LÖSUNG ZU 250:

a) 1)
Um den Funktionswert an der Stelle 10 zu ermitteln, müssen wir zuerst den unbekannten Parameter λ finden. Da die momentane Änderungsrate zum Zeitpunkt 10 maximal ist, hat die Funktion f (die ja schon die momentane Änderungsrate angibt) an der Stelle 10 ein Maximum, d.h. es gilt: $f'(10) = 0$.

Mit Technologieeinsatz bestimmt man die 1. Ableitung von f und löst dann die Gleichung $f'(10) = 0$. Man erhält $\lambda = 0{,}1$.

Es gilt also: $f(t) = 5000 \cdot t \cdot e^{-0{,}1t}$
Durch Einsetzen von $t = 10$ erhält man die Lösung $f(10) = 18393{,}9 \ldots$

2)
Grundsätzlich ist es empfehlenswert, den Graphen der Funktion f zu zeichnen.

Aussage A: falsch
Da f die momentane Änderungsrate angibt, kann diese Aussage nicht stimmen.

Aussage B: richtig
Die Gesamtanzahl der Downloads kann man mit dem bestimmten Integral mit Untergrenze 0 und Obergrenze 10 bzw. 12 bestimmen. Da f im gesamten Definitionsbereich Funktionswerte größer 0 hat, wird die Gesamtanzahl mit steigender Zeit immer größer. Die Aussage stimmt somit.

Aussage C: falsch
Da f im gesamten Definitionsbereich Funktionswerte größer 0 hat, kann diese Aussage nicht stimmen.

Aussage D: richtig
Da f im gesamten Definitionsbereich Funktionswerte größer 0 hat, stimmt diese Aussage.

Aussage E: falsch
Es gilt $f(0) = 0$. Die Aussage ist damit falsch.

Lösung: B, D

3)
Da f die momentane Änderungsrate der Downloads angibt, kann man die Gesamtanzahl der Downloads mit dem bestimmten Integral mit Untergrenze 0 und Obergrenze 12 bestimmen.

Mit Technologie erhält man:
$\int_0^{12} 5000 \cdot t \cdot e^{-0{,}1t} \, dt = 168\,686{,}9 \ldots$

b) 1)
Bezeichnet man mit X jene Zufallsvariable, die die Anzahl der gekauften Premium-Versionen angibt, so ist X laut Angabe binomialverteilt mit $n = 10000$ und $p = 0{,}12$.

Für den Erwartungswert gilt somit $E(X) = 10000 \cdot 0{,}12 = 1200$.

Man kann also mit 1200 Käufen der Premium-Version erwarten. Da jeder dieser Käufe eine Einnahme von 6 Euro bringt, kann man gesamte Einnahmen von $1200 \cdot 6 = 7200$ Euro erwarten.