40 Zeitdehnung und Raumschrumpfung

Vertiefung und Kompetenzüberprüfung

Martin Apolin (Stand August 2012)

Zeitdehnung und Zwillingsparadoxon

A1 In Kap. 40.1 ist die Zeitdehnung mit Hilfe von Lichtuhren abgeleitet. Könnte es aber nicht sein, dass diese für eine andere Uhr (Quarzuhr, Atomuhr oder mechanische Uhr) nicht gilt?

A2 Begründe die Zeitdilatation mit Hilfe von Abb. 1 und Abb. 2 qualitativ.

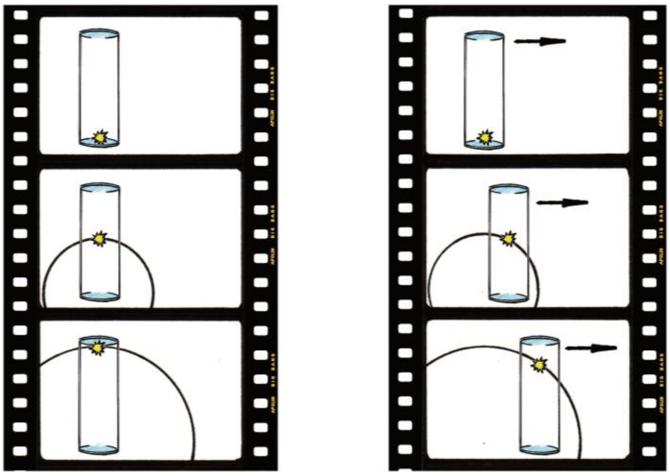

Abb. 1: Links: ruhende Lichtuhr; Rechts: relativ zu dir bewegte Lichtuhr (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 40.3, S. 16).

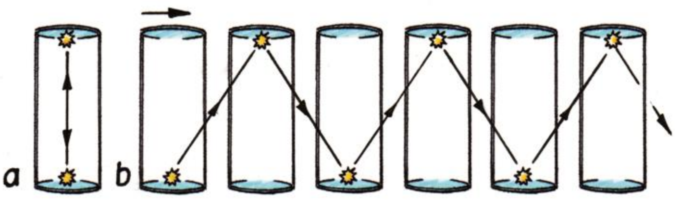

Abb. 2: a) ruhende Lichtuhr; b) relativ zu dir bewegte Lichtuhr (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 40.4, S. 16).

A3 Erstelle einen Graphen, bei dem du auf der x-Achse das Verhältnis v/c einträgst und auf der y-Achse das daraus resultierende Verhältnis t_b/t_r. Versuche vorher zu überlegen, welche Form die Kurve haben wird.

A4 Wie verändert sich die Zeitdehnung mit zunehmender Geschwindigkeit? Wie wächst z. B. die Zeitdehnung an, wenn die Lichtuhr statt mit 0,1 c mit 0,2 c fliegt oder statt mit 0,8 c mit 0,9 c? Begründe qualitativ mit Hilfe des Ergebnisses von A3.

A5 Betrachte die ruhende und die nach rechts bewegte Lichtuhr in Abb. 3. Ein Lichtblitz wird gestartet, wenn die Uhren auf gleicher Höhe sind. Die Abbildung zeigt den Zeitpunkt, wenn der Lichtblitz in der ruhenden Uhr oben (B') angekommen ist. Leite damit die Gleichung für die Zeitdehnung ab.

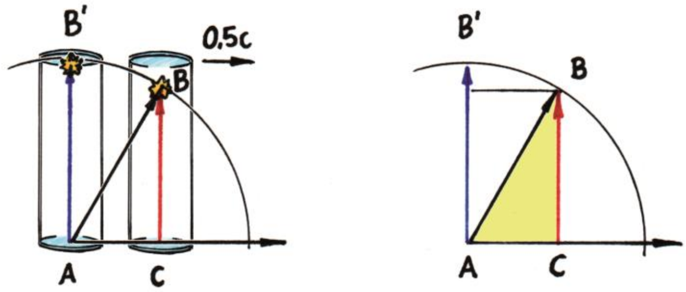

Abb. 3: Eine ruhende und eine mit $c/2$ bewegte Lichtuhr. Rechts sind zur besseren Übersicht die Lichtuhren weggelassen. Es gilt AB' = AB (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 40.6, S. 17).

A6 Nimm an, du fährst auf der Autobahn mit konstant 108 km/h. Diese Zahl ist deshalb etwas schräg gewählt, weil sie beim Umrechnen auf m/s eine schöne Zahl ergibt. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt etwa $3 \cdot 10^8$ m/s. Berechne den Faktor t_b/t_r. Welche Schwierigkeit tritt eventuell auf?

A7 Wie lange musst du mit 108 km/h fahren (siehe A6), damit du aus der Sicht eines ruhenden Beobachters um eine Sekunde weniger gealtert bist? Wie auch in A6 kannst du dieses Beispiel nur mit einem Taschenrechner mit sehr vielen Stellen in der Anzeige berechnen.

A8 Forme die Gleichung für die Zeitdilatation so um, dass du den Faktor v/c berechnen kannst, um einen vorgegebenen Faktor der Zeitdehnung t_b/t_r zu erreichen.

A9 Berechne, bei welcher Relativgeschwindigkeit die bewegte Uhr um 1 % langsamer geht. Verwende dazu das Ergebnis aus A8. Wie schnell ist das absolut gesehen? Vergleiche diese Geschwindigkeit mit der der Voyager 1 (Abb. 4 nächste Seite). Was kann man daran erkennen?

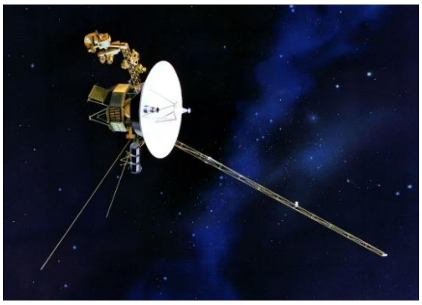

Abb. 4: Voyager 1 startete 1977 und ist das am weitesten entfernte und mit etwa 17 km/s momentan auch schnellste Objekt (Stand 2012), das je von Menschen gebaut wurde (Quelle: NASA).

A10 Im Jahr 1959 wurde am CERN ein berühmtes Experimente zur Zeitdilatation durchgeführt (Abb. 5). Zur Messung wurden Myonen verwendet. Diese Elementarteilchen sind salopp gesagt schwere Elektronen, die allerdings instabil sind und in Ruhe mit einer Halbwertszeit von etwa 1,5 µs zerfallen. Berechne mit Hilfe der Abbildung, auf welche Geschwindigkeit die Myonen beschleunigt wurden. Verwende dazu das Ergebnis aus A8.

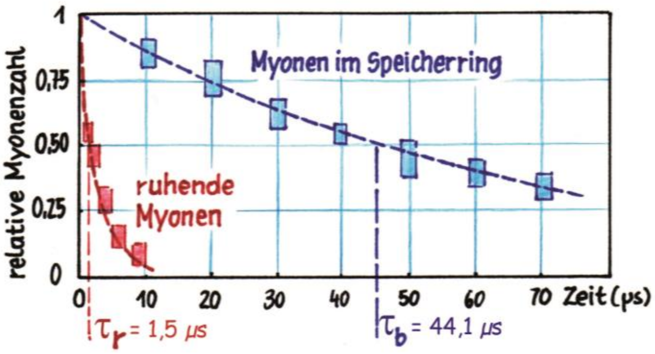

Abb. 5: Zerfallskurve von ruhenden Myonen und von Myonen im Speicherring des CERN (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 40.12, S. 20).

A11 Durch die kosmische Strahlung entstehen etwa 10 km über der Erdoberfläche Myonen. Sie haben eine Halbwertszeit (τ) von rund 1,5 µs (siehe auch A10) und eine Geschwindigkeit von etwa 0,995 c. Welcher Teil der Myonen könnte die Erdoberfläche erreichen, wenn die SRT nicht gälte? Welcher Teil erreicht sie tatsächlich? Verwende für den Zerfall der Myonen die Gleichung $N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}}$. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt etwa $3 \cdot 10^8$ m/s.

