Ich kann die Regeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten auf einander ausschließende bzw. voneinander unabhängige Ereignisse anwenden.

A, B **1** Bei den drei „Ayreon Universe"-Konzerten, die im September 2017 in Tilburg (Niederlande) stattgefunden haben, waren Menschen aus 52 Nationen anwesend. Etwa 53% der Besucher und Besucherinnen stammten aus den Niederlanden, 18% aus Deutschland und 7% aus Belgien. Die restlichen 22% kamen aus anderen Ländern. Einige Fans waren zum Beispiel aus Australien, Argentinien oder Kanada angereist, um eines dieser Konzerte besuchen zu können.

a. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Konzertbesucher bzw. eine Konzertbesucherin aus Belgien oder den Niederlanden stammt.

b. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Konzertbesucher bzw. eine Konzertbesucherin nicht aus Deutschland stammt.

A, B **2** Ein Museum ist durch zwei voneinander unabhängig funktionierende Alarmsysteme geschützt. Im Fall eines Einbruchs löst System 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 Alarm aus, System 2 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,93. Ein Einbrecher versucht sich Zugang zum Museum zu verschaffen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass …

a. …beide Systeme Alarm auslösen.

b. …kein System Alarm auslöst.

c. …nur System 2 Alarm auslöst.

d. …nur eines der beiden Systeme Alarm auslöst.

A, B, C **3** In einem Kartenspiel mit vier Farben (Herz (rot), Kreuz (schwarz); Pik (schwarz), Karo (rot)) gibt es von jeder Farbe 13 Karten (2 bis 9, Bube, Dame, König, Ass).

a. Es wird eine Karte gezogen. Gib an, ob die Ereignisse A und B voneinander unabhängig sind. Begründe deine Entscheidung.

I. A: Die gezogene Karte ist eine Herz-Karte.
B: Die gezogene Karte ist eine Dame.

II. A: Die gezogene Karte ist ein Ass.
B: Die gezogene Karte ist eine rote Karte.

III. A: Die gezogene Karte ist eine Kreuz-Karte,
B: Die gezogene Karte ist ein schwarzer König.

b. Berechne für die unabhängigen Ereignisse aus Aufgabe **a.** die Wahrscheinlichkeit $P(A \cap B)$.

A, B **4** In einer Fachhochschule für Sozialwirtschaft und Soziale Arbeit werden für das Fach Kostenrechnung mehrere Übungsgruppen eingeteilt. Diese Übungsgruppen werden von drei verschiedenen Lehrveranstaltungsleitern- bzw. leiterinnen (LV-Leitern) abgehalten. LV-Leiterin A betreut zwei Übungsgruppen, LV-Leiter B betreut eine Übungsgruppe und LV-Leiterin C betreut drei Übungsgruppen.

Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Studierender bzw. eine zufällig ausgewählte Studierende…

a. … in einer von LV-Leiterin A betreuten Gruppe ist.

b. … in einer Gruppe ist, die von LV-Leiter B oder LV-Leiterin C betreut wird.

c. … in einer Gruppe ist, die nicht von LV-Leiter B betreut wird.

A, B **5** Bei der standardisierten Reife- und Diplomprüfung an den berufsbildenden höheren Schulen (BHS) haben 2017 österreichweit 99,3% aller Kandidaten und Kandidatinnen die Deutschprüfung positiv absolviert. 96,8%, aller Kandidaten und Kandidatinnen erreichten eine positive Note im Fach Englisch, 96,7% eine positive Note im Fach Mathematik.

[Quelle: https://www.ots.at/presseaussendung/OTS_20170626_OTS0094/zentralmatura-mathematik-klausuren-deutlich-besser, Zugriff: 21.09.2017]

a. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kandidat bzw. eine zufällig ausgewählte Kandidatin aus diesem Jahrgang alle drei Fächer mit einer positiven Note abgeschlossen hat.

Ich kann die Regeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten auf einander ausschließende bzw. voneinander unabhängige Ereignisse anwenden.

b. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kandidat bzw. eine zufällig ausgewählte Kandidatin aus diesem Jahrgang Mathematik und Deutsch mit einer positiven, Englisch aber mit einer negativen Note abgeschlossen hat.

c. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kandidat bzw. eine zufällig ausgewählte Kandidatin aus diesem Jahrgang in allen drei Fächern eine negative Beurteilung erhalten hat.

