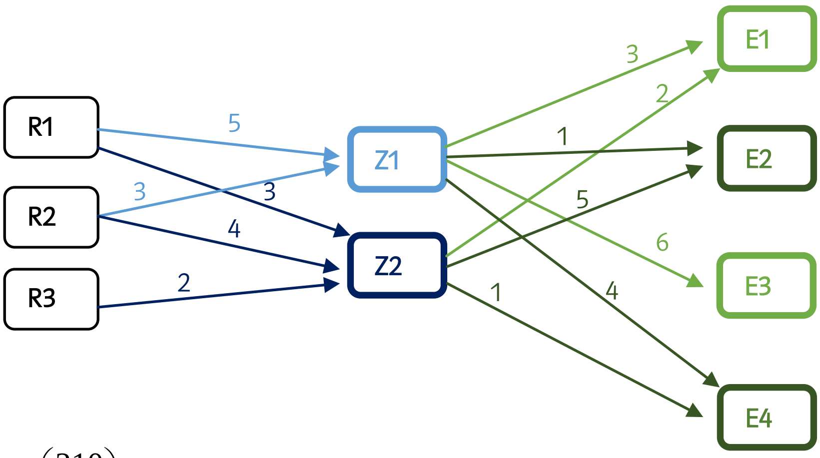
	R1	R2	R3	Z1	Z2	E1	E2
R1	0	0	0	5	3	4	0
R2	0	0	0	2	0	2	5
R3	0	0	0	4	2	0	1
Z1	0	0	0	0	0	4	5
Z2	0	0	0	0	0	3	3
E1	0	0	0	0	0	0	0
E2	0	0	0	0	0	0	0

a. Zeichne einen Gozintographen, der den gesamten Produktionsprozess darstellt.

b. Für den Markt besteht die Nachfrage an 590 Stück E1 und 370 Stück E2. Außerdem sollen 640 Stück des Zwischenprodukts Z2 gefertigt werden. Stelle den Nachfragevektor auf, berechne den Produktionsvektor und interpretiere seine Einträge.

Lösungen zu:
Ich kann die Matrizenrechnung auf wirtschaftliche Aufgabenstellungen anwenden und Gozintographen deuten.

1 a.



b. $N = \begin{pmatrix} 210 \\ 105 \\ 80 \\ 140 \end{pmatrix}$; Gesamtbedarf an den einzelnen Rohstoffen: $GB = RZ \cdot ZE \cdot N = \begin{pmatrix} 12130 \\ 6115 \\ 2170 \end{pmatrix}$

c. $K = \begin{pmatrix} 1,4 & 1,2 & 0,75 \end{pmatrix}$; Gesamtkosten für die Bestellung: $K \cdot GB = 25947,50€$

2 a. $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 7 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 8 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

b. I) $N = \begin{pmatrix} 24 \\ 33 \\ 54 \end{pmatrix}$

II) Gesamtbedarf an Rohstoffen: $GB = B \cdot N = \begin{pmatrix} 237 \\ 234 \\ 531 \\ 345 \end{pmatrix}$

Lagerbestand: $L = \begin{pmatrix} 110 \\ 240 \\ 120 \\ 500 \end{pmatrix}$

Prüfen, ob der Lagerbestand für die Produktion ausreicht: $L - GB = \begin{pmatrix} -127 \\ 6 \\ -411 \\ 155 \end{pmatrix}$

Die negativen Einträge bedeuten, dass von R1 und R3 zu wenig Mengeneinheiten auf Lager sind. Es müssen daher 127 ME von R1 und 411 ME von R3 bestellt werden, damit die bestellten Produkte hergestellt werden können.

Lösungen zu:
Ich kann die Matrizenrechnung auf wirtschaftliche Aufgabenstellungen anwenden und Gozintographen deuten.