A12 a Nimm an, du möchtest zum nächstgelegenen Stern, Proxima Centauri, fliegen. Dieser ist 4,2 Lichtjahre von der Erde entfernt. Wie lange würdest du dafür benötigen, wenn das Raumschiff die Geschwindigkeit der Voyager 1 hätte (siehe Abb. 4)?

A12 b Wie lange würdest du zu Proxima Centauri brauchen, wenn du mit 0,99 c fliegst? Wie lange würde der Flug für einen Beobachter von der Erde aus gesehen dauern? Berechne die Effekte aus beiden Bezugssystemen.

A13 In Faust 1 sagt der Protagonist: „Zum Augenblicke dürft' ich sagen: Verweile doch, du bist so schön!"
Wäre Fausts Wunsch im Rahmen der SRT zu erfüllen?

A14 Ist es grundsätzlich möglich, dass der Vater jünger ist als der Sohn?

A15 Erkläre das Zwillingsparadoxon qualitativ mit Hilfe von Abb. 6. Lies dazu in Kap. 40.3 BB8 nach!

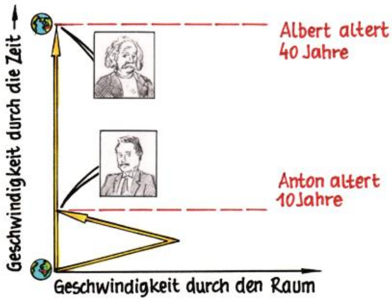

Abb. 6: Erklärung des Zwillingsparadoxons mit Hilfe eines Raum-Zeit-Diagramms (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 42.10, S. 34).

A16 Lange Zeit war nicht klar, ob sich Neutrinos (siehe Kap. 47.2.1) mit Lichtgeschwindigkeit bewegen oder nicht. Dann entdeckte man, dass sich Neutrinos ineinander umwandeln können. Zum Beispiel kann sich ein Elektron-Neutrino, das von der Sonne kommt, auf dem Flug zur Erde in ein Myon-Neutrino umwandeln. Damit war klar, dass sich Neutrinos *nicht* mit *c* bewegen können. Warum?

Schneller als das Licht?

A17 Die Relativitätstheorie verbietet Überlichtgeschwindigkeit! Ist diese Aussage richtig oder falsch? Verwende für deine Erklärung Abb. 7.

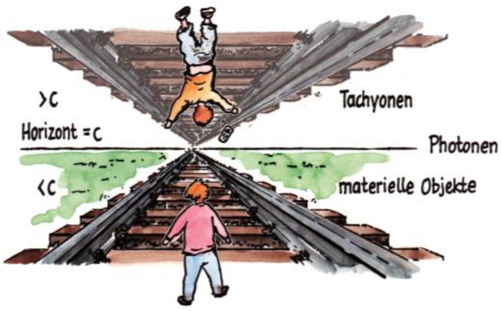

Abb. 7 (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 40.8, S. 18).

A18 Im Jahr 2011 wurde im Rahmen des OPERA-Experimentes scheinbar gemessen, dass sich Neutrinos etwas schneller als das Licht bewegen. Später konnte dieses Ergebnis jedoch auf einen Messfehler zurückgeführt werden - Neutrinos sind *nicht* überlichtschnell! Auf jeden Fall kursierten im Internet nach der vermeintlichen Entdeckung jede Menge Neutrinowitze, unter anderem auch die folgenden zwei:

"Neutrino!" - "Wer ist da?" - "Toc, toc."

"Um auf die andere Seite zu kommen! Warum überqueren Neutrinos die Straße?"

Worauf spielen diese beiden Witze an?

A19 Tachyonen (gr. tachys = schnell) sind hypothetische Elementarteilchen, die sich schneller als das Licht bewegen (siehe auch Antwort auf A17). Sie widersprechen nicht der SRT, aber sollte es sie tatsächlich geben, wurden sie bislang auf jeden Fall noch nicht nachgewiesen. Lies unter diesem Aspekt folgenden Text einer Esoterikseite (Quelle: www.tachyon-online.de; Stand August 2012). Welche weiteren Kommentare kann man über diesen (hier im Original wiedergegebenen) Text machen?

"Tachyon Energie ist die Energie, die alles im Universum zusammenhält und sich schneller als Licht bewegt. Sie ist allgegenwärtig und unbegrenzt. Tachyon Energie ist keine bestimmte Form von Energie, sonder [sic!] eher schließt sie alle Energien in sich ein. Daher hat sie das gesamte Potential, das nötig ist, um alle Formen auf diesem Planeten hervorzubringen. Am allerwichtigsten, Tachyon Energie hat eine Schlüsselfunktion im Energetischen Kontinuum, dem Energiestrom von der unendlichen Formlosigkeit hinab bis zur vollkommenen Form. [...] Heute haben wir mit dem Durchbruch in der Tachyon Technologie einen Weg gefunden, die Richtung zu beeinflussen, die ein lebender Organismus einschlagen wird. Je besser unsere Einstimmung mit Tachyon Energie und dem in ihr enthaltenen vollkommenen Lebenspotential ist, um so wahrscheinlicher ist es, dass wir uns zu höheren Ebenen von körperlicher, mentaler, emotionaler Ordnung und Ausgewogenheit entwickeln. Spirituelles Wachstum und strahlende Gesundheit sind die Folgen."

Auf der Seite kann man auch einen Anhänger um 55 € erwerben, der folgendermaßen beschrieben ist:

"Es wird empfohlen den Tachyonisierten Anhänger über der Thymusdrüse zu tragen. Dies hilft dabei das Immunsystem vor den zehrenden und schädlichen Effekten der Elektromagnetischen Feldern (EMF) zu schützen. Die Tachyonisierten Anhänger laden die Subtil Organisierenden Energiefelder (SOEF) des Körpers auf, damit die EMF und andere schädliche Einflüsse diese nicht erschöpfen können."

A20 Man sieht den Mond unter einem Winkel von etwa 0,5 Grad. Er hat mit $3{,}4 \cdot 10^6$ m Durchmesser ungefähr ¼ der Erdgröße. Du leuchtest in der Nacht mit einem sehr starken Laser auf die Mondoberfläche. Der Laser ist schwenkbar auf einem Stativ montiert. Mit einer lockeren Handbewegung versetzt du ihn in Bewegung, so dass der Lichtpunkt rasch von links nach rechts über den Mond wandert. Der Laser soll sich dabei um 90° in einer Sekunde drehen. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Lichtpunkt dabei über den Mond?

A21 Durch das Schwenken eines Lasers ist es möglich, einen Lichtpunkt am Mond mit Überlichtgeschwindigkeit zu bewegen (siehe A20). Der Punkt ist vorher in Ruhe und überschreitet dann *c* beträchtlich! Hat man dadurch nicht Einstein widerlegt? Sollte man zum Hörer greifen und das Nobelpreis-Komitee anrufen?

A22 a Die Pfeilpirole auf Endor (Abb. 8) sind bekannt für ihre enorme Fluggeschwindigkeit von 0,5 *c*. Dadurch entsteht unter dem Vogel eine "Schattenschleppe" (Abb. 9). Wie kann man ihr Zustandekommen erklären?

Abb. 8 (Grafik: Janosch Slama)

A22 b Nimm an, der Pfeilpirol fliegt über eine Böschung (Abb. 9). Was bedeutet das für die Geschwindigkeit des Schattens auf der Böschung? Berechne mit Hilfe von Abb. 10 (nächste Seite) allgemein und überlege, welchen Effekt der Böschungswinkel für die Geschwindigkeit des Schattens hat. Bringt das Ergebnis die SRT in Gefahr?

