Thema: Diskretes beschränktes Wachstum		**Grundkompetenz:** AN-R 1.4
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** mittel	**Klasse:**

1. Ergänze die fehlenden Textlücken so, dass eine mathemtisch korrekte Aussage ensteht.
   Eine lineare Differenzengleichung der Form $y_{n+1} = a \cdot y_n + b$ mit _____(1)_____ und _____(2)_____ beschreibt ein diskretes beschränkes Wachstumsmodell.

(1)	
$a > 1$	☐
$a = 1$	☐
$0 < a < 1$	☐

(2)	
$b < 0$	☐
$b > 0$	☐
$b = 0$	☐

2. Die Bestandsgröße y_n beschreibt die Anzahl der Individuen einer Population nach n Jahren. Es gilt $y_0 = 120$. Die absolute Änderung von y_n zu y_{n+1} ist direkt propotional zu $(2000 – y_n)$ mit dem Proportionalitätsfaktor 3%.
   a) Gib die Wachstumsgrenze für die Bestandsentwicklung an.

   b) Wie wird der Term $(2000 – y_n)$ bezeichnet?

   c) Stelle eine lineare Differenzengleichung der Form $y_{n+1} = a \cdot y_n + b$ auf.

3. Bestimme für die lineare Differenzengleichung $y_{n+1} = 0{,}85 \cdot y_n + 20$ mit $y_0 = 3$ die Wachstumsgrenze W und stelle die Gleichung in der Form $y_{n+1} – y_n = k \cdot (W – y_n)$ dar.

4. In einem Waldbestand von 15000 Bäumen tritt ein Schädling auf, der jährlich 15% der noch nicht geschädigten Bäume befällt. Stelle eine lineare Differenzengleichung der Form $y_{n+1} = a \cdot y_n + b$ auf, die diesen Sachverhalt modelliert.

Thema: Diskretes beschränktes Wachstum - Lösungen		**Grundkompetenz:** AN-R 1.4
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** mittel	**Klasse:**

1. Ergänze die fehlenden Textlücken so, dass eine mathemtisch korrekte Aussage ensteht.
   Eine lineare Differenzengleichung der Form $y_{n+1} = a \cdot y_n + b$ mit _____(1)_____ und _____(2)_____ beschreibt ein diskretes beschränkes Wachstumsmodell.

(1)	
$a > 1$	☐
$a = 1$	☐
$0 < a < 1$	☒

(2)	
$b < 0$	☐
$b > 0$	☒
$b = 0$	☐

2. Die Bestandsgröße y_n beschreibt die Anzahl der Individuen einer Population nach n Jahren. Es gilt $y_0 = 120$. Die absolute Änderung von y_n zu y_{n+1} ist direkt propotional zu $(2000 – y_n)$ mit dem Proportionalitätsfaktor 3%.
   a) Gib die Wachstumsgrenze für die Bestandsentwicklung an.
   Die Wachstumsgrenze ist 2000.

   b) Wie wird der Term $(2000 – y_n)$ bezeichnet?
   Der Term wird als Freiraum bezeichnet.

   c) Stelle eine lineare Differenzengleichung der Form $y_{n+1} = a \cdot y_n + b$ auf.
   $y_{n+1} – y_n = 0{,}03 \cdot (2000 – y_n) = 60 – 0{,}03 \cdot y_n \quad |+ y_n$
   $y_{n+1} = 0{,}97 \cdot y_n + 60$

3. Bestimme für die lineare Differenzengleichung $y_{n+1} = 0{,}85 \cdot y_n + 20$ mit $y_0 = 3$ die Wachstumsgrenze W und stelle die Gleichung in der Form $y_{n+1} – y_n = k \cdot (W – y_n)$ dar.
   $W = \frac{b}{1-a} = \frac{20}{1-0{,}85} = \frac{400}{3}$ $\quad k = 1 – a = 0{,}15 \quad \rightarrow \quad y_{n+1} – y_n = 0{,}15 \cdot (\frac{400}{3} – y_n)$

4. In einem Waldbestand von 15000 Bäumen tritt ein Schädling auf, der jährlich 15% der noch nicht geschädigten Bäume befällt. Stelle eine lineare Differenzengleichung der Form $y_{n+1} = a \cdot y_n + b$ auf, die diesen Sachverhalt modelliert.
   y_n ... Anzahl der befallenen Bäume nach n Jahren
   $15000 – y_n$ ... Anzahl der nicht befallenen Bäume nach n Jahren

   $y_{n+1} – y_n = 0{,}15 \cdot (15000 – y_n) = 2250 – 0{,}15 \cdot y_n \quad |+ y_n$
   $y_{n+1} = 0{,}85 \cdot y_n + 2250$