Thema: Zahlenzaubereien		**Grundkompetenz:** –
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** schwer	**Klasse:**

Probiere die „Zahlenzaubereien“ mit selbstgewählten Zahlen aus. Zeige die allgemeine Gültigkeit anhand eines Terms.

1. Multipliziere dein Alter (oder eine gedachte Zahl zwischen 0 und 100) mit 2. Addiere 5 zu dieser Zahl und multipliziere das Ergebnis mit 5. Streiche nun die letzte Ziffer des Ergebnisses und ziehe von dieser Zahl 2 ab. Du erhältst wieder dein Alter (oder die gedachte Zahl).

2. Wähle eine dreistellige Zahl und schreibe sie zwei Mal hintereinander auf. Dividere diese sechstellige Zahl durch 7. Die Division wird sich immer ohne Rest ausgehen.

3. Wähle eine dreistellige Zahl mit lauter verschiedenen Ziffern. Kehre die Ziffernfolge der gerwählten Zahl um und bilde die Differenz der beiden Zahlen. Kehre die Ziffernfolge der Differenz um. Addiere die Differenz und die Zahl, die du nach Umkehrung der Ziffernfolge der Differenz erhalten hast. Die Summe ist immer 1089.

4.

Thema: Zahlenzaubereien Lösungen		Grundkompetenz: –
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** schwer	**Klasse:**

1. Die Zahl lautet z.B. 15. Nach der Multiplikation mit 2 erhält man das Produkt 30. Nachdem man 30 um 5 vermehrt und die Summe mit 5 multipliziert hat, erhält man $(30 + 5) \cdot 5 = 175$. Streicht man die Einerziffer 5 und subtrahiert 2 von 17, erhält man wieder die Zahl 15.,

   Eine zweistellige Zahl lässt sich allgemein in der Form $10x + y$ (mit $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ bzw. $y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$; x und y nicht beide gleichzeitig 0) schreiben.

   Man wendet die ersten Anweisungen auf die Zahl an und erhält:
   $[(10x + y) \cdot 2 + 5] \cdot 5 = [20x + 2y + 5] \cdot 5 = 100x + 10y + 25 = 100x + 10y + 10 \cdot 2 + 5$

   Die Einerziffer wird gestrichen.

   Nach dem Streichen der Einerziffer ändern sich die Stellenwerte der restlichen Ziffern. Die neue Zahl lautet allgemein: $10x + y + 2$

   Subtrahiert man nun 2 von dieser Zahl, erhält man wieder die Ausgangszahl: $10x + y + 2 - 2 = 10x + y$

2. Man wählt z.B. die Zahl 243. Schreibt man diese Zahl zwei Mal hintereinander, erhält man die sechsstellige Zahl 243243. Die Zahl ist durch 7 teilbar d.h. es bleibt bei der Division kein Rest.

   $$243243 : 7 = 34749 \text{ (0 Rest)}$$

   Jede dreistellige Zahl lässt sich in der Form $100x + 10y + z$ (mit $x = 1, 2, 3, ..., 9$; $y, z = 0, 1, 2, ..., 9$) darstellen.
   Die sechsstellige Zahl, die man erhält, wenn man die dreistellige Zahl zwei Mal hintereinander unter Beachtung der Stellenwerte der einzelnen Ziffern anschreibt, lautet:

   $$100000x + 10000y + 1000z + 100x + 10y + z$$

   Die vereinfachte Zahl lautet: $100100x + 10010y + 1001z = 1001 \cdot (100x + 10y + z)$

   Da 1001 durch 7 teilbar ist, ist auch das Produkt $1001 \cdot (100x + 10y + z)$, d.h. die Zahl, immer durch 7 teilbar.

3. Eine dreistellige Zahl kann als Summe $100x + 10y + z$ geschrieben werden. Davon zieht man die Zahl mit umgekehrter Ziffernfolge ab: $100x + 10y + z - (100z + 10y + x) = 99x - 99z = 99 \cdot (x - z)$; dabei ist die Differenz $x - z$ immer positiv. Die Differenz ist damit ein ganzzahliges Vielfaches von 99. Die Vielfachen von 99 lauten 99; 198; 297; 396; 495; u.s.w. und haben immer die Form: $100u + 90 + v$ mit $u + v = 9$.

   Wenn man nun zu $100u + 90 + v$ die Zahl $100v + 90 + u$ addiert, so erhält man:

   $101u + 180 + 101v = 101 \cdot (u + v) + 180 = 909 + 180 = 1089$.