13 RECHNEN MIT WAHRSCHEINLICHKEITEN

W 13.01 Gib ein Beispiel für einen Zufallsversuch an, der aus mehreren Teilversuchen besteht! Was versteht man unter einem Ausgang dieses Versuchs? Wie kann man alle Ausgänge des Versuchs übersichtlich darstellen?

W 13.02 Erläutere das Ziehen aus einer Urne mit bzw. ohne Zurücklegen an einem selbstgewählten Beispiel! Zeichne Baumdiagramme!

W 13.03 Wie lautet die Multiplikationsregel für Versuchsausgänge?

W 13.04 Wie lautet die Additionsregel für Versuchsausgänge?

W 13.05 Wie lautet die Additionsregel für Ereignisse?

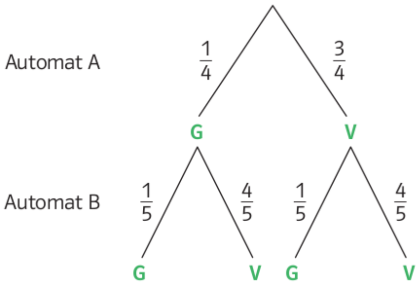
W 13.06 Begründe die Additionsregel für Ereignisse mit relativen Häufigkeiten!

W 13.07 Wie lautet die Multiplikationsregel für Ereignisse?

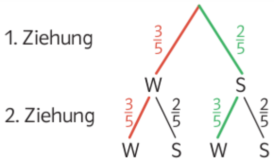
W 13.08 Begründe die Multiplikationsregel für Ereignisse mit relativen Häufigkeiten!

W 13.09 Wie lautet die Multiplikationsregel für unabhängige Ereignisse?

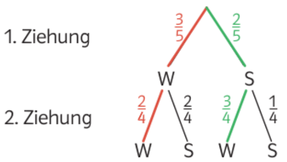
W 13.01 ZB: Jemand spielt an einem Automaten A, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ gewinnt, und anschließend an einem Automaten B, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$ gewinnt. In diesem Fall liegt ein zweistufiger Zufallsversuch vor, der aus zwei Teilversuchen besteht. Der erste Teilversuch ist die Betätigung des Automaten A, der zweite Teilversuch die Betätigung des Automaten B. Alle möglichen Ausgänge können durch ein so genanntes Baumdiagramm dargestellt werden, wobei Gewinn mit G und Verlust mit V abgekürzt werden. Die Strecken entsprechen den Spielverläufen der einzelnen Teilversuche, die Zahlen bei den Strecken den dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten.



W 13.02 Ziehen **mit** Zurücklegen: In einer Urne sind drei weiße und zwei schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln „blind" gezogen, wobei die erste Kugel in die Urne zurückgelegt wird.



Ziehen **ohne** Zurücklegen: In einer Urne sind drei weiße und zwei schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln „blind" gezogen, wobei die erste Kugel nicht mehr in die Urne zurückgelegt wird.



W 13.03 Die Wahrscheinlichkeit eines Versuchsausgangs in einem mehrstufigen Zufallsversuch ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Wegs.

W 13.04 Sind A und B zwei Ausgänge eines Zufallsversuchs, dann gilt: $P(A \vee B) = P(A) + P(B)$.

W 13.05 Zwei Ereignisse eines Zufallsversuchs heißen einander ausschließend, wenn sie nicht beide zugleich eintreten können. Sind E_1 und E_2 solche einander ausschließende Ereignisse eines Zufallsversuchs, dann gilt: $P(E_1 \vee E_2) = P(E_1) + P(E_2)$.

W 13.06 Der Versuch werde n-mal unter den gleichen Bedingungen durchgeführt. Dabei trete das Ereignis E_1 genau k-mal und das Ereignis E_2 genau m-mal ein. Da die Ereignisse E_1 und E_2 nicht gleichzeitig eintreten können, tritt das Ereignis $E_1 \vee E_2$ genau $(k + m)$-mal ein. Daraus folgt: $P(E_1 \vee E_2) \approx h_n(E_1 \vee E_2) = \frac{k+m}{n} = \frac{k}{n} + \frac{m}{n} = h_n(E_1) + h_n(E_2) \approx P(E_1) + P(E_2)$.

W 13.07 Sind E_1 und E_2 Ereignisse eines Zufallsversuchs, dann gilt: $P(E_1 \wedge E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2 \mid E_1)$.

W 13.08 Der Versuch werde n-mal durchgeführt (n sehr groß). Dabei trete das Ereignis E_1 bei m Versuchen ein, dh. $P(E_1) = \frac{m}{n}$. Unter den m Versuchen, in denen E_1 eintritt, trete E_2 bei k Versuchen ein, dh. $P(E_2 \mid E_1) = \frac{k}{m}$. Beide Ereignisse treten dann insgesamt in k von n Versuchen ein, dh. $P(E_1 \wedge E_2) = \frac{k}{n}$. Damit ergibt sich: $P(E_1 \wedge E_2) = \frac{k}{n} = \frac{m}{n} \cdot \frac{k}{m} = P(E_1) \cdot P(E_2 \mid E_1)$.

W 13.09 Zwei Ereignisse E_1 und E_2 eines Zufallsversuchs sind genau dann unabhängig, wenn gilt: $P(E_1 \wedge E_2) = P(E_1) \cdot P(E_2)$.