Lösung Beispiel 352.)

a)

Aussage A: Gleichung (i) besitzt für $r = 0$ genau eine reelle Lösung.

$a \cdot x^2 + r = 0$ | $r = 0$

$a \cdot x^2 = 0$ | $: a$

$x^2 = 0 \quad \rightarrow x_{1,2} = 0$ → Die Aussage stimmt.

Aussage B: Gleichung (ii) besitzt für ein beliebiges h ($\neq 0$) genau zwei reelle Lösungen.

$a \cdot x^2 + h \cdot x = 0$ | x herausheben

$x \cdot (ax + h) = 0$ | Produkt-Null-Satz anwenden

↓ ↓

$x_1 = 0 \quad ax + h = 0$ | $- h$

↓

$ax = - h$ | $: a$

↓

$x_2 = - \frac{h}{a}$ → Die Aussage stimmt, da $h \neq 0$ und $a \neq 0$.

Aussage C: Gleichung (iii) besitzt für ein beliebiges r genau zwei reelle Lösungen.

Die Aussage stimmt nicht. Ist z.B. $r = 0$, so hat die Gleichung nur eine Lösung.

$(x – u)^2 = r$ | $r = 0$

$(x – u)^2 = 0$ | $\sqrt{}$

$x – u = 0$ | $+ u$

$x = u$ → Die Aussage stimmt nicht.

Aussage D: Gleichung (i) besitzt für $r > 0$ genau zwei reelle Lösungen. Die Aussage stimmt nicht.

$a \cdot x^2 + r = 0$ | $– r$

$a \cdot x^2 = - r$ | $: a$

$x^2 = - \frac{r}{a}$ | $\sqrt{}$

$x_{1,2} = \sqrt{- \frac{r}{a}}$ → $r > 0$ und falls $a > 0$, dann hat die Gleichung keine reelle Lösung.

Aussage E: Gleichung (iv) besitzt für $k > 0$ keine reelle Lösung.

$x^2 + ox + k = 0$ | kleine Lösungsformel anwenden $\quad p = o \quad k = q$

$$\boldsymbol{x_{1,2}} = -\frac{o}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{o}{2}\right)^2 - k}$$

Wenn die Gleichung keine reelle Lösung besitzt, so ist die Diskriminante negativ.

$D = \left(\frac{o}{2}\right)^2 - k < 0$ | $+ k$

$\frac{o^2}{2} < k$ → Die Aussage ist nicht in jedem Fall zutreffend, sondern hängt von o ab.

Lösung: A, B

b)

Die Gleichung $ax^2 + r = 0$ besitzt unter bestimmten Voraussetzungen zwei reelle Lösungen, die Gleichung x

$= \sqrt{-\frac{r}{a}}$ nur eine. Die Gleichungen sind also nicht äquivalent. Bei einer Äquivalenzumformung würde die Anzahl der Lösungen bzw. die Lösung selbst durch Rechenoperationen nicht verändert werden (z.B. addieren von 3 auf beiden Seiten). Quadratwurzelziehen ist keine Äquivalenzumformung.

c)

$a \cdot x^2 + h \cdot x = 0$ | x herausheben

$x \cdot (ax + h) = 0$ | Produkt-Null-Satz anwenden

↓ ↓

$x_1 = 0$ $ax + h = 0$ | - h

↓

$ax = -h$ | : a

↓

$x_2 = -\frac{h}{a}$

Bei Gleichungen dieser Form ist eine Lösung immer Null.

d)

$x^2 + ox + k = 0$

$(x - u)^2 = r \rightarrow x^2 - 2ux + u^2 = r$ | – r $\rightarrow x^2 - 2ux + u^2 - r = 0$

$o = -2u \leftrightarrow -\frac{o}{2} = u$

$k = u^2 - r \leftrightarrow k - u^2 = -r \leftrightarrow -k + u^2 = r$

$-k + (-\frac{o}{2})^2 = r \rightarrow -k + -\frac{o^2}{4} = r$