

Thema: Abstand zwischen zwei windschiefen Geraden		Grundkompetenz: --
Name:	Schwierigkeitsgrad: Mittel	Klasse:

Abstand zwischen zwei windschiefen Geraden

- 1) Definiere den Abstand zweier Geraden.

- 2) Ordne die Beispiele in der rechten Tabelle den Theorietexten in der linken Tabelle zu.

1	Aufgabe: Bestimme den Abstand zwischen den windschiefen Geraden g und h. $g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	A	
2	Taktik: Mit Hilfe der Richtungsvektoren von g und h bestimmt man einen Normalvektor der Ebene e, die g enthält und parallel zu h liegt. Der Abstand eines beliebigen Punktes P der Geraden h von e ist der gesuchte Abstand d.	B	$n = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ -10 \\ 10 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $e: 3x + 2y - 2z = -6$
3	Schritt 1: Man bestimmt den Normalvektor n und stellt die Hilfsebene e auf, die g enthält.	C	
4	Schritt 2: Nun wählt man einen Punkt P der Geraden h und bestimmt dessen Abstand von der Ebene e. (siehe Seite 200)	D	Der Abstand zwischen $P = (-1 6 -1)$ auf h und e beträgt $\sqrt{17}$

- 3) Bestimme den Abstand der beiden windschiefen Geraden.

a) $g: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $g: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$



Thema: Abstand zwischen zwei windschiefen Geraden Lösungen		Grundkompetenz: --
Name:	Schwierigkeitsgrad: Mittel	Klasse:

Abstand zwischen zwei windschiefen Geraden

- 1) Definiere den Abstand zweier Geraden.

Der Abstand zweier Geraden im \mathbb{R}^3 ist immer als der kleinste Abstand (= Normalabstand) zwischen diesen beiden Geraden definiert.

- 2) Ordne die Beispiele in der rechten Tabelle den Theorietexten in der linken Tabelle zu.

1	Aufgabe: Bestimme den Abstand zwischen den windschiefen Geraden g und h. $g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	C	A	
2	Taktik: Mit Hilfe der Richtungsvektoren von g und h bestimmt man einen Normalvektor der Ebene e, die g enthält und parallel zu h liegt. Der Abstand eines beliebigen Punktes P der Geraden h von e ist der gesuchte Abstand d.	A	B	$n = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ -10 \\ 10 \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $e: 3x + 2y - 2z = -6$
3	Schritt 1: Man bestimmt den Normalvektor n und stellt die Hilfsebene e auf, die g enthält.	B	C	
4	Schritt 2: Nun wählt man einen Punkt P der Geraden h und bestimmt dessen Abstand von der Ebene e. (siehe Seite 200)	D	D	Der Abstand zwischen $P = (-1 6 -1)$ auf h und e beträgt $\sqrt{17}$

- 3) Bestimme den Abstand der beiden windschiefen Geraden.

a) $g: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $g: X = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ $h: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

a) 3,54

b) 1

c) 4,02

d) 3

