3 REELLE FUNKTIONEN

W 3.01 Sei $f: A \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion und M eine Teilmenge von A. Wann heißt die Funktion f monoton steigend bzw. monoton fallend in M?

W 3.02 Sei $f: A \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion und M eine Teilmenge von A. Wann heißt die Funktion f streng monoton steigend bzw. streng monoton fallend in M?

W 3.03 Sei $f: A \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion und M eine Teilmenge von A. Wann heißt eine Stelle $p \in M$ eine Maximumstelle bzw. Minimumstelle von f in M?

W 3.04 Sei $f: A \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion und M eine Teilmenge von A. Wann heißt eine Stelle $p \in M$ eine Extremstelle von f in M? Wann spricht man von einer Extremstelle von f?

W 3.05 Sei $f: A \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion. Wann heißt eine Stelle $p \in A$ eine lokale Maximumstelle bzw. Minimumstelle von f?

W 3.06 Sei $f: A \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion. Wann heißt eine Stelle $p \in A$ eine lokale Extremstelle von f?

W 3.07 Sei $f: A \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion. Wann heißt ein Punkt Hochpunkt bzw. Tiefpunkt des Graphen von f?

W 3.08 Sei $f: A \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion. Wann heißt ein Punkt Extrempunkt des Graphen von f?

W 3.09 Was versteht man unter einer Potenzfunktion? Was lässt sich über die Monotonie einer Funktion $f: x \mapsto x^k$ aussagen, wenn $k \in \mathbb{N}^*$?

W 3.10 Warum sind Wurzelfunktionen auch Potenzfunktionen?

W 3.11 Skizziere den ungefähren Verlauf der Graphen der Funktionen $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto x^4$, $x \mapsto x^{1,5}$ und $x \mapsto x^{-1,5}$ ohne Werte zu berechnen!

W 3.12 Was versteht man unter einer Polynomfunktion vom Grad n? Skizziere typische Formen von Polynomfunktionen vom Grad 2, 3 und 4!

W 3.13 Ist jede lineare Funktion eine Polynomfunktion? Welche Potenzfunktionen sind Polynomfunktionen? Begründe die Antwort!

W 3.14 Wie ändert sich der Graph einer Funktion f, wenn man von $f(x)$ zu $f(x) \pm c$, $\pm a \cdot f(x)$ bzw. $f(x \pm b)$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ übergeht?

W 3.15 Gib vier Änderungsmaße an, mit denen man die Änderung der Werte einer Funktion f in einem Intervall [a; b] angeben kann!

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2024. | www.oebv.at | Mathematik verstehen 6 SB | ISBN: 978-3-209-12362-6
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

W 3.01 Die Funktion f heißt monoton steigend in M, wenn für alle $x_1, x_2 \in M$ gilt: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leqslant f(x_2)$.
Die Funktion f heißt monoton fallend in M, wenn für alle $x_1, x_2 \in M$ gilt: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geqslant f(x_2)$.

W 3.02 Die Funktion f heißt streng monoton steigend in M, wenn für alle $x_1, x_2 \in M$ gilt: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
Die Funktion f heißt streng monoton fallend in M, wenn für alle $x_1, x_2 \in M$ gilt: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

W 3.03 Eine Stelle $p \in M$ heißt Maximumstelle von f in M, wenn $f(x) \leqslant f(p)$ für alle $x \in M$.
Eine Stelle $p \in M$ heißt Minimumstelle von f in M, wenn $f(x) \geqslant f(p)$ für alle $x \in M$.

W 3.04 Eine Stelle $p \in M$ heißt Extremstelle von f in M, wenn sie eine Maximum- oder Minimumstelle von f in M ist. Eine Extremstelle von f im gesamten Definitionsbereich von f bezeichnet man kurz als globale Extremstelle von f.

W 3.05 Eine Stelle $p \in A$ heißt lokale Maximumstelle von f, wenn es eine Umgebung $U(p) \subseteq A$ gibt, sodass p Maximumstelle von f in U(p) ist.
Eine Stelle $p \in A$ heißt lokale Minimumstelle von f, wenn es eine Umgebung $U(p) \subseteq A$ gibt, sodass p Minimumstelle von f in U(p) ist.

