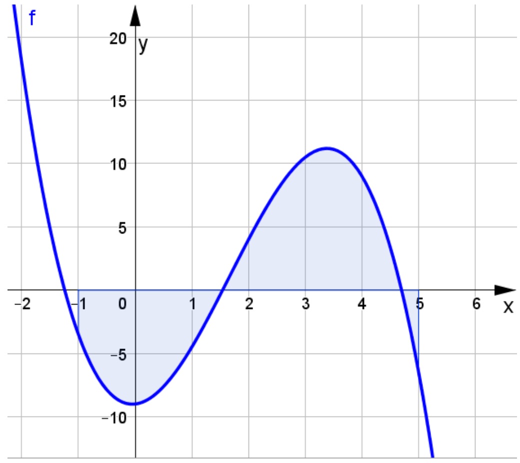
Ich kann den Begriff des bestimmten Integrals als orientierte Fläche deuten und damit Berechnungen durchführen.

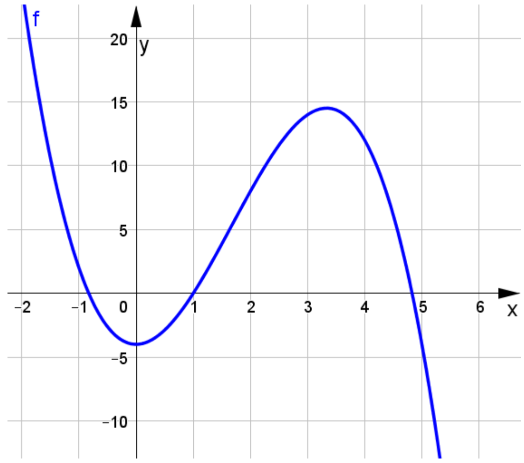
C

1 Stelle eine Formel auf, mit der man den Inhalt der blau markierten Fläche berechnen kann.



B, C

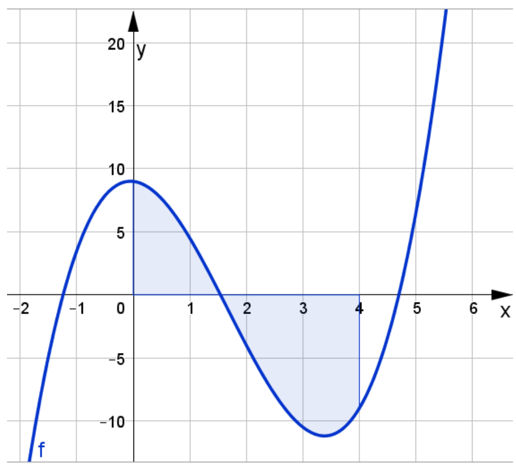
2 Schraffiere im Diagramm jenen Flächeninhalt, der mithilfe des bestimmten Integrals $\int_{2}^{4} f(x)\,dx$ berechnet wird.



C

3 Kreuze jenen Ausdruck an, mit dem der Inhalt der blau markierten Fläche berechnet wird.

- A $\int_{0}^{4} f(x)\,dx$
- B $\int_{0}^{1,5} f(x)\,dx + \int_{1,5}^{4} f(x)\,dx$
- C $\int_{0}^{1,5} f(x)\,dx + \left|\int_{1,5}^{4} f(x)\,dx\right|$
- D $\left|\int_{0}^{1,5} f(x)\,dx\right| + \int_{1,5}^{4} f(x)\,dx$
- E $\left|\int_{0}^{4} f(x)\,dx\right|$

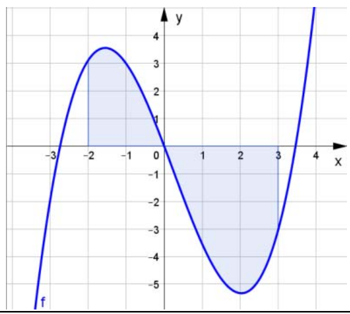
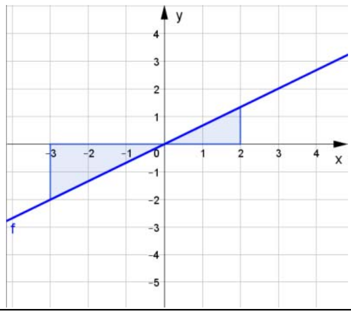


B, C

4 Berechne das bestimmte Integral $\int_{-1}^{4} \left(-x^2 + 4x + 5\right)dx$ und stelle es graphisch dar.

Ich kann den Begriff des bestimmten Integrals als orientierte Fläche deuten und damit Berechnungen durchführen.

