

## LÖSUNG ZU 804:

a) 1)

Die Fixkosten  $c$  entsprechen dem Funktionswert der Kostenfunktion  $K$  an der Stelle 0, d.h.  $K(0) = c$ . Aus der Abbildung erkennen wir, dass der Wert von  $c$  in etwa 50 betragen wird. Um den exakten Wert zu ermitteln, verwenden wir den eingezeichneten Punkt  $P = (100|492)$ :

$$K(100) = 440 + c = 492$$

Damit erhalten wir durch Umformen:

$$c = 52$$

Der Verkaufspreis  $p$  entspricht der Steigung der (homogenen) linearen Erlösfunktion  $E$ . Diese Steigung kann durch den eingezeichneten Punkt  $P = (100|492)$  ermittelt werden. Es gilt also:

$$p = \frac{492}{100} = 4,92$$

2)

Wir bilden zunächst die zugehörige Gewinnfunktion:

$$G(x) = E(x) - K(x) = 4,92 \cdot x - (0,04 \cdot x^2 + 0,4 \cdot x + 52) = -0,04 \cdot x^2 + 4,52 \cdot x - 52$$

Die Produktionsmenge, bei der der maximale Gewinn erzielt wird, entspricht einer lokalen Extremstelle. Wir bilden daher die 1. Ableitung und setzen diese gleich 0:

$$G'(x) = -0,08 \cdot x + 4,52 = 0$$

(Die 2. Ableitung ist  $G''(x) = -0,08$ , d.h. die entsprechende Lösung ist auf jeden Fall ein lokales Maximum)

Durch Lösen der Gleichung erhalten wir:  $x = 56,5$

Nachdem die Graphen der Funktionen zeigen, dass es keine Stelle geben kann, an der der Gewinn noch größer ist, ergibt sich bei einer Produktion von **56,5 ME** der größte Gewinn.

3)

Damit die obere Gewinnschranke bei 120 ME liegt, muss die Gleichung  $E(x) = K(x)$  die Lösung  $x = 120$  besitzen. D.h. es muss  $E(120) = K(120)$  gelten. Nachdem  $K$  unverändert bleibt, suchen wir in der nachstehenden Gleichung einen neuen Verkaufspreis  $p$ :

$$p \cdot 120 = 0,04 \cdot 120^2 + 0,4 \cdot 120 + 52 = 676$$

Es gilt also  $p = \frac{676}{120} = 5,633 \dots$

Der aktuelle Verkaufspreis beträgt 4,92 GE/ME. Wir berechnen nun also noch die prozentuale Erhöhung:

$$\frac{5,633 \dots}{4,92} = 1,14498 \dots$$

Der aktuelle Verkaufspreis müsste also um **rund 14,5 %** erhöht werden.



b) 1)

Für einige der Aussagen kann es hilfreich sein, die 1. Ableitung konkret zu berechnen. Es gilt:

$$K'(x) = 0,08 \cdot x + 0,4$$

Aussage A: Wir erkