

Ich kenne die Rechengesetze für das Rechnen mit Potenzen mit ganzzahligen Hochzahlen und kann diese anwenden.

B **1** Schreibe mithilfe von Potenzen kürzer.

a. $3 \cdot 3 \cdot x \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x =$

b. $5 \cdot u \cdot u \cdot u \cdot 5 \cdot u =$

c. $7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot z \cdot z \cdot 2 \cdot 7 \cdot z \cdot z =$

d. $\frac{a \cdot a \cdot a \cdot 3}{a \cdot 3 \cdot 3} =$

B **2** Vereinfache so weit wie möglich.

a. $x^5 \cdot x^{-3} \cdot y \cdot y^5 =$

b. $2u^{-2} \cdot 3 \cdot u^6 \cdot u^{-1} =$

c. $a^2 \cdot b^3 \cdot a^{-1} \cdot b \cdot b^{-2} =$

B **3** Berechne und schreibe das Ergebnis mithilfe von Potenzen an.

a. $(3a)^2 \cdot 3a^2 =$

b. $(2x^3 \cdot x)^4 =$

c. $7a \cdot 49a \cdot (7a^2)^2 =$

d. $(2b \cdot 4b \cdot (2b)^2)^3 =$

B **4** Stelle den Ausdruck mit positiven Exponenten dar.

a. $x^2 \cdot y^{-4} =$

b. $3x^{-3} \cdot 5y^2 =$

c. $\frac{2a^{-1} \cdot b^2}{c^2 \cdot d^{-6}} =$

d. $\frac{2z^{-2} \cdot (5y)^{-3}}{3u^{-3}} =$

B **5** Vereinfache so weit wie möglich und schreibe das Ergebnis als Produkt von Potenzen.

a. $\frac{a^2 \cdot b}{a^4 \cdot b^{-2}} =$

b. $\left(\frac{x^{-2} \cdot 3z}{9x^{-5} \cdot z^5} \right)^2 =$

c. $\left(\frac{u \cdot u^{-4} \cdot \frac{1}{v^3}}{u^{-2} \cdot v^4 \cdot v} \right)^{-3} =$

Ich kenne die Rechengesetze für das Rechnen mit Potenzen mit ganzzahligen Hochzahlen und kann diese anwenden.

- D **6** Begründe, warum

$$\frac{x^7 \cdot x^{-4}}{x^2} = x$$

ist, indem du diesen Ausdruck ohne Potenzen anschreibst.

- D **7** Zeige, dass die Rechenregel $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ für alle ganzen Zahlen n, m gilt.

- c, D **8** Entscheide, ob richtig gerechnet wurde. Begründe deine Entscheidung und stelle das Ergebnis gegebenenfalls richtig.

a. $10^4 \cdot 10^2 = 10^8$

b. $\frac{a^{12}}{a^{-2}} = a^{14}$

c. $(5x^3y^7)^2 = 25x^6y^{14}$

d. $(3u^2 \cdot z^{-3})^2 = \frac{3u^4}{z^6}$

- B **9** Vereinfache so weit wie möglich und stelle das Ergebnis mit positiven Hochzahlen dar.

a. $x^2 \cdot x^{-4} \cdot 2y^{-5} \cdot y^3 =$

b. $(u \cdot v^2)^{-1} \cdot v^4 \cdot \frac{1}{u^{-1}} =$

c. $(3a \cdot (3b)^{-2} \cdot a \cdot b^3)^{-1} =$

d. $\frac{u^7 \cdot v^{-4} \cdot v \cdot \frac{1}{u^2}}{v^{-3} \cdot u^{-4} \cdot u^3} \cdot u^{-4} =$

e. $\left(\frac{x^5 \cdot z^{-2} \cdot x^{-1}}{z^3 \cdot (x \cdot z)^{-4}} \right)^2 =$

f. $\left(\frac{\frac{x^2}{y^3} \cdot x \cdot \frac{1}{x^{-2}}}{y^2 \cdot \frac{1}{xy^4}} \right)^{-3} =$

g. $\frac{\left(\frac{x^4 y^{-1}}{x^{-6} y^5} \right)^{-2}}{\frac{x^3 y}{y^{-2} x^{-1}}} =$

Lösungen zu:

Ich kenne die Rechengesetze für das Rechnen mit Potenzen mit ganzzahligen Hochzahlen und kann diese anwenden.

1 a. $3 \cdot 3 \cdot x \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x = 3^3 \cdot x^4$
 b. $5 \cdot u \cdot u \cdot u \cdot 5 \cdot u = 5^2 \cdot u^4$
 c. $7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot z \cdot z \cdot 2 \cdot 7 \cdot z \cdot z = 2^2 \cdot 7^3 \cdot z^4$
 d. $\frac{a \cdot a \cdot a \cdot 3}{a \cdot 3 \cdot 3} = \frac{a^2}{3}$

2 a. $x^5 \cdot x^{-3} \cdot y \cdot y^5 = x^2 \cdot y^6$
 b. $2u^{-2} \cdot 3 \cdot u^6 \cdot u^{-1} = 6u^3$
 c. $a^2 \cdot b^3 \cdot a^{-1} \cdot b \cdot b^{-2} = a \cdot b^2$

3 a. $(3a)^2 \cdot 3a^2 = 3^3 \cdot a^4$
 b. $(2x^3 \cdot x)^4 = 2^4 \cdot x^{16}$
 c. $7a \cdot 49a \cdot (7a^2)^2 = 7^5 \cdot a^6$
 d. $(2b \cdot 4b \cdot (2b)^2)^3 = 2^{15} \cdot b^{12}$

4 a. $x^2 \cdot y^{-4} = \frac{x^2}{y^4}$
 b. $3x^{-3} \cdot 5y^2 = 15 \frac{y^2}{x^3}$
 c. $\frac{2a^{-1} \cdot b^2}{c^2 \cdot d^{-6}} = \frac{2b^2d^6}{a \cdot c^2}$
 d. $\frac{2z^{-2} \cdot (5y)^{-3}}{3u^{-3}} = \frac{2u^3}{3 \cdot 5^3 y^3 z^2}$

5 a. $\frac{a^2 \cdot b}{a^4 \cdot b^{-2}} = \frac{b^3}{a^2}$
 b. $\left(\frac{x^{-2} \cdot 3z}{9x^{-5} \cdot z^5} \right)^2 = \frac{x^6}{9z^8}$
 c. $\left(\frac{u \cdot u^{-4} \cdot \frac{1}{v^3}}{u^{-2} \cdot v^4 \cdot v} \right)^{-3} = u^3 v^{24}$

6 $\frac{x^7 \cdot x^{-4}}{x^2} = \frac{x^3}{x^2} = \frac{x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = x$

7 1. Fall: $m = 0$: Dann gilt $(a^n)^0 = \left(\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} \right)^0 = \underbrace{a^0 \cdot \dots \cdot a^0}_{n\text{-mal}} = \underbrace{1 \cdot \dots \cdot 1}_{n\text{-mal}} = 1$ und $a^{n \cdot 0} = a^0 = 1$, also insgesamt $(a^n)^0 = a^{n \cdot 0}$.

Lösungen zu:

Ich kenne die Rechengesetze für das Rechnen mit Potenzen mit ganzzahligen Hochzahlen und kann diese anwenden.

2. Fall: $m > 0$: Wenn $n = 0$ ist, dann gilt $(a^0)^m = 1^m = 1$ und $a^{0 \cdot m} = a^0 = 1$, also insgesamt $(a^0)^m = a^{0 \cdot m}$.

Wenn $n > 0$ ist, dann ist $(a^n)^m = \underbrace{\left(\underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}}\right)^m}_{m\text{-mal}} = \underbrace{\left(\underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}}\right) \cdot \left(\underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}}\right) \cdot \dots \cdot \left(\underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}}\right)}_{n \cdot m\text{-mal}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \cdot m\text{-mal}} = a^{n \cdot m}$.

Wenn $n < 0$ ist, dann ist $-n > 0$ und $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$. Weil $-n > 0$, haben wir im vorigen Schritt bereits gezeigt,

dass $\left(\frac{1}{a^{-n}}\right)^m = \frac{1}{a^{-n \cdot m}}$ ist. Weil $\frac{1}{a^{-n \cdot m}} = a^{n \cdot m}$ ist, folgt daraus $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

3. Fall: $m < 0$: Dieser Fall funktioniert sehr ähnlich wie Fall 2.

8 a. Hier wurde nicht richtig gerechnet, da die Hochzahlen multipliziert anstatt addiert wurden (es gilt die Rechenregel $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.) Richtig ist: $10^4 \cdot 10^2 = 10^6$

b. Hier wurde richtig gerechnet, da $\frac{a^{12}}{a^{-2}} = a^{12 - (-2)} = a^{14}$ ist.

c. Hier wurde richtig gerechnet, da $(5x^3y^7)^2 = 5^2 \cdot x^{2 \cdot 3} \cdot y^{2 \cdot 7} = 25x^6y^{14}$ ist.

d. Hier wurde nicht richtig gerechnet, da die Zahl 3 nicht hoch 2 genommen wurde. Richtig ist:

$$(3u^2 \cdot z^{-3})^2 = \frac{3^2 u^4}{z^6}$$

9 a. $x^2 \cdot x^{-4} \cdot 2y^{-5} \cdot y^3 = \frac{2}{x^2 y^2}$

b. $(u \cdot v^2)^{-1} \cdot v^4 \cdot \frac{1}{u^{-1}} = v^2$

c. $(3a \cdot (3b)^{-2} \cdot a \cdot b^3)^{-1} = \frac{3}{a^2 b}$

d. $\frac{u^7 \cdot v^{-4} \cdot v \cdot \frac{1}{u^2}}{v^{-3} \cdot u^{-4} \cdot u^3} \cdot u^{-4} = u^2$

e. $\left(\frac{x^5 \cdot z^{-2} \cdot x^{-1}}{z^3 \cdot (x \cdot z)^{-4}}\right)^2 = \frac{x^{16}}{z^2}$

f. $\left(\frac{\frac{x^2}{y^3} \cdot x \cdot \frac{1}{x^{-2}}}{y^2 \cdot \frac{1}{xy^4}}\right)^{-3} = \frac{y^3}{x^{18}}$

g. $\frac{\left(\frac{x^4 y^{-1}}{x^{-6} y^5}\right)^{-2}}{\frac{x^3 y}{y^{-2} x^{-1}}} = \frac{y^{13}}{x^{22}}$