C **5** Ordne jedem Diagramm den passenden Ausdruck (**A – D**) zu, mit dem die blau markierte Fläche berechnet werden kann.

A	$\int_{-2}^{0} f(x)\,dx - \int_{0}^{3} f(x)\,dx$
B	$\int_{-2}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{3} f(x)\,dx$
C	$\int_{0}^{2} f(x)\,dx - \int_{-3}^{0} f(x)\,dx$
D	$\int_{-3}^{0} f(x)\,dx - \int_{0}^{2} f(x)\,dx$

A, B **6** Ein „Rehrücken" ist ein länglicher Schokoladekuchen, dessen Querschnitt durch die Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{12}x^2 + x$ mit $0 \le x \le 12$ beschrieben werden kann. Alle Längen sind in cm angegeben.

a. Fertige eine Skizze der Querschnittsfläche an.

b. Berechne die Querschnittsfläche des Kuchens.

c. 1 Liter der Kuchenmasse wiegt etwa 600g. Berechne die Masse eines „Rehrückens", der 30cm lang ist.

B **7** Berechne den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der Funktionen f mit $f(x) = 0{,}48x^3 + 0{,}54x^2 - 7{,}94x + 2$ und g mit $g(x) = 1{,}4x + 2$ eingeschlossen wird.

A, B **8** Der Querschnitt einer Linse kann durch die Funktionen f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ und g mit $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8$ beschrieben werden. Alle Längen sind dabei in cm angegeben.

a. Stelle den Querschnitt der Linse graphisch dar.

b. Berechne die Querschnittsfläche der Linse.

A, B **9** Der Querschnitt eines Werbe-Aufklebers kann durch jene Fläche beschrieben werden, die die Graphen der Funktionen f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + e^{0{,}4x} + 8$ (mit $-2 \le x \le 2{,}3$) und g mit $g(x) = -\frac{1}{4}(x - 1{,}5)^2 + 8$ (mit $2{,}3 \le x \le 6$) mit der x-Achse einschließen. Alle Längen sind dabei in cm angegeben.

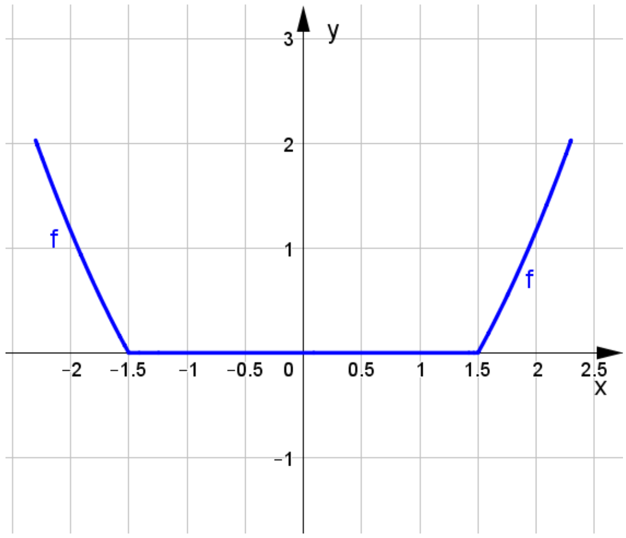
a. Stelle den Aufkleber in einem Koordinatensystem dar.

b. Berechne den Flächeninhalt des Aufklebers.

Ich kann den Begriff des bestimmten Integrals als orientierte Fläche deuten und damit Berechnungen durchführen.

A, B

10 Im Diagramm ist der Querschnitt eines Abwasserkanals im Intervall [-2,3; 2,3] dargestellt. Die Seitenwände können dabei durch die Funktion f mit $f(x)=\frac{2}{3}x^2-1{,}5$ beschrieben werden. Alle Längen sind in cm angegeben.



a. Berechne den Flächeninhalt der Querschnittsfläche des Kanals.

