LÖSUNG ZU 446:

X ... Entfernung in cm vom Stufenmittelpunkt

a) 1)

μ = 0 cm P(– 40 < X < 40) = 0,995

$D(\frac{40}{\sigma}) = 0,995$ → D(2,81) = 0,995 → $\frac{40}{\sigma} = 2,81$ →

$\sigma \approx 14,23$

P(– a < X < a) = 0,9

$D(\frac{a}{14,23}) = 0,9$

D(1,65) ≈ 0,9 → $\frac{a}{14,23} = 1,65$ → a ≈ 23,48 cm

[–23,48 cm; 23,48 cm] bzw. [–23,44 cm; 23,44 cm] mit Technologie

b) 1)

$P(-5 < X < 5) = D(\frac{5}{8}) = D(0,63) = 0,4713$

100 000 · 0,4713 ≈ 47 000 Tritte → Abnutzung: $47\,000 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \approx 23,5$ mm

c) 1)

$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0,5x^2}$ $\varphi(0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \approx 0,4$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0,5x^2} \approx 0,2$

$e^{-0,5x^2} = \sqrt{2\pi} \cdot 0,2$

$-0,5x^2 = \ln(\sqrt{2\pi} \cdot 0,2)$

$x_{1,2} = \pm\sqrt{-2 \cdot \ln(\sqrt{2\pi} \cdot 0,2)} \approx \pm 1,177$ → $x_2 - x_1 = 1,177 - (-1,177) \approx 2,35$

$2 \cdot \sqrt{2 \cdot \ln(2)} \approx 2,35$

d) 1)

Aussage A: falsch
Damit die Aussage stimmt, müsste der Erwartungswert 0,5 sein.

Aussage B: falsch
Die untere Integralgrenze ist falsch. Korrekt wäre $-\infty$.

Aussage C: richtig

Aussage D: falsch
Der Integrand ist falsch. Korrekt wäre $\varphi(x)$.

Aussage E: richtig
Da der Erwartungswert 0 ist, gilt $\Phi(0) = 0,5$ und damit
$P(-1 \leq X \leq 0) = \Phi(0) - \Phi(-1) = 0,5 - \Phi(-1)$.

Lösung: C, E