



Thema: <b>Lösungen- Funktionen aus der Wirtschaft</b>		Grundkompetenz: AN 1.3
Name:	Schwierigkeitsgrad: <b>mittel</b>	Klasse:

Die Gesamtkosten bei der Produktion von  $x$  Mengeneinheiten (ME) einer Ware lassen sich durch die Kostenfunktion  $K$  mit  $K(x) = 2x^3 - 2x^2 + 12x + 90$  modellieren.

Eine Mengeneinheit der Ware wird für 61 Geldeinheiten (GE) im Handel verkauft.

- a) Gib die Fixkosten an und stelle die Erlösfunktion  $E$  und die Gewinnfunktion  $G$  auf.

Die Fixkosten betragen 90 GE.

$$E(x) = 61x$$

$$G(x) = E(x) - K(x) = 61x - 2x^3 + 2x^2 - 12x - 90 = -2x^3 + 2x^2 + 49x - 90$$

- b) Bestimme den Gewinn bzw. Verlust, wenn fünf Mengeneinheiten der Ware verkauft werden.  
Gib die Anzahl der Mengeneinheiten an, bei denen der maximale Gewinn erzielt wird.

$$G(5) = -2 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 49 \cdot 5 - 90 = -45 \text{ GE}$$

Beim Verkauf von fünf ME der Ware wird ein Verlust von 45 GE gemacht.

$$G'(x) = -6x^2 + 4x + 49 \quad \rightarrow \quad G'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad -6x^2 + 4x + 49 = 0$$

$$(x_1 \approx -2,5) \quad x_2 \approx 3,2$$

Bei 3,2 ME wird der maximale Gewinn erzielt.

- c) Berechne den Break-even point und die Gewinngrenze.

$$G(x) = 0 \quad \rightarrow \quad -2x^3 + 2x^2 + 49x - 90 = 0 \quad \rightarrow \quad (x_1 \approx -5,3) \quad x_2 = 2 \quad x_3 \approx 4,3$$

Ab 2 ME wird ein Gewinn erzielt. Ab 4,3 ME rutscht man wieder in die Verlustzone.

- d) Gib die Stückkostenfunktion  $\bar{K}$  an und berechne das Betriebsoptimum.

$$\bar{K}(x) = \frac{K(x)}{x} = 2x^2 - 2x + 12 + \frac{90}{x}$$

$$\bar{K}'(x) = 4x - 2 - \frac{90}{x^2} \quad \rightarrow \quad 4x - 2 - \frac{90}{x^2} = 0 \quad \rightarrow \quad x = 3$$

Bei 3 ME liegt das Betriebsoptimum. Die Stückkosten sind hier am kleinsten.