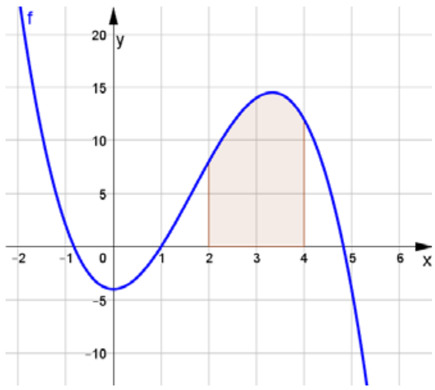
b. Auf einem Abschnitt von 30m Länge bleibt der Querschnitt immer gleich und das Wasser hat eine konstante Höhe von 1,44 m. Berechne die Wassermenge, die sich momentan im Kanal befindet.

Lösungen zu:
Ich kann den Begriff des bestimmten Integrals als orientierte Fläche deuten und damit Berechnung durchführen.

1 Die Nullstellen der Funktion f im Intervall [-1; 5] liegen etwa bei 1,5 und 4,8. Daher kann der Inhalt der blau markierten Fläche berechnet werden als $A = -\int_{-1}^{1,5} f(x)\,dx + \int_{1,5}^{4,8} f(x)\,dx - \int_{4,8}^{5} f(x)\,dx$

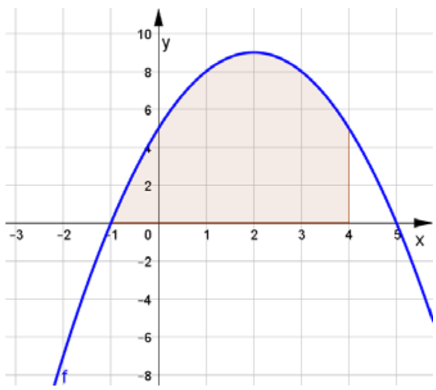
oder $A = \left|\int_{-1}^{1,5} f(x)\,dx\right| + \int_{1,5}^{4,8} f(x)\,dx + \left|\int_{4,8}^{5} f(x)\,dx\right|.$

2



3 richtige Antwort: $\boxed{C}$

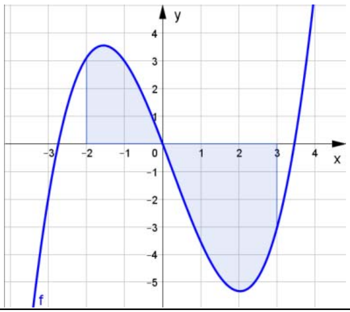
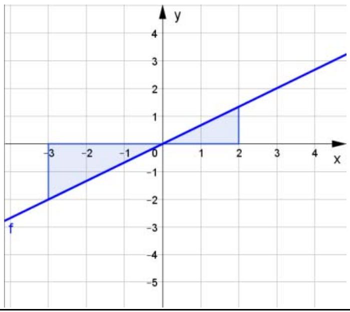
4 $\int_{-1}^{4}\left(-x^2+4x+5\right)dx = \frac{100}{3}$



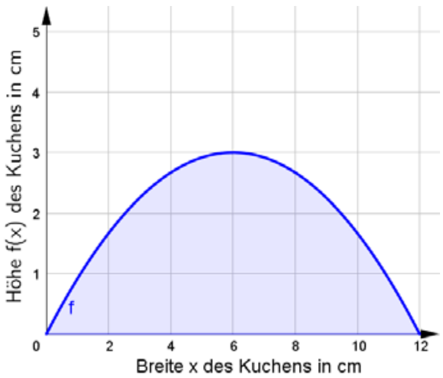
Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann den Begriff des bestimmten Integrals als orientierte Fläche deuten und damit Berechnung durchführen.

5

	A
	C

6 a.



b. Querschnittsfläche: $\int_0^{12}\left(-\frac{1}{12}x^2+x\right)dx = 24\,\text{cm}^2$

c. Volumen des Kuchens: $V = 24\cdot 30 = 720\,\text{cm}^3$. Daher hat wiegt die Kuchenmasse für einen „Rehrücken“ etwa 1200g.

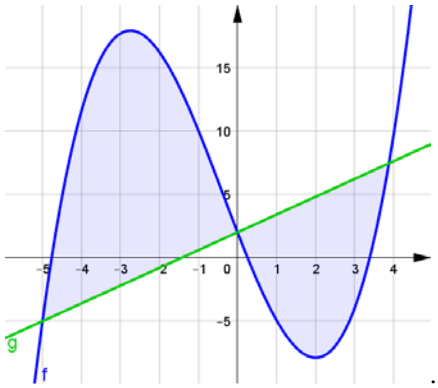
7 Flächeninhalt $A = 96{,}84$.