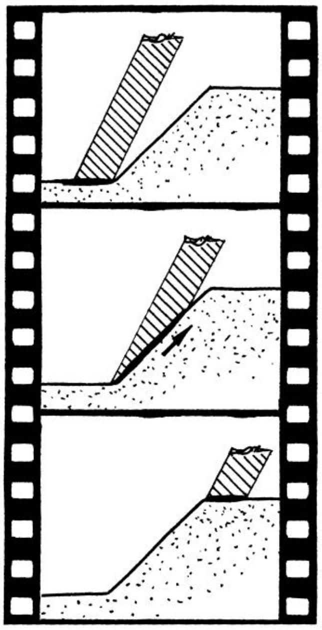

Abb. 9 (Grafik: Janosch Slama)

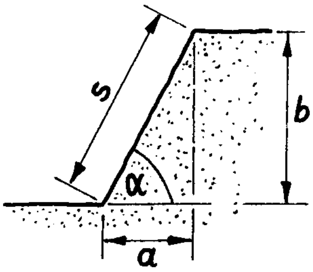

Abb. 10 zu A22 b
(Grafik: Janosch Slama)

A23 Du hattest eben eine geniale Idee. Du nimmst einen sehr langen Stab, dessen Enden sich am Mond und bei dir zu Hause befinden. Mit einer lockeren Handbewegung versetzt du ihn in Bewegung. Da sich beide Enden zur gleichen Zeit in Bewegung setzen, hast du Information zum Mond unendlich schnell übertragen. Wahnsinn! Du hast Einstein widerlegt!? Du greifst zum Telefon, um das Nobelpreis-Komitee anzurufen ... Was war diesmal der Überlegungsfehler (siehe auch A20 und A21)?

Längenkontraktion

A24 a Nimm an, eine Flotte von drei Raumgleitern ist im All unterwegs (Abb. 11). Der Kommandant bemerkt, dass sie ein wenig Verspätung haben und gibt daher den Befehl, das Tempo zu erhöhen. Auf ein Lichtsignal hin sollten die beiden äußeren Raumgleiter gleichzeitig 10 Sekunden lang beschleunigen.

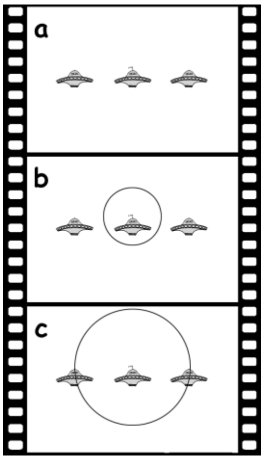

Abb. 11 (Grafik: Martin Apolin)

Der Abstand zwischen den Raumschiffen beträgt je 9 m. Der Kommandant im mittleren Raumschiff muss nur rund 30 ns nach seinem ausgesendeten Signal warten (so lange benötigt das Licht für 9 m) und danach selbst beschleunigen. Für die Raumflotte sieht der Vorgang aus wie in Abbildung 11: Bei a) zündete der Kommandant das Lichtsignal, bei c) erreichte es 30 ns später beide Raumgleiter, und alle drei beschleunigten gleichzeitig. Wie sieht aber der Vorgang z. B. aus der Sicht einer Raumbasis aus, an der die Raumgleiter nach rechts vorbeifliegen? Versuche dazu auch eine Skizze zu machen.

A24 b Wie wäre der Effekt aus der Sicht der Raumstation, wenn die Beschleunigung der Raumschiffe größer wäre?

A24 c Nimm an, dass die Beschleunigung so groß wäre, dass der Abstand zwischen den Raumschiffen aus Sicht der Raumstation vollkommen verschwinden würde. Würden die Raumschiffe noch einmal beschleunigen, würden sie zusammenstoßen und verbeult werden. Wie ist es aber möglich, dass aus der Sicht der Raumschiffe der Abstand nach wie vor unverändert ist (und sie daher nicht verbeult sind), aus der Sicht der Raumstation die Raumschiffe aber nach dem Beschleunigungsvorgang verbeult sein müssten? Wie kann man diese paradoxe Situation auflösen?

A25 Berechne aus Sicht der Myonen bzw. eines mit den Myonen mitfliegenden Beobachters, welcher Bruchteil der in 10 km entstehenden Myonen die Erdoberfläche erreicht. Die benötigten Angaben findest du in A11.

A26 Dass es keine Querkontraktion geben kann, kann man mit Hilfe von zwei bewegten Zylindern ableiten (siehe S. 21). Es geht aber auch anders. Überlege dir dazu, was z. B. mit einer Patrone in einer Superpistole aus Sicht des ruhenden und des mitbewegten Beobachters passieren würde, wenn sich diese mit relativistischer Geschwindigkeit bewegt. Überlege dir weiters, was mit einem Hochgeschwindigkeitszug passieren würde, der sich mit relativistischer Geschwindigkeit über die Schienen bewegt.

A27 a Nimm an, du hast einen 1 m langen Pfeil und ein 0,8 m langes Rohr (Abb. 12). Mit welcher Geschwindigkeit muss der Pfeil durch das Rohr fliegen, damit er genauso lang wie das Rohr ist? In welchem Bezugssystem gilt deine Berechnung?

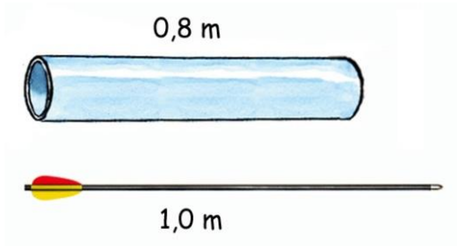

Abb. 12 (Grafik: Martin Apolin)

A27 b Wenn sich der Pfeil mit 0,6 *c* bewegt, dann passt er exakt in das Rohr hinein (siehe Lösung zu A27 a und Abb. 13a nächste Seite). Wie ist das aber nun, wenn du mit dem Pfeil mitfliegst? Dann ist ja das Rohr verkürzt, und der sowieso schon zu lange Pfeil passt dann erst recht nicht hinein (Abb. 13b). Wie lässt sich dieser Widerspruch lösen? "Geschichten" (also physikalische Ereignisse) müssen doch auch im Rahmen der SRT gleich ausgehen! Was ist zum Beispiel, wenn auf dem Pfeil vorne und hinten Kameras montiert sind? Diese sollen zu dem Zeitpunkt, wenn der Pfeil aus der Sicht des Rohres exakt in dieses hinein passt (Abb. 13a), je ein Foto schießen. Würde man dann aus Sicht des Pfeils (Abb. 13b) nicht ins Leere fotografieren?

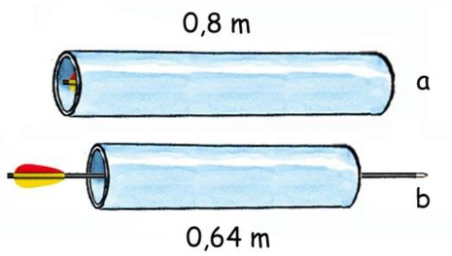

Abb. 13 (Grafik: Martin Apolin)

A28 a Schätze die Driftgeschwindigkeit von Elektronen ab, wenn durch eine Leitung mit einem Durchmesser von 1 mm die Stromstärke von einem Ampere fließt. Hilf dir mit Abbildung 14. Was du noch wissen musst: In Kupfer befinden sich etwa 10^{29} freie Elektronen pro Kubikmeter. Berechne zuerst, wie viele Elektronen pro Sekunde durch einen Leiterquerschnitt fließen. Elektronen haben eine Ladung von $1{,}6\cdot10^{-19}$ C. Der „virtuelle Zylinder", in dem sich diese Elektronen befinden, muss sich in einer Sekunde um seine eigene Höhe verschieben, damit alle diese Elektronen an der Messstelle vorbeikommen.

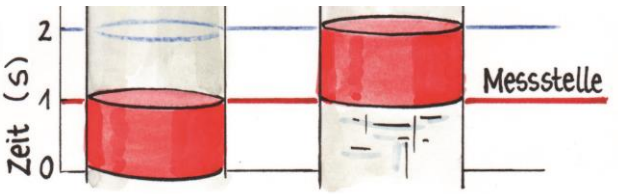

Abb. 14 links: Zu Beginn der Messung; rechts: nach einer Sekunde. Im Zylinder befindet sich 1 C an Ladung. Wenn 1 C pro Sekunde an der Messstelle vorbeikommt, fließt Strom mit 1 A durch die Leitung. Die Höhe des Zylinders ist stark übertrieben dargestellt (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 23.3, S. 80, BB6).