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann die Regeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten auf einander ausschließende bzw. voneinander unabhängige Ereignisse anwenden.

1 a. $P(E)=0{,}53+0{,}07=0{,}60$

b. $P(E)=1-0{,}18=0{,}82$

2 a. $E=$ „beide Systeme lösen Alarm aus“, $P(E)=0{,}93\cdot 0{,}95=0{,}8835$.

b. $E=$ „kein Systeme löst Alarm aus“, $P(E)=0{,}07\cdot 0{,}05=0{,}0035$.

c. $E=$ „nur System 2 löst Alarm aus“, $P(E)=0{,}05\cdot 0{,}93=0{,}0465$.

d. $E=$ „entweder nur System 1 oder nur System 2 löst Alarm aus“, $P(E)=0{,}95\cdot 0{,}07+0{,}05\cdot 0{,}93=0{,}1130$.

3 a. I. A und B sind unabhängig.

Begründung: $P(A)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$. **1. Art**: Unter allen Dame-Karten gibt es genau eine Herz-Dame, daher ist $P(A|B)=\frac{1}{4}$. Da damit $P(A|B)=P(A)$ gilt, sind die beiden Ereignisse unabhängig.
2. Art: Das Ereignis $A\cap B$ bedeutet, dass eine Herz-Dame gezogen wird. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist $P(A\cap B)=\frac{1}{52}$. Da $P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{13}=\frac{1}{52}=P(A\cap B)$ gilt, sind die beiden Ereignisse unabhängig.

II. A und B sind unabhängig.

Begründung: $P(A)=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$, $P(B)=\frac{26}{52}=\frac{1}{2}$. **1. Art**: Unter allen roten Karten gibt es genau 2 Asse, daher ist $P(A|B)=\frac{2}{26}=\frac{1}{13}$. Da damit $P(A|B)=P(A)$ gilt, sind die beiden Ereignisse unabhängig.
2. Art: Das Ereignis $A\cap B$ bedeutet, dass eine rotes (Karo oder Herz) Ass gezogen wird. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist $P(A\cap B)=\frac{2}{52}=\frac{1}{26}$. Da $P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{13}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{26}=P(A\cap B)$ gilt, sind die beiden Ereignisse unabhängig.]

III. A und B sind abhängig.

Begründung: $P(A)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{2}{52}=\frac{1}{26}$. **1. Art**: Von den beiden schwarzen Königen ist genau einer von der Farbe Kreuz, daher ist $P(A|B)=\frac{1}{2}$. Damit ist $P(A|B)\neq P(A)$, das heißt, die beiden Ereignisse sind abhängig.
2. Art: Das Ereignis $A\cap B$ bedeutet, dass Kreuz-König gezogen wird. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist $P(A\cap B)=\frac{1}{52}$. Da $P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{26}\neq\frac{1}{52}$ gilt, sind die beiden Ereignisse abhängig.]

b. I. $P(A\cap B)=\frac{1}{52}$ II. $P(A\cap B)=\frac{1}{26}$

4 a. $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

b. $P(B\cup C)=\frac{2}{3}$ [$P(B)=\frac{1}{6}$, $P(C)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $P(B\cup C)=P(B)+P(C)=\frac{1}{6}+\frac{1}{2}$, da die Studierenden jeweils nur zu einer Übungsgruppe eingeteilt werden können.]

c. $P(\text{nicht}\,B)=\frac{5}{6}$ [$P(\text{nicht}\,B)=1-P(A\cup C)=1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)$]

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann die Regeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten auf einander ausschließende bzw. voneinander unabhängige Ereignisse anwenden.

5 **a.** $P(E) \approx 0{,}930$ für $E =$ „alle drei Fächer positiv", $[P(E) = 0{,}993 \cdot 0{,}968 \cdot 0{,}967 = 0{,}92950\ldots]$

b. $P(E) \approx 0{,}031$ für $E =$ „Deutsch positiv, Mathematik positiv, Englisch negativ",
$[P(E) = 0{,}993 \cdot 0{,}967 \cdot 0{,}032 = 0{,}0307\ldots]$

c. $P(E) \approx 7{,}392 \cdot 10^{-6}$ für $E =$ „alle drei Fächer negativ", $[P(E) = 0{,}007 \cdot 0{,}032 \cdot 0{,}033 = 0{,}000\,007\ldots]$