[g und f schneiden einander an den Stellen $x_1 = -5{,}01$, $x_2 = 0$, $x_3 = 3{,}88$.

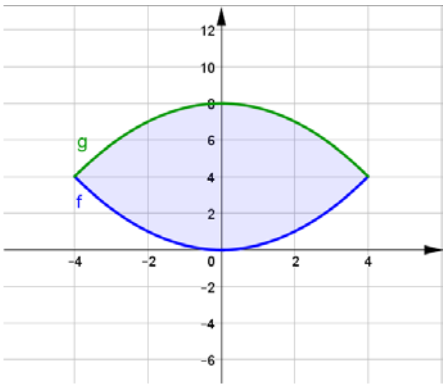
Eine Stammfunktion von $f-g$ ist $F = \int (f(x)-g(x))\,dx = 0{,}12x^4 + 0{,}18x^3 - 4{,}67x^2$;

Flächeninhalte der beiden Teilflächen: $A_1 = |F(0)-F(-5{,}01)| \approx 64{,}25$, $A_2 = |F(3{,}88)-F(0)| \approx 32{,}59$]

Lösungen zu:
Ich kann den Begriff des bestimmten Integrals als orientierte Fläche deuten und damit Berechnung durchführen.



8 a.



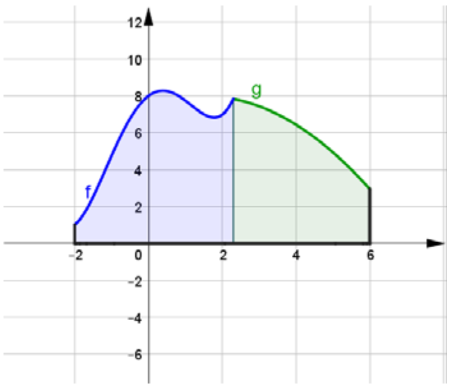
b. Querschnittsfläche: $42{,}67\,cm^2$.

[g und f schneiden einander an den Stellen $x_1 = -4$, $x_2 = 4$.

Eine Stammfunktion von $f - g$ ist $F = \int (f(x) - g(x))\,dx = \frac{x^3}{6} - 8x$.

Flächeninhalte der Querschnittsfläche: $A = |F(4) - F(-4)| = \frac{128}{3} \approx 42{,}67\,cm^2$]

9 a.



b. Flächeninhalt des Aufklebers: $A \approx 48{,}8\,cm^2$

[Flächeninhalte der Teilflächen (mithilfe von geeigneter Technologie): $A_1 = \int_{-2}^{2,3} f(x)\,dx \approx 26{,}74\,cm^2$,

$A_2 = \int_{2,3}^{6} g(x)\,dx \approx 22{,}05\,cm^2$]

10 a. Flächeninhalt der Querschnittsfläche: $A \approx 7{,}82\,m^2$.

Lösungen zu:
Ich kann den Begriff des bestimmten Integrals als orientierte Fläche deuten und damit Berechnung durchführen.

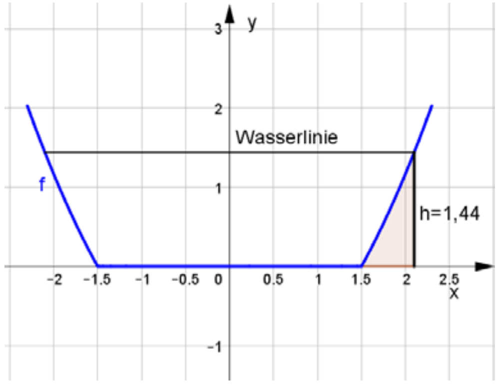
[$A = A_{Rechteck} - 2\int_{1,5}^{2,3} f(x)\,dx$, wobei $A_{Rechteck} = 4{,}6 \cdot f(2{,}3) \approx 9{,}32$]

b. Wassermenge im Kanal: $V \approx 157\,m^3$

[Querschnittsfläche A bei einer Wasserhöhe von 1,44m:
Löse zuerst $f(x) = 1{,}44$, um die obere Grenze für das bestimmte Integral zu erhalten: $x = 2{,}1$; $A = A_{Rechteck} - 2\int_{1,5}^{2,1} f(x)\,dx$, wobei

$A_{Rechteck} = 4{,}2 \cdot f(2{,}1) \approx 6{,}05\,m^2$.

Volumen des Kanals: $V = A \cdot 30 \approx 157\,m^3$]



Autorin: Bettina Ponleitner