A28 b Es ist sehr überraschend, aber man kann die Kraft, die zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern herrscht, mit Hilfe der Lorentz-Kontraktion ableiten. In Abb. 15 siehst du zwei Drähte ohne Stromfluss. Nimm nun an, dass an beiden Drähten Spannung angelegt wird, und die Elektronen z. B. nach rechts zu fließen beginnen. Bewege dich in Gedanken mit den Elektronen mit und versuche nun aus Sicht der SRT die Situation der Ladungen in den beiden Drähten einzuzeichnen. Was wird mit den Drähten passieren? Überlege dann weiters was passiert, wenn der Strom in den Leitern antiparallel fließt, also in die Gegenrichtung. Bewege dich dazu wieder in Gedanken mit den Elektronen in Draht 2 mit, und versuche dazu ebenfalls eine Skizze zu machen!

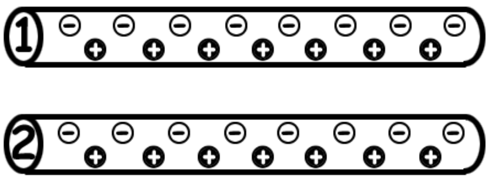

Abb. 15 (Grafik: Martin Apolin)

A28 c Wie groß ist der Faktor der Lorentz-Kontraktion bei der Driftgeschwindigkeit der Elektronen (siehe A28 a)? Verwende für deine Berechnung die Näherungsformel (für $v << c$): $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$. Die Lichtgeschwindigkeit beträgt etwa $3\cdot10^8$ m/s. Wie kann dieser winzige Faktor die Anziehung oder Abstoßung der Drähte verursachen?

Hilfe zu A1: Dieser Effekt gilt nicht nur für Lichtuhren, sondern generell für alle Uhren. Warum? Würde irgendeine Uhr bei Bewegung anders gehen als die anderen, dann hätte man ja eine Möglichkeit, seine Geschwindigkeit absolut zu messen. Man könnte dann zum Beispiel schauen, um wie viel anders eine Quarzuhr als eine Lichtuhr oder Atomuhr geht und könnte dann auf die Geschwindigkeit rückschließen. Und genau das verbietet das moderne Relativitätsprinzip. Oder anders formuliert: Die Naturgesetze nehmen in allen Inertialsystemen die selbe Form an. Wenn das aber so ist, dann müssen auch alle Uhren synchron gehen, denn die Ganggeschwindigkeit jeder beliebigen Uhr hängt von den Naturgesetzen ab.

Hilfe zu A2: Man kann es mit Abb. 1 so erklären: Wenn sich die Lichtwelle auf einen Radius von 30 cm ausgedehnt hat, ist für dich eine Nanosekunde vergangen. In der nach rechts bewegten Uhr hat jedoch die Lichtwelle den oberen Rand noch nicht erreicht, es hat also noch nicht „getickt“. Für die bewegte Uhr ist daher weniger Zeit vergangen. Mit Abb. 2 kann man es so erklären: In einer ruhenden Lichtuhr (a) legt das Photon einen kürzeren Weg zurück als in einer bewegten (b). Die Lichtgeschwindigkeit ist aber immer gleich groß. Bei der bewegten Uhr liegt mehr Zeit zwischen den „Ticks“ – sie geht langsamer.

Hilfe zu A3: Wenn du beide Achsen gleich skalierst, dann liegen die Punkte auf einem Viertelkreis (Abb. 16)! Überrascht!? Man kann ja die Zeitdehnung mit Hilfe einer bewegten Lichtuhr ableiten. Der Viertelkreis im Graph ist im Prinzip nichts anderes als das rechte obere Viertel dieser Kugelwelle (siehe Abb. 17).

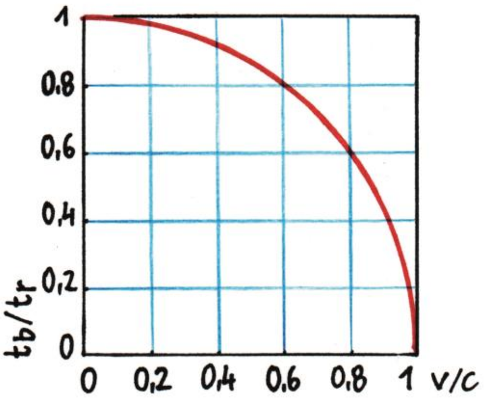

Abb. 16 (Grafik: Janosch Slama)

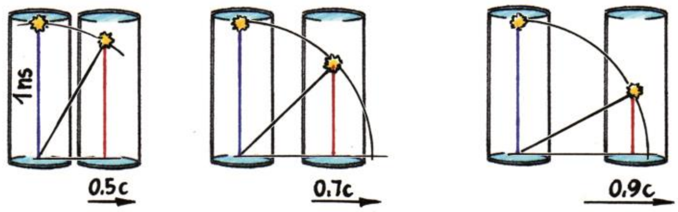

Abb. 17: Die Abbildungen zeigen jeweils eine ruhende und eine nach rechts bewegte Lichtuhr bei verschiedenen Geschwindigkeiten. Der Lichtblitz wurde gestartet, als sich beide Uhren auf gleicher Höhe befanden. Der blaue Strich zeigt die in der ruhenden Uhr vergangene Zeit an, der rote die in der bewegten Uhr (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 40.5, S. 17)

Hilfe zu A4: Je größer die Relativgeschwindigkeit bereits ist, desto stärker wirkt sich eine Vergrößerung der Geschwindigkeit auf die Zeitdehnung aus (siehe Abb. 18). Das liegt daran, dass der Viertelkreisbogen nach rechts hin immer steiler wird.

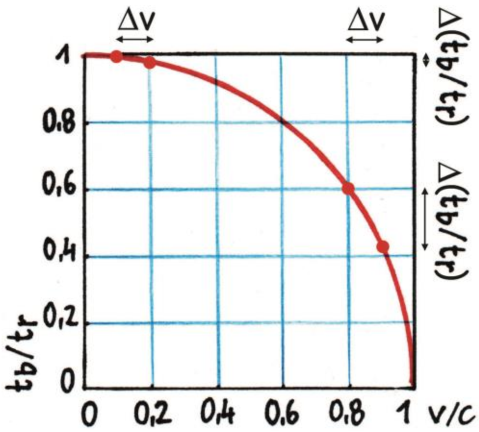

Abb. 18 (Grafik: Janosch Slama und Martin Apolin)

Hilfe zu A5: Die Strecken AB‘ und AB sind gleich lang. Sie sind der Radius der Lichtkugel und stehen gleichzeitig für die Zeit, die in der ruhenden Uhr vergangen ist. CB steht für die Zeit, die in der bewegten Uhr vergangen ist. Schließlich gibt AC an, wie weit sich die Lichtuhr seit dem Starten des Lichtblitzes bewegt hat.

Diese drei Strecken bilden ein rechtwinkeliges Dreieck und es gilt: $\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{CB}^2 \rightarrow \mathrm{CB} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 - \mathrm{AC}^2}$.

Weil wir am Verhältnis zwischen den vergangenen Zeiten in den beiden Uhren interessiert sind, können wir AB=1 setzen. AC gibt das Verhältnis zwischen der Lichtgeschwindigkeit *c* und der Geschwindigkeit der Uhr *v* an. Daher kann man schreiben AC = *v*/*c*. Wenn man oben einsetzt, erhält man $\mathrm{CB} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Nun treffen wir noch zwei Vereinbarungen. Die Zeit, die für den ruhenden Beobachter vergangen ist, nennen wir t_r, die

Zeit, die von uns aus gesehen für den bewegten Beobachter vergangen ist t_b und erhalten somit $t_b = t_r\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

Hilfe zu A6: Aus $t_b = t_r\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ folgt $\frac{t_b}{t_r} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Die Geschwindigkeit von 108 km/h entspricht 30 m/s. Berechnen wir zuerst nur den Faktor $\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{v}{c}\right)^2$. Durch Einsetzen der Werte erhält man $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{3\cdot10^1}{3\cdot10^8}\right)^2 = (10^{-7})^2 = 10^{-14}$. Der Wert unter der Wurzel beträgt also $1\text{-}10^{-14}$. Die meisten Taschenrechner haben nicht genug Stellen und zeigen daher den Wert 1 an. Man kann aber die Rechnung zum Beispiel auf einem iPhone, in Excel oder mit dem Windows-Taschenrechner in der wissenschaftlichen Anzeige berechnen. Dann erhält man für t_b/t_r den Wert 0,999999999999995.

