Lösung Beispiel 1038.) a)

Um den Abstand von R zu g zu berechnen, muss eine zu g normale Gerade n, die durch den Punkt R geht, aufgestellt werden. Diese wird mit g geschnitten um den Schnittpunkt S zu erhalten. Die Länge des Vektors $\overrightarrow{RS}$ ist der gesuchte Abstand.

1. Aufstellen der Normalen n:

$$n: \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad n: x + 2y = 5$$

2. Schneiden von n und g um S zu berechnen:

$$\begin{array}{llll}
g: 2x - y = 5 & \Rightarrow & 2x - y = 5 & \\
n: x + 2y = 5 \quad | \cdot (-2) & \Rightarrow & \underline{-2x - 4y = -10} & \\
 & & -5y = -5 & \Rightarrow y = 1
\end{array}$$

Durch Einsetzen z.B. in die erste Gleichung erhält man $2 \cdot x - 1 = 5$ $\Rightarrow x = 3$

Der Punkt S besitzt die Koordinaten S = (3|1).

3. Berechnen der Länge des Vektors $\overrightarrow{RS}$:

$$\overrightarrow{RS} = S - R = \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix} \qquad \left|\overrightarrow{RS}\right| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} \approx 4{,}47$$

Der Normalabstand von R zu g ist ca. 4,47 Einheiten.