10 WAHRSCHEINLICHKEITSVERTEILUNGEN

W 10.01 Worin liegt der Unterschied zwischen absoluter und relativer Häufigkeit eines Variablenwertes?

W 10.02 Wie kann man den Mittelwert (das arithmetische Mittel), die empirische Varianz und die empirische Standardabweichung definieren?

W 10.03 Was versteht man unter einer Zufallsvariablen, was unter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung?

W 10.04 Wie kann man eine Wahrscheinlichkeitsverteilung darstellen?

W 10.05 Welcher Zusammenhang besteht zwischen Häufigkeitsverteilungen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen?

W 10.06 Welcher Kennzahl einer Wahrscheinlichkeitsverteilung nähert sich der Mittelwert $\overline{x}$ einer Liste, wenn die Liste länger wird? Begründe die Antwort!

W 10.07 Welcher Kennzahl einer Wahrscheinlichkeitsverteilung nähert sich die empirische Varianz s^2 einer Liste, wenn die Liste länger wird? Begründe die Antwort!

W 10.01 Die absolute Häufigkeit eines Variablenwertes gibt an, wie oft dieser Variablenwert in der Liste vorkommt. Die relative Häufigkeit eines Variablenwertes erhält man, indem man die zugehörige absolute Häufigkeit durch die Gesamtzahl der Daten in der Liste dividiert.

W 10.02 Gegeben ist eine Liste $x_1, x_2, \ldots, x_n$ von reellen Zahlen.
Man nennt $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$ den Mittelwert (das arithmetische Mittel) der Liste, $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ die empirische Varianz der Liste und $s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$ die empirische Standardabweichung der Liste.

W 10.03 Eine Zufallsvariable ordnet jedem Ausfall eines Zufallsversuchs eine reelle Zahl zu. Wird jedem Wert a_i einer Zufallsvariablen X die Wahrscheinlichkeit $P(X = a_i)$ zugeordnet, so bezeichnet man diese Zuordnung als Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.

W 10.04 Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung kann man durch eine Tabelle oder ein Stabdiagramm darstellen.

W 10.05 Bei zunehmender Anzahl der Versuchsdurchführungen nähert sich die Häufigkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X im Großen und Ganzen der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.

W 10.06 Der Mittelwert x einer Liste nähert sich dem Erwartungswert $\mu = E(X)$, wenn die Liste länger wird.
Sei X eine Zufallsvariable mit den möglichen Werten $a_1, a_2, \ldots, a_k$. Bei n-maliger Durchführung des Zufallsversuchs lautet der Mittelwert der Liste: $\bar{x} = a_1 \cdot h_n(a_1) + a_2 \cdot h_n(a_2) + \ldots + a_k \cdot h_n(a_k)$
Mit zunehmendem n nähern sich die relativen Häufigkeiten $h_n(a_i)$ im Großen und Ganzen den Wahrscheinlichkeiten $P(X = a_i)$, die wir kurz mit p_i bezeichnen $(1 \leq i \leq k)$:
$\mu = E(X) = a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + \ldots + a_k \cdot p_k$

W 10.07 Die empirische Varianz s^2 einer Liste nähert sich der Varianz $\sigma^2 = V(X)$, wenn die Liste länger wird.
Sei X eine Zufallsvariable mit den möglichen Werten $a_1, a_2, \ldots, a_k$. Bei n-maliger Durchführung des Zufallsversuchs lautet die empirische Varianz der Liste: $s^2 = (a_1 - \bar{x})^2 \cdot h_n(a_1) + (a_2 - \bar{x})^2 \cdot h_n(a_2) + \ldots + (a_k - \bar{x})^2 \cdot h_n(a_k)$
Mit zunehmendem n nähert sich der Mittelwert $\bar{x}$ der Liste im Großen und Ganzen dem Erwartungswert μ der Zufallsvariablen X und die relativen Häufigkeiten $h_n(a_i)$ nähern sich den Wahrscheinlichkeiten $p_i = P(X = a_i)$:
$\sigma^2 = V(X) = (a_1 - \mu)^2 \cdot p_1 + (a_2 - \mu)^2 \cdot p_2 + \ldots + (a_k - \mu)^2 \cdot p_k$