Hilfe zu A7: Aus A6 folgt t_b/t_r = 0,999999999999995. Andererseits soll gelten t_b - t_r = 1 s. Es gilt daher 0,999999999999995$\cdot t_r$ - t_r = 1 s und somit $t_r\cdot$(0,999999999999995 - 1) = $t_r\cdot$0,000000000000005 = $t_r\cdot 5\cdot10^{-15}$ = 1 s. Für t_r erhält man daher 1 s/$5\cdot10^{-15}$ = $2\cdot10^{14}$ s. Weil ein Jahr 60·60·24·365 s = $3{,}15\cdot10^7$ s hat, beträgt die benötigte Zeit $2\cdot10^{14}$ s/($3{,}15\cdot10^7$ s pro Jahr) = $6{,}34\cdot10^6$ Jahre. Du müsstest also über 6 Millionen Jahre unterwegs sein, damit der Effekt eine mickrige Sekunde beträgt.

Hilfe zu A8: Aus $t_b = t_r\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ folgt $\frac{t_b}{t_r} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Nun kann man quadrieren und erhält $\frac{t_b{}^2}{t_r{}^2} = \left(\frac{t_b}{t_r}\right)^2 = 1-\left(\frac{v}{c}\right)^2$. Durch Umformen erhält man $\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1-\left(\frac{t_b}{t_r}\right)^2$ und schließlich $\frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{t_b}{t_r}\right)^2}$.

Hilfe zu A9: Es gilt $\frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{t_b}{t_r}\right)^2}$ (siehe A8). Wenn die bewegte Uhr um 1 % langsamer geht, dann bekommt man $\frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{t_b}{t_r}\right)^2} = \sqrt{1-0{,}9801} \approx 0{,}14$. Man muss also 0,14 *c* erreichen, was absolut gesehen 42.000.000 m/s oder 42.000 km/s entspricht. Nichts von Menschenhand Gebautes erreicht diese Geschwindigkeit. Der 2012 eingemottete Space Shuttle erreichte schlappe 8 km/s und selbst die Voyager 1 fliegt nur mit 17 km/s. Sie ist daher um einen Faktor 2500 langsamer als die oben berechnete Geschwindigkeit. Die Zeitdilatation ist daher im Alltag und auch im "All"-Tag nur mit Präzisionsinstrumenten messbar, aber für Menschen niemals direkt zu bemerken (siehe auch A6 und A7).

Hilfe zu A10: Um die Geschwindigkeit zu berechnen, müssen wir uns zuerst noch Gedanken über die Halbwertszeit *(τ)* machen. Wenn von dir aus gesehen für das Myon die Zeit halb so schnell vergeht, dann verdoppelt sich seine Halbwertszeit; wenn die Zeit ein Drittel so schnell vergeht, verdreifacht sich die Halbwertszeit und so weiter. Aus $t_b = t_r\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ folgt daher $\tau_b = \frac{\tau_r}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ und somit, wenn du umformst, $\tau_r = \tau_b\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Die Formel aus A8 ändert sich daher zu $\frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{\tau_r}{\tau_b}\right)^2}$. Die Halbwertszeiten betragen laut Abbildung 5 1,5 µs und 44,1 µs. Für den Faktor *v/c* ergibt das dann 0,99942137. Die Myonen waren bei diesem Experiment mit 0,9942 *c* unterwegs, also mit 99,42 % der Lichtgeschwindigkeit.

Hilfe zu A11: Ohne SRT (klassisch): Welche Strecke fliegen die Myonen in der Halbwertszeit? Es gilt *s* = *v*·*t*. Die Strecke beträgt daher $0{,}995\cdot3\cdot10^8$ m/s$\cdot1{,}5\cdot10^{-6}$ s = 447,75 m ≈ 450 m. Die Strecke zur Erde (10 km) entspricht daher 10.000 m/450 m = 22,2 Halbwertszeiten. Es gilt daher $N(t) = N_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}} = N_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{22{,}2} = N_0\cdot 2{,}08\cdot10^{-7}$. Es würde in diesem Fall also weniger als ein Millionstel der entstehenden Myonen auf der Erdoberfläche ankommen. Gälte die SRT nicht, könnte man also auf der Erdoberfläche praktisch keine Myonen messen.

Mit SRT: Bei 0,995 *c* wächst die Halbwertszeit um den Faktor $1/\sqrt{1-v^2/c^2} \approx 10$ an. Die Halbwertszeit beträgt daher aus Sicht des ruhenden Beobachters, also aus Sicht der Erde, etwa 15 µs. Welche Strecke fliegen die Myonen in der Halbwertszeit? $0{,}995\cdot3\cdot10^8$ m/s$\cdot10\cdot1{,}5\cdot10^{-6}$ s = 4477,5 m ≈ 4500 m. Die Strecke zur Erde (10 km) entspricht daher 10.000 m/4500 m = 2,2 Halbwertszeiten. Es gilt $N(t) = N_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2{,}2} = N_0\cdot 0{,}22$. Tatsächlich kommt also knapp ein Viertel (22 %) aller Myonen auf der Erde an. Man kann daher um den Faktor $0{,}22/2{,}08\cdot10^{-7} \approx 10^6$ mehr Myonen messen, als man aus nichtrelativistischer Sicht erwarten könnte.

Hilfe zu A12 a: Ein Jahr hat 60·60·24·365 s = $3{,}15\cdot10^7$ s. Ein Lichtjahr entspricht daher der Strecke von $3{,}15\cdot10^7$ s$\cdot3\cdot10^8$ m/s ≈ $9{,}5\cdot10^{15}$ m. Bei einer Geschwindigkeit von 17 km/s ($17\cdot10^3$ m/s) würdest du etwa $5{,}6\cdot10^{11}$ s benötigen, also rund 18.000 Jahre. Das wäre eine etwas langwierige Angelegenheit.

Abb. 19 Raumschiffbesatzung bei herkömmlichen Geschwindigkeiten (Grafik: Janosch Slama).

Hilfe zu A12 b: Von der Erde aus gesehen würdest du für die Strecke zu Proxima Centauri *t* = *s/v* = 4,2 LJ/0,99 *c* = 4,24 Jahre brauchen. Weil du dich dabei aber mit 0,99 *c* bewegst, alterst du aus Sicht der Erde langsamer: $t_\text{b} = t_\text{r}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} =$ $4{,}24\text{ Jahre}\cdot\sqrt{1-0{,}9801} = 0{,}598\text{ Jahre}$.
Aus deiner Sicht sieht die Sache anders aus, weil du natürlich zu dir selbst ruhst und daher normal alterst. Allerdings ist durch die Lorentzkontraktion die Strecke verkürzt und nicht mehr 4,2 LJ sondern nur mehr $l_b = l_\text{r}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} =$ $4{,}2\text{ LJ}\cdot\sqrt{1-0{,}9801} = 0{,}592\text{ LJ}$. Weil du dich mit 0,99 c bewegst, brauchst du dafür die Zeit *t* = *s/v* = 0,592 LJ/0,99 *c* = 0,598 Jahre. Du kommst natürlich wieder auf dasselbe Ergebnis.

Hilfe zu A13: Leider immer noch nicht. Die Zeitdilatation spielt ja nur eine Rolle, wenn man *ein anderes System* betrachtet, das sich am eigenen mit hoher Geschwindigkeit vorbeibewegt. Nachdem man zu sich selbst immer ruht, vergeht auch die Zeit immer normal. Ein außenstehender Beobachter hätte allerdings den Eindruck, dass Faust kaum altert, wenn er sich mit hoher Geschwindigkeit bewegt. Faust hat davon aber nichts.

Hilfe zu A14: Ja, denn das ist im Prinzip der Effekt, der durch das Zwillingsparadoxon beschrieben wird! Wenn der Vater mit hoher Geschwindigkeit durch das All reist und lange genug weg ist, könnte er bei der Ankunft auf der Erde jünger als sein Sohn sein.

Hilfe zu A15: In Abb. 20 a siehst du die gewohnte Darstellung, mit der man die Zeitdilatation ableiten kann. Man kann die x-Achse als Raum-Achse ansehen. Sie zeigt, mit welcher Geschwindigkeit sich die Uhr durch den Raum bewegt. Die y-Achse kann man als Zeit- Achse ansehen. Sie zeigt, mit welcher Geschwindigkeit sich die Uhr durch die Zeit bewegt. Nun haben wir ein zweidimensionales Raum-Zeit-Diagramm (Abb. 20 b).

