LÖSUNG ZU 228:

a) 1)

$f_1(x) = x^2 + bx + 9$

Wenn der Funktionsgraph genau einen gemeinsamen Punkt mit der x-Achse, hat, bedeutet dies, dass die Funktionsgleichung genau eine Lösung hat und die Diskriminante 0 ist.

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ $\qquad p = b, q = 9$

$0 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

$0 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - 9$

$0 = \frac{b^2}{4} - 9 \quad | \cdot 4$

$0 = b^2 - 36 \quad | + 36$

$36 = b^2 \quad \rightarrow \quad b_1 = 6, b_2 = -6$

Da b laut Angabe größer als 0 sein soll, gilt b = 6.

$f_1(x) = x^2 + 6x + 9 = 0 \quad \rightarrow \quad x = -3$

Berührungspunkt B = (- 3|0)

2)

Diese Aufgabe lässt sich durch Ausprobieren bzw. durch Kenntnisse der Eigenschaften der Diskriminante lösen:

Diskriminante (D) = b² - 4ac

Ist D > 0, hat die Gleichung zwei verschiedene reelle Lösungen.

Ist D = 0, hat die Gleichung genau eine reelle Lösung (Doppellösung).

Ist D < 0, hat die Gleichung keine reellen Lösungen, aber zwei komplexe Lösungen.

z.B.

Aussage A: a = 2, c = 9 → D = $b^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 0 \rightarrow b = 8{,}48528 > 6$; Die Aussage stimmt.

Aussage B: a = 1, b = 1, c = 0 → D = $1 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 0$; Die Aussage stimmt nicht.

Aussage C: a = - 1, c = 9 → D = $b^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 9 = b^2 + 36 \rightarrow$ keine reelle Lösung; Die Aussage stimmt nicht.

Aussage D: a = 1, c = 10 → D = $b^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 0 \rightarrow b = 6{,}324555 > 6$; Die Aussage stimmt.

Aussage E: a = 0,5, c = 9 → D = 0 = $b^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot 9 \rightarrow b = 4{,}24264 < 6$; Die Aussage stimmt nicht.

Zutreffende Aussagen: A, D

b) 1)

f(x) = ax² + bx + c

f´(x) = 2ax + b

0 = 2ax + b |- b

- b = 2ax | : 2a

x = $\frac{-b}{2a}$

$f\left(\frac{-b}{2a}\right) = a\cdot\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\cdot\left(\frac{-b}{2a}\right) + c$

$= \frac{a\cdot b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$

$= \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{4a} + c = \frac{-b^2}{4a} + c = c - \frac{b^2}{4a}$

$T = \left(\frac{-b}{2a} \mid c - \frac{b^2}{4a}\right)$

c) 1)

$f_2(x) = x^2 + c$

$\int_{-1}^{1}(x^2 + c)dx = 1$

$\frac{x^3}{3} + xc = 1\Big|_{-1}^{1}$

$\frac{1}{3} + c - \left(\frac{-1}{3} - c\right) = 1$

$\frac{1}{3} + c + \frac{1}{3} + c = 1$

$\frac{2}{3} + 2c = 1 \mid -\frac{2}{3}$

$2c = \frac{1}{3} \mid : 2$

$c = \frac{1}{6}$