W 3.06 Eine Stelle $p \in A$ heißt lokale Extremstelle von f, wenn sie eine lokale Maximum- oder Minimumstelle von f ist.

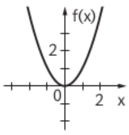
W 3.07 Ist p eine lokale Maximumstelle von f, so nennt man den Punkt $H = (p \mid f(p))$ einen Hochpunkt des Graphen von f.
Ist p eine lokale Minimumstelle von f, so nennt man den Punkt $T = (p \mid f(p))$ einen Tiefpunkt des Graphen von f.

W 3.08 Ein Punkt $(p \mid f(p))$ heißt Extrempunkt des Graphen von f, wenn er ein Hochpunkt oder ein Tiefpunkt des Graphen von f ist.

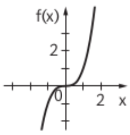
W 3.09 Eine reelle Funktion f mit $f(x) = c \cdot x^r$ ($c, r \in \mathbb{R}$) nennt man eine Potenzfunktion.
Für gerade k ist f streng monoton fallend in $\mathbb{R}_0^-$ und streng monoton steigend in $\mathbb{R}_0^+$.
Für ungerade k ist f streng monoton steigend in $\mathbb{R}$.

W 3.10 Wurzelfunktionen sind spezielle Potenzfunktionen, weil $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ ist.

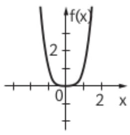
W 3.11



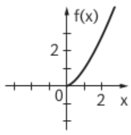
$f(x) = x^2$



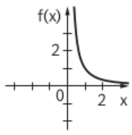
$f(x) = x^3$



$f(x) = x^4$

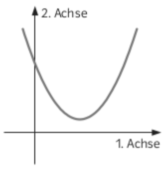


$f(x) = x^{1,5}$

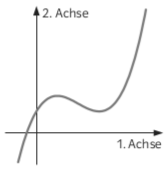


$f(x) = x^{-1,5}$

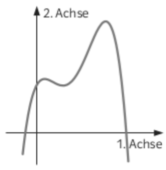
W 3.12 Eine reelle Funktion f mit $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ (wobei $n \in \mathbb{N}^*$, a_n , a_{n-1} , ..., $a_0 \in \mathbb{R}$ und $a_n \neq 0$) heißt Polynomfunktion vom Grad n.



typische Polynomfunktion vom Grad 2



typische Polynomfunktion vom Grad 3



typische Polynomfunktion vom Grad 4

W 3.13 Eine lineare Funktion f der Form $f(x) = k \cdot x + d$ ist genau dann eine Polynomfunktion (vom Grad 1), wenn $k \neq 0$ und $d = 0$ ist. Eine Potenzfunktion f der Form $f(x) = x^n$ ist genau dann eine Polynomfunktion (vom Grad n), wenn $n \in \mathbb{N}^*$ ist.

W 3.14 $g(x) = f(x) + c$ bedeutet eine Verschiebung um c parallel zur 2. Achse nach oben.
$g(x) = f(x) - c$ bedeutet eine Verschiebung um c parallel zur 2. Achse nach unten.
$g(x) = a \cdot f(x)$ bedeutet eine Streckung mit dem Faktor a normal zur 1. Achse.
$g(x) = -a \cdot f(x)$ bedeutet eine Streckung mit dem Faktor a normal zur 1. Achse und anschließende Spiegelung an der 1. Achse.
$g(x) = f(x + b)$ bedeutet eine Verschiebung um b parallel zur 1. Achse nach links.
$g(x) = f(x - b)$ bedeutet eine Verschiebung um b parallel zur 1. Achse nach rechts.

W 3.15 Sei f eine auf einem Intervall [a; b] definierte reelle Funktion. Die reelle Zahl
- $f(b) - f(a)$ heißt absolute Änderung (oder kurz Änderung) von f in [a; b],
- $\frac{f(b) - f(a)}{f(a)}$ heißt relative Änderung von f in [a; b],
- $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ heißt mittlere Änderungsrate (oder Differenzenquotient) von f in [a; b],
- $\frac{f(b)}{f(a)}$ heißt Änderungsfaktor von f in [a; b].

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2024. | www.oebv.at | Mathematik verstehen 6 SB | ISBN: 978-3-209-12362-6
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.