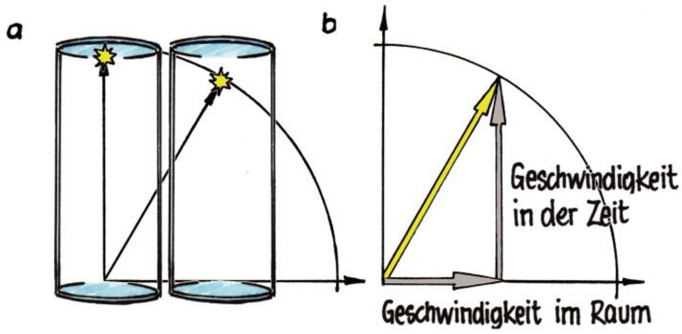

Abb. 20 a) Eine Lichtuhr bewegt sich nach rechts an einer ruhenden vorbei. b) Der Vorgang als Raum-Zeit-Diagramm. (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 40.6, S. 17)

Abb. 21: Egal wie schnell die Geschwindigkeiten durch Raum und Zeit sind, die Geschwindigkeit durch die Raum-Zeit (gelber Pfeil) ist immer gleich groß (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 42.9, S. 33).

Wir bleiben bei dieser Darstellung und sehen uns drei Lichtuhren an (Abb. 21). Bei a ruht die Uhr relativ zu dir. In ihr vergeht die Zeit maximal schnell. Bei b bewegt sich die Uhr mit 0,5 c. Sie hat sowohl Geschwindigkeit durch den Raum als auch durch die Zeit. Bei c bewegt sich die Uhr mit Lichtgeschwindigkeit (was ja eigentlich nicht möglich ist). Sie würde sich nur durch den Raum bewegen – die Zeit stünde still. In allen drei Fällen ist der gelbe Pfeil gleich lang. Er zeigt die Geschwindigkeit durch die Raum-Zeit an. Diese ist in allen drei Fällen gleich groß und es gilt:
$v\ in\ der\ Raumzeit = \sqrt{(v\ im\ Raum)^2} + \sqrt{(v\ in\ der\ Zeit)^2}$.
Sehen wir uns das Zwillingsparadoxon unter diesem Gesichtspunkt an. Albert bleibt auf der Erde zurück und Anton fliegt aus seiner Sicht 10 Jahre lang mit 0,9682 *c* durchs All. Nach genau 5 Jahren wendet er. Die Raum-Zeit-Diagramme sehen dann so aus wie in Abb. 6. Die gelben Pfeile sind in Summe gleich lang, auch wenn der eine geknickt ist. Albert bewegt sich mit maximaler Geschwindigkeit durch die Zeit und altert um 40 Jahre. Anton bewegt sich aber auch durch den Raum, und daher kann seine Geschwindigkeit durch die Zeit nicht so groß sein. Er altert nur um 10 Jahre.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2010. | www.oebv.at | Big Bang 8 | ISBN: 978-3-209-04868-4

Hilfe zu A16: Würden Neutrinos mit Lichtgeschwindigkeit fliegen, würde für sie aus unserer Sicht keine Zeit vergehen. Sie altern nicht und ihr Zustand wäre somit eingefroren. Dadurch könnten sie sich aber auch nicht umwandeln, denn das setzt das Fließen von Zeit voraus.

Hilfe zu A17: Diese Aussage ist falsch. Die SRT verbietet, dass die Lichtgeschwindigkeit erreicht und überschritten wird, und zwar von oben und unten. Das kann man sich mit den beiden Geleisen in Abb. 7 vorstellen. Das untere Geleis entspricht allen materiellen Objekten. Diese können sich der Lichtgeschwindigkeit beliebig nähern, sie aber nicht erreichen. Am Horizont befinden sich die Photonen. Diese bewegen sich ausschließlich mit *c*. Der Bereich darüber steht nicht im Widerspruch zur SRT. Dort liefert die Gleichung zur Zeitdehnung eine komplexe Lösung. Niemand weiß, was das bedeutet, aber man hat den hypothetischen Teilchen den Namen Tachyonen gegeben (gr. tachys = schnell).

Hilfe zu A18: Es wird darauf angespielt, dass sich Neutrinos, sollten sie mit Überlichtgeschwindigkeit unterwegs sein, eventuell in der Zeit zurückbewegen könnten, womit das Prinzip von Ursache und Wirkung auf den Kopf gestellt würde.

Hilfe zu A19: Es ist offensichtlich, dass hier von Tachyonen gesprochen wird ("... und sich schneller als Licht bewegt"), auch wenn von "Tachyon Energie" die Rede ist. Es ist schon sehr bemerkenswert, dass hier also zu sehr überteuerten Preisen Produkte angeboten werden, die auf Basis von Teilchen funktionieren sollen, die man zumindest bisher gar nicht gefunden hat. Der Text strotzt von typischen esoterischen Formulierungen in pseudowissenschaftlicher Manier, die aber vollkommen aussagelos sind, etwa

"Tachyon Energie ist keine bestimmte Form von Energie, sonder [sic!] eher schließt sie alle Energien in sich ein."

"Am allerwichtigsten, Tachyon Energie hat eine Schlüsselfunktion im Energetischen Kontinuum, dem Energiestrom von der unendlichen Formlosigkeit hinab bis zur vollkommenen Form."

"Die Subtil Organisierenden Energiefelder (SOEF) der Thymusdrüse wandeln Tachyon in die verschiedenen Frequenzen um, die benötigt werden, um Ordnung und Harmonie herzustellen."

Hilfe zu A20: Wenn sich der Laser um 90° in einer Sekunde dreht, dann entspricht das 1° in 1/90 Sekunde oder 0,5° in 1/180 Sekunde ($\approx 5{,}6 \cdot 10^{-3}$ s). Der Lichtpunkt fegt in 1/180 Sekunde über den gesamten Monddurchmesser, und seine Geschwindigkeit beträgt daher $v = 3{,}4 \cdot 10^6$ m/$5{,}6 \cdot 10^{-3}$ s $= 6{,}07 \cdot 10^8$ m/s $\approx 2c$. Wenn die Entfernung größer ist (wenn man etwa den Mars beleuchtet) und die Drehung schneller, kann man noch wesentlich höhere Geschwindigkeiten erreichen.

Hilfe zu A21: Die Relativitätstheorie verbietet, dass sich „Dinge“ mit *c* oder schneller bewegen. Was ist ein Lichtpunkt am Mond? Das ist die Stelle, auf der Photonen auftreffen, aber kein „Ding“. Bewegt sich irgend ein „Ding“ schneller als *c*, wenn du den Laser schwenkst? Nein, nur die Aufprallstelle der Lichtteilchen wandert über den Mond, und das ist nicht verboten. Ein Anruf in Stockholm zahlt sich also nicht aus.

Hilfe zu A22 a: Bei senkrechtem Lichteinfall ist der Schatten eines ruhenden Objekts immer direkt unter diesem. Der flinke Pfeilpirol erzeugt aber unter sich sozusagen eine Art "Schattenschleppe" (Abb. 22). Während er sich um 0,5 m horizontal weiterbewegt hat, hat das Licht 1 m in senkrechter Richtung zurückgelegt.

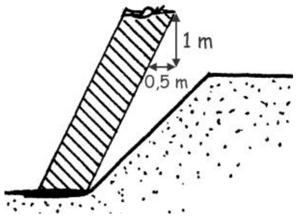

Abb. 22 (Grafik: Janosch Slama)

Hilfe zu A22 b: Solange der Pfeilpirol über ebenem Gelände fliegt, hinkt der Schatten am Boden räumlich und zeitlich etwas hinter dem Vogel her. Er hat sozusagen noch nicht „kapiert“, dass der Vogel schon weiter ist (siehe Abb. 22). Aber er hat immer die Geschwindigkeit des Vogels. Was passiert mit dem Schatten, wenn der Pfeilpirol über eine Böschung fliegt? Erstens muss er auf der Böschung einen längeren Weg zurücklegen. Zweitens hat der Schatten am Boden nach dem Überwinden der Böschung weniger Verzögerung (da das Licht eine kürzere Strecke zurücklegen muss), hinkt also in horizontaler Richtung weniger nach.

