LÖSUNG ZU 91:

a) 1)
Aussage A: falsch
Die Last bewegt sich nur nach oben.

Aussage B: richtig
Die Funktion ist erst streng monoton steigend, dann streng monoton fallend.

Aussage C: falsch
Die Fläche unter dem Graphen im Intervall [4; 8] ist größer als im Intervall [14; 18].

Aussage D: falsch
Die Kraft ist am größten in diesem Intervall.

Aussage E: richtig
Gegen Ende des Intervalls wird die Arbeit immer geringer.

Lösung: B, E

b) 1)
Für die Arbeit gilt einerseits $W = \int F\ dh$ und andererseits $W = \int P\ dt$.

$$W = \int_0^{20} F(h)\, dh = \int_0^{20} (-1{,}5h^2 + 30h)\, dh$$
$$= -0{,}5h^3 + 15h^2|_0^{20} = -0{,}5 \cdot 20^3 + 15 \cdot 20^2 = 2000$$

$$W = \int_0^{t_0} P(t)\ dt = \int_0^{t_0} \left(\frac{75}{32}t^2 - 60t\right) dt = \frac{25}{32}t_0^3 - 30t_0^2$$

$$2000 = \frac{25}{32}t_0^3 - 30t_0^2 \qquad \Rightarrow t_0 = 40$$

Die Zeit beträgt 40 Sekunden.

c) 1)
Um die Funktionsgleichungen zu erstellen, legt man die Figur in ein Koordinatensystem und liest mehrere Punkte aus der Abbildung heraus.

y_1 (obere Funktion): Hochpunkt = (0 | 2), weitere Punkte bei (-3 | 1) und (3 | 1)
y_2 (untere Funktion): Tiefpunkt = (0 | -2), weitere Punkte bei (-3 | -1) und (3 | -1)

Aufstellen von linearen Gleichungssystemen:
$y_1 = ax^2 + bx + c$

f(0) = 2	→ I: 2 = c	
f(3) = 1	→ II: 1 = 9a + 3b + 2	
f(- 3) = 1	→ III: 1 = 9a – 3b + 2	→ a = $-\frac{1}{9}$, b = 0

$y_1 = -\frac{1}{9}x^2 + 2$

Die Aufstellung der Funktionsgleichung für y_2 funktioniert auf die gleiche Weise.
$y_2 = \frac{1}{9}x^2 - 2$

2)
Für das Volumen eines Rotationskörpers, der durch die Drehung eines Graphen einer Funktion f um die x-Achse entsteht, gilt in diesem Fall:

$$\pi \cdot \int_{-3}^{3} (y_1)^2 \, dx = \pi \int_{-3}^{3} \left(-\frac{1}{9}x^2 + 2\right)^2 dx \approx 54{,}035$$

Das Volumen der Tonne beträgt ungefähr $54{,}035\ m^3$. Da die Tonne nur zur Hälfte mit Beton gefüllt ist, gilt

$V_{Beton} \approx 27{,}018\ m^3$