LÖSUNG ZU 249:

a) 1)
Die mittlere Änderungsrate einer Funktion f in einem Intervall $[a; b]$ist definiert durch $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$. Durch die Angabe des Intervalls $[v_1; v_2]$ ist klar, dass der Buchstabe v als Variable betrachtet werden soll.
Man setzt nun ein: Die Funktion f entspricht der Reichweite R und a bzw. b sind $v_1$bzw. v_2. Der Buchstabe α bleibt unverändert. Einsetzen und Anwenden einer binomischen Formel liefert:

$$\frac{R(v_2) - R(v_1)}{v_2 - v_1} = \frac{\frac{v_2^2}{10} \cdot \sin(2 \cdot \alpha) - \frac{v_1^2}{10} \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{v_2 - v_1} = \frac{1}{10} \cdot \frac{(v_2^2 - v_1^2) \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{v_2 - v_1} =$$
$$= \frac{1}{10} \cdot \frac{(v_2 - v_1) \cdot (v_2 + v_1) \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{v_2 - v_1} = \frac{(v_2 + v_1) \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{10}$$

Somit ist Aussage A anzukreuzen.

b) 1)
Die Funktion $R(v)$, für die die Graphen A, B und D zur Auswahl stehen, ist eine quadratische Funktion (man denkt sich für α eine konstante Zahl). Mit steigendem v erhöht sich die Reichweite, das schließt den Graphen B aus. Der Graph bei D ist nicht der Graph einer quadratischen Funktion. Der Graph A hat die typische Form einer quadratischen Funktion.

Für die Funktion $R(\alpha)$ (v konstant) stehen die Graphen C und E zur Wahl. Durch Einsetzen ergibt sich für $\alpha = 0°$ eine Reichweite von 0 m. Damit kann nur der Graph E zu $R(\alpha)$ passen.

Lösung: A, E

2)
Um die momentane Änderungsrate der Reichweite zu berechnen, bestimmt man zunächst die erste Ableitung der Funktion R nach der Variablen α.

$$R'(\alpha) = \frac{v^2}{10} \cdot \cos(2 \cdot \alpha) \cdot 2 = \frac{v^2}{5} \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$

Um das Maximum zu finden, setzt man diese Ableitung gleich null, also:

$$R'(\alpha) = \frac{v^2}{5} \cdot \cos(2 \cdot \alpha) = 0$$

Division durch $\frac{v^2}{5}$ liefert die Gleichung $\cos(2 \cdot \alpha) = 0$ (v wird dabei als ≠ 0 angenommen, weil sonst die Reichweite immer null wäre).
Mit Technologieeinsatz und der Tatsache, dass der Winkel α zwischen 0° und 90° liegen muss, erhält man $\alpha = 45°$.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2025. | www.oebv.at | Lösungswege Maturatraining | ISBN: 978-3-209-11513-3
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

c)

3)
Wir setzen den Wert für v ein und erhalten damit: $R(\alpha) = 62{,}5 \cdot \sin(2 \cdot \alpha)$
Nachdem eine Reichweite von 50 m erzielt werden soll, setzen wir die Funktionsgleichung gleich 50.

$$62{,}5 \cdot \sin(2 \cdot \alpha) = 50$$

Man kann die obige Gleichung mit Technologieeinsatz lösen und erhält $\alpha = 26{,}56\ldots°$ und $\alpha = 63{,}43\ldots°$.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2025. | www.oebv.at | Lösungswege Maturatraining | ISBN: 978-3-209-11513-3
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.