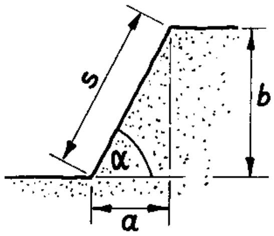

Abb. 23 zu A22 b (Grafik: Janosch Slama)

Abbildung 23 zeigt eine Böschung mit der Länge *s*, der Höhe *b* und dem Winkel α. Der Pfeilpirol mit der Geschwindigkeit v_p benötigt bei waagrechtem Flug für die Strecke *a* die Zeit

$t_1 = \frac{a}{v_p} = \frac{s \cdot \cos\alpha}{v_p}$. Die Laufstrecke des Lichts verringert sich aber, wenn der Schatten komplett auf der Böschung ist, um die Strecke *b*. Dadurch verringert sich auch das zeitliche Nachhinken des Schattens um die Zeit $t_2 = \frac{b}{c} = \frac{s \cdot \sin\alpha}{c}$. Die Zeit, die der Schatten benötigt, um die Böschung hinaufzulaufen, ist also die Zeit t_1, die der Pfeilpirol für die Strecke *a* benötigt, *minus* der Zeitersparnis des Lichts t_2. Die Geschwindigkeit des Schattens beträgt daher $v_s = \frac{s}{t} = \frac{s}{t_1 - t_2} = \frac{s}{\frac{s \cdot \cos\alpha}{v_p} - \frac{s \cdot \sin\alpha}{c}} = \frac{1}{\frac{\cos\alpha}{v_p} - \frac{\sin\alpha}{c}} = \frac{v_p}{\cos\alpha - \frac{v_p}{c}\sin\alpha}$. Wenn der Pfeilpirol 0,5 *c* fliegt, verändert sich die Gleichung zu $v_s = \frac{0{,}5}{\cos\alpha - 0{,}5 \cdot \sin\alpha}$. Der Schatten kann daher jede beliebige Geschwindigkeit erreichen, denn bei einem bestimmten Winkel wird der Nenner null. Dann gilt $\cos\alpha = 0{,}5 \cdot \sin\alpha$ und $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\tan\alpha} = 0{,}5$. Daraus folgt $\tan\alpha = \frac{1}{0{,}5} = 2$ und $\alpha = \arctan 2 \approx 63{,}4°$. Wenn der Böschungswinkel also 63,4 ° beträgt (und somit den Winkel der Schattenschleppe hat), wird v_s unendlich groß, weil die gesamte Böschung sofort in den Schatten taucht (siehe Abb. 24).

Bringt das Ergebnis die SRT in Gefahr? Nein! Es ist ähnlich wie beim Laserpunkt am Mond (A20). Ein Schatten besteht aus „Nichts“. Er ist kein "Ding", sondern nur der Ort, an dem kein Licht auftrifft, und er hat somit auch keine Masse. Er schafft daher das, was Raumschiff Enterprise leider versagt bleibt: den lockeren Sprung über Lichtgeschwindigkeit.

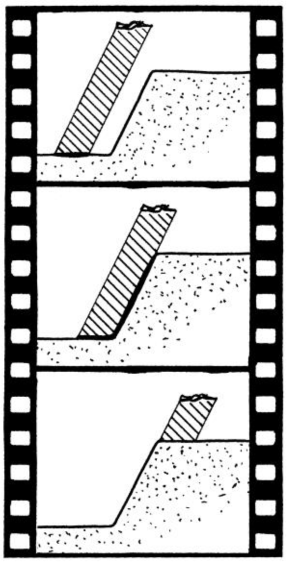

Abb. 24 (Grafik: Janosch Slama)

Hilfe zu A23: Leider wird auch das nicht funktionieren. Man spricht zwar in der Physik von Festkörpern, aber es gibt keine 100-prozentig starren Körper. Wenn du das eine Ende in Bewegung setzt, dann wird sich auf Grund der Elastizität der ganze Stab etwas verkürzen. Er wird gestaucht. Diese gestauchte Stelle läuft nun – mit einer Geschwindigkeit kleiner als *c* - zum anderen Ende, bis sich auch dieses bewegt. Was du damit gezeigt hast: Die Relativitätstheorie sagt voraus, dass es keine 100-prozentig starren Körper gibt. Wenn du doch einen findest, könntest du unendlich schnelle Nachrichten übertragen. Dann hättest du Einstein wirklich widerlegt!

Hilfe zu A24 a: Was könnte man aus der Sicht einer Raumstation sehen, an der die Raumgleiter nach rechts an dir vorbeifliegen (Abb. 25)? Da sich die Flotte nach rechts bewegte, erreichte das Signal zunächst das linke Raumschiff (b). Weil das Raumschiff entgegenkommt, beträgt die Zeit des Lichtsignals nämlich *weniger* als 30 ns. Das linke Raumschiff beschleunigt daher zuerst.

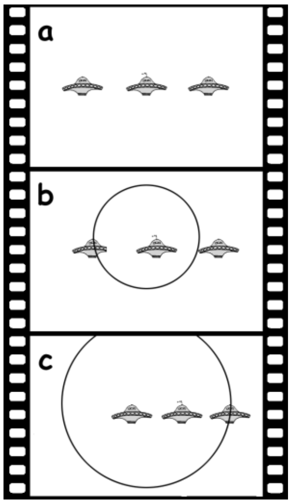

Abb. 25 (Grafik: Martin Apolin)

Dann beschleunigte der Kommandant 30 ns, nachdem er das Signal ausgesendet hat. Zuletzt erreichte das Signal das rechte Raumschiff (c), weil das Lichtsignal diesem nacheilen muss und daher *länger* als 30 ns benötigt. Aus Sicht der Raumstation beschleunigte also zuerst das linke, dann das mittlere und zuletzt das rechte Raumschiff. Und der Effekt? Nach der Beschleunigung ist der Abstand zwischen den Raumgleitern kleiner (c) als vorher (a). Aus der Sicht der drei Piloten hat sich nach der Beschleunigung nichts geändert (Abb. 11c).

Hilfe zu A24 b: Wäre die Beschleunigung größer, wäre der Abstand zwischen den Raumschiffen noch geringer geworden. Warum? Weil die Lichtwelle das linke Raumschiff noch früher und das rechte Raumschiff noch später erreicht hätte.

Hilfe zu A24 c: Die Lösung ist, dass nicht nur der Raum zwischen den Raumschiffen schrumpft (Abb. 26a), sondern der Raum als Ganzes und somit auch die Raumschiffe selbst (b). Dadurch verschwindet die Paradoxie. Man kann also auf diese Weise qualitativ die Lorentz-Kontraktion ableiten.

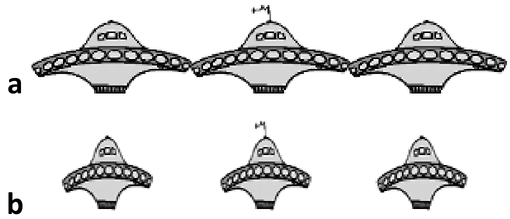

Abb. 26 (Grafik: Martin Apolin)

Hilfe zu A25: Die in 10 km Höhe entstehenden Myonen haben eine Halbwertszeit τ von rund 1,5 µs und eine Geschwindigkeit von etwa 0,995 c. An dieser Halbwertszeit ändert sich natürlich nichts, wenn man sich mit den Myonen mitbewegt. Allerdings scheint auf Grund der hohen Geschwindigkeit die entgegenkommende Erde abgeplattet zu sein. Auch die Strecke zur Erdoberfläche verkürzt sich durch die Lorentz-Kontraktion und zwar auf $l_b = l_r\sqrt{1 - v^2/c^2} = 10\ \mathrm{km} \cdot 0{,}09987 \approx 1\ \mathrm{km}$. Welche Strecke fliegen die Myonen in der Halbwertszeit von 1,5 µs? Es gilt $s = v \cdot t$. Die Strecke beträgt daher $0{,}995 \cdot 3 \cdot 10^8$ m/s$\cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ s = 447,75 m ≈ 450 m. Die Strecke zur Erde (1 km) entspricht daher 1000 m/450 m = 2,2 Halbwertszeiten. Es gilt $N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2{,}2} = N_0 \cdot 0{,}22$. Es kommen also knapp ein Viertel (22 %) aller Myonen auf der Erde an. Das Ergebnis muss natürlich dasselbe sein wie bei A11.

Hilfe zu A26: Aus der Sicht der Pistole würde die Kugel schrumpfen und somit eine zu lose Führung entstehen (Abb. 27). Die Gase würden seitlich austreten und die Patrone würde wesentlich langsamer aus dem Lauf fliegen. Aus Sicht der Patrone würde die Pistole schrumpfen und sie würde stecken bleiben. Die "Geschichten" würden also unterschiedlich ausgehen. Beim Zug wäre es ähnlich. Aus der Sicht der Schienen würde der Zug geschrumpft erscheinen und nach innen entgleisen (Abb. 28). Aus Sicht des Zugs würden die Schienen schrumpfen und er würde nach außen entgleisen. Auch hier würden also die "Geschichten" unterschiedlich ausgehen. Es ist aber logisch, dass der Ausgang einer „Geschichte" nicht vom Beobachter abhängen kann. Dieser logische Widerspruch macht daher klar, dass es keine Querkontraktion geben kann.

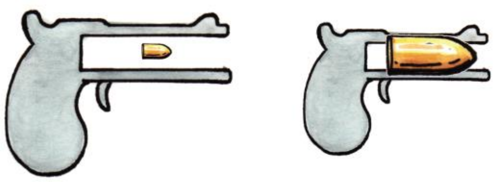

Abb. 27 (Grafik: Janosch Slama)

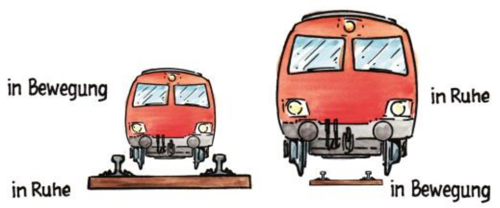

Abb. 28 (Grafik: Janosch Slama)

Hilfe zu A27 a: Damit sich der Pfeil verkürzt, das Rohr aber seine Länge behält, musst du dich im Ruhesystem des Rohrs befinden. Die Geschwindigkeit des Pfeils muss so groß sein, dass er auf Grund der Lorentz-Kontraktion nur mehr 0,8 m lang ist. Es gilt $l_b = l_r\sqrt{1 - v^2/c^2}$ und somit $\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{l_b}{lr}\right)^2} = \sqrt{1 - 0{,}8^2} = 0{,}6$. Wenn der Pfeil also mit 0,6 *c* durch das Rohr fliegt, dann schrumpft er auf 0,8 m und passt für einen Moment exakt in das Rohr hinein.

Hilfe zu A27 b: Ob der Pfeil in das Rohr passt oder nicht, hängt tatsächlich vom Bezugssystem ab. Aus der Sicht des Rohrs passt der Pfeil hinein (Abb. 29a), aus der Sicht des Pfeils ist das Rohr viel zu kurz (Abb. 29b und c). Das ist schon sehr verblüffend! Die "Geschichten" gehen aber trotzdem gleich aus, wenn man die Relativität der Gleichzeitigkeit mit einbezieht. Wenn aus Sicht des Rohres die Fotos gleichzeitig gemacht werden (Abb. 29a), sind natürlich die Rohrenden zu sehen. Aus Sicht des Pfeils werden die Fotos aber *nicht* zur selben Zeit gemacht! Aus seiner Sicht wurde das rechte Foto zuerst gemacht (Abb. 29b) und dann erst das linke (Abb. 29c)! Auch aus Sicht des Pfeils sind also die Rohrenden auf dem Foto zu sehen, und alles ist in Ordnung.

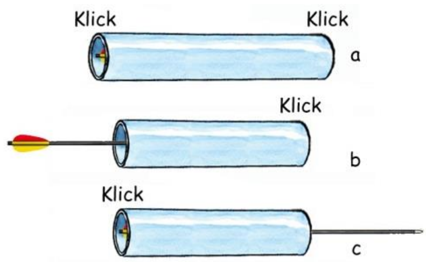

Abb. 29 (Grafik: Martin Apolin)

Hilfe zu A28 a: Wenn die Stromstärke ein Ampere beträgt, dann fließt pro Sekunde 1 C an der Messstelle vorbei. Ein Elektron hat eine Ladung von $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Es fließen also 1 C/($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C pro Elektron) = $6{,}25 \cdot 10^{18}$ Elektronen an der Messstelle vorbei. Zunächst brauchen wir die Höhe des Zylinders, in dem sich diese Anzahl von Elektronen befindet. In Kupfer befinden sich etwa 10^{29} freie Elektronen pro m³. Der Zylinder muss also ein Volumen von $6{,}25 \cdot 10^{18}/10^{29}$ m³ ≈ 10^{-10} m³ besitzen. Das Kabel hat einen Durchmesser von 1 mm und somit einen Radius von 0,5 mm oder $5 \cdot 10^{-4}$ m. Die Querschnittsfläche des Kabels beträgt daher $A = r^2\pi \approx 7{,}85 \cdot 10^{-7}$ m². Das Volumen eines Zylinders ist $V = A \cdot h$ und seine Höhe daher $h = V/A = 1{,}27 \cdot 10^{-4}$ m ≈ 0,1 mm. Weil sich der Zylinder in einer Sekunde um seine eigene Höhe verschiebt, ergibt sich für die Driftgeschwindigkeit der Elektronen $v = s/t = 1{,}27 \cdot 10^{-4}$ m/s ≈ 0,1 mm/s.

Hilfe zu A28 b: Wenn wir uns mit den Elektronen nach rechts mitbewegen, dann bewegen sich die Protonen von uns aus gesehen nach links an uns vorbei. Durch diese Relativbewegung schrumpft der Abstand zwischen den Protonen. Aus der Sicht eines Elektrons in Draht 2 befinden sich in Draht 1 mehr anziehende Protonen (Abb. 30). Aus Sicht von Draht 2 ist es ebenso. Daher ziehen die beiden Drähte einander an. Nimm nun an, der Strom in Draht 2 fließt nach rechts und in Draht 1 nach links (Abb. 31). Wenn du dich wieder mit den Elektronen in Draht 2 mitbewegst, ist der Abstand der Protonen in Draht 1 und 2 wie im ersten Fall lorentzkontrahiert. Die Elektronen von Draht 1 bewegen sich aber in die Gegenrichtung und somit von dir aus gesehen doppelt so schnell wie die Protonen. Sie sind daher noch stärker kontrahiert - die Abstoßung überwiegt daher!

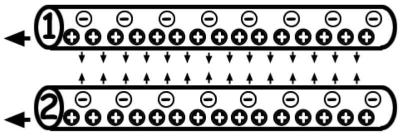

Abb. 30: Leiter mit parallelem Stromfluss, wenn man sich mit den Elektronen mitbewegt (Grafik: Martin Apolin).

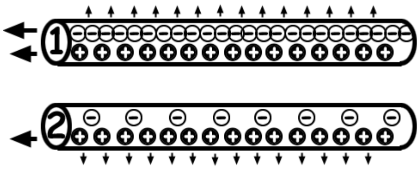

Abb. 31: Leiter mit anitparallelem Stromfluss, wenn man sich mit den Elektronen in Draht 2 mitbewegt (Grafik: Martin Apolin).

Hilfe zu A28 c: Die Driftgeschwindigkeit liegt in unserem Beispiel bei etwa 0,1 mm/s = 10^{-4} m/s. v^2 ist daher 10^{-8} m^2/s^2 und c^2 etwa 10^{17} m^2/s^2, womit sich für den Faktor v^2/c^2 absurd winzige 10^{-25} ergibt. Die Formel $l_b = l_r\sqrt{1 - v^2/c^2}$ lässt sich daher nicht mit dem Taschenrechner berechnen. Wenn man die Näherungsformel verwendet, erhält man $l_r = l_b\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = l_b + l_b\frac{1}{2}10^{-25}$. Die ruhenden Ladungen sind also wirklich nur um einen winzigen Tick weiter auseinander als die bewegten. Weil es aber auf der anderen Seiten 10^{29} freie Elektronen pro Kubikmeter gibt (10^{23} Elektronen pro Kubikzentimeter), können dadurch beachtliche Coulomb-Kräfte zustande kommen.