# Lösung Aufgabe 252

a)
Das Konfidenzintervall berechnet man nach der Formel

$$\left[h - z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}; h + z \cdot \sqrt{\frac{h \cdot (1-h)}{n}}\right]$$

Dabei ist
h = 0,22
n = 753
z = 1,96 (es handelt sich um ein 95 %-Konfidenzintervall)

Die Berechnung ergibt das Intervall [0,1904; 0,250].

Die Wahrscheinlichkeit, dass die zufällig gewählte Stichprobe auf ein Konfidenzintervall führt, in dem der Anteil der ÖVP-Wählerinnen und -Wähler von ganz Österreich liegt, ist 95 %.
Im konkreten Fall liegt das Wahlergebnis der ÖVP vom 29. September 2013 auch in dem angegebenen Intervall, obwohl sich das Intervall nur auf den 1. September bezieht.

Die Behauptung ist falsch, weil die Konfidenzintervalle von der Stichprobe abhängen, die gewählt wird. Es wäre ohne Weiteres möglich gewesen, dass die Grünen vor der FPÖ landen. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist nur sehr gering.

b)
Gemäß des beschriebenen Verfahrens bildet man Punkte mit den x- und y-Werten der angegebenen Gemeinden:
Schwaz: (18,7 / 18,5)
Gmunden: (34 / 30,5)
Nun legt man eine Gerade durch diese beiden Punkte, d. h. man sucht eine Funktion f der Form f(x) = kx + d, sodass gilt: f(18,7) = 18,5 und f(34) = 30,5.
Daraus ergeben sich die Gleichungen 18,5 = k·18,7 + d und 30,5 = k·34 + d. Dieses Gleichungssystem löst man mit einem der üblichen Verfahren oder mit Hilfe eines Computer Algebra Systems. Man erhält die Funktion f mit f(x) = 0,784·x + 3,83.
Die „Hochrechnung" für ganz Österreich ergibt sich als Funktionswert dieser Funktion an der Stelle 29,3: f(29,3) = 0,784·29,3 + 3,83 ≈ 26,8 %.

Für die Regressionsgerade R gilt die Gleichung y = k·x + d. Vertauschen von x und y liefert x = k·y + d. Nun formt man diese Gleichung auf y um und erhält $y = \frac{1}{k} \cdot x - \frac{d}{k}$. Dies ist die

Funktionsgleichung einer Geraden R*, bei der Wahlergebnisse von 2008 und 2013 vertauscht wurden. Die Steigung k* liest man ab und erhält $k^* = \frac{1}{k}$.

c)
Für den Steigungswinkel α einer Geraden gilt tan(α) = k.
Die Steigung der Geraden R ist 0,789, der Steigungswinkel also rund 38,27°.
Die Steigung der Geraden R* ist 0,803, der Steigungswinkel also rund 38,76°.
Der Winkel zwischen den Geraden ist die Differenz der beiden Steigungswinkeln und somit 38,76° - 38,27° ≈ 0,49°.

In der Angabe steht, dass der Unterschied zwischen den Steigungen der beiden Geraden R und R* ein Maß dafür ist, wie gut die Daten linear zusammenhängen. Da sich die Steigungswinkeln direkt aus den Steigungen ergeben, kann man sagen, dass der Unterschied zwischen den Steigungswinkeln ebenso ein Maß für die Güte des linearen Zusammenhangs ist.

Je kleiner der Winkel also ist, umso eher kann man davon ausgehen, dass die Daten linear zusammenhängen.