In dieser Vertiefung wird der Merkkasten aus Lösungswege 8 – Seite 9 genauer betrachtet:

Stammfunktionen

Es sind f und F, zwei beliebige Funktionen mit derselben Definitionsmenge D, gegeben.

Man nennt F **Stammfunktion** von f, wenn gilt: $F'(x) = f(x)$ für alle $x \in D$

Ist die Definitionsmenge D von f ein Intervall (D kann auch ganz $\mathbb{R}$ sein) und sind F und G zwei Stammfunktionen von f, dann unterscheiden sich F und G nur durch eine reelle Konstante c. Es gilt:

$$F(x) - G(x) = c$$

Hierbei ist wesentlich, dass die beiden Funktionen F und G auf einem Intervall definiert sind. Ist dies nicht der Fall, dann müssen sie sich nicht um eine Konstante unterscheiden, wie das folgende Beispiel zeigt:

Betrachtet man die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x^2}$ mit der Definitionsmenge $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$.
Im Folgenden sind zwei Stammfunktionen F und G von f angegeben:

$F(x) = -\frac{1}{x}$ $\quad D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ (Es gilt $F'(x) = f(x)$ ➔ F ist eine Stammfunktion von f).

$$G(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{, für } x < 0 \\ -\frac{1}{x} + 3 & \text{, für } x > 0 \end{cases}$$

Betrachtet man nun die beiden Funktionen F und G, so findet man keine reelle Zahl, sodass für alle $x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ gilt:

$$F(x) - G(x) = c$$

Aus diesem Grund ist der Zusatz, dass F und G auf einem Intervall definiert sein müssen, wesentlich.