3 a. Gesamtbedarf an den einzelnen Rohstoffen: $GB = RZ \cdot ZE \cdot N = \begin{pmatrix} 4172 \\ 3274 \\ 1199 \\ 2513 \end{pmatrix}$

b. $K = \begin{pmatrix} 4{,}5 & 4{,}5 & 0{,}8 & 3{,}2 \end{pmatrix}$
Gesamtkosten: $K \cdot GB = 42507{,}80€$

4 a. Verflechtungsmatrix V:

	R1	R2	R3	Z1	Z2	E1	E2	E3
R1	0	0	0	5	3	4	0	0
R2	0	0	0	3	4	0	5	0
R3	0	0	0	0	2	0	0	0
Z1	0	0	0	0	0	6	3	4
Z2	0	0	0	0	0	2	2	1
E1	0	0	0	0	0	0	0	0
E2	0	0	0	0	0	0	0	0
E3	0	0	0	0	0	0	0	0

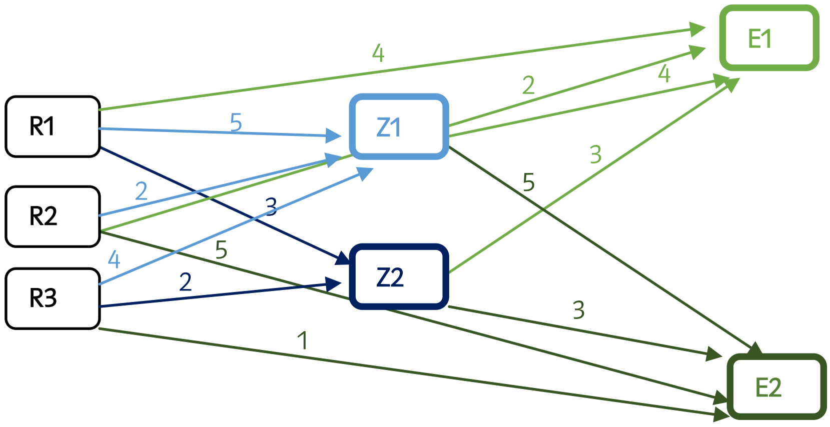
b. I. $N = \begin{pmatrix} 370 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 250 \\ 300 \\ 280 \\ 280 \end{pmatrix}$ II. $(E_8 - V)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & 3 & 40 & 21 & 23 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 4 & 26 & 22 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 4 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ III. $P = (E_8 - V)^{-1} \cdot N = \begin{pmatrix} 25440 \\ 19440 \\ 3380 \\ 3760 \\ 1690 \\ 300 \\ 280 \\ 280 \end{pmatrix}$

Das heißt, es werden 25440 Stück des Rohstoffes R1, 19440 Stück von R2 und 3380 Stück von R3 benötigt. Daraus werden 3760 Stück des Zwischenproduktes Z1 und 1690 Stück des Zwischenproduktes Z2 gefertigt. Insgesamt werden dann 300 Stück vom Endprodukt E1 und jeweils 280 Stück von den Endprodukten E2 und E3 hergestellt.

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann die Matrizenrechnung auf wirtschaftliche Aufgabenstellungen anwenden und Gozintographen deuten.

5 a.



b. I. $$N = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 640 \\ 590 \\ 370 \end{pmatrix}$$

II. $$(E_7 - V)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & 3 & 33 & 34 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 10 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 2 & 22 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

III. $$P = (E_7 - V)^{-1} \cdot N = \begin{pmatrix} 33970 \\ 11450 \\ 24250 \\ 4210 \\ 3520 \\ 590 \\ 370 \end{pmatrix}$$

Das heißt, es werden 33970 Stück des Rohstoffes R1, 11450 Stück von R2 und 24250 Stück von R3 benötigt. Daraus werden 4210 Stück des Zwischenproduktes Z1 und 3520 Stück des Zwischenproduktes Z2 gefertigt. Insgesamt werden dann 590 Stück vom Endprodukt E1 und 370 Stück von E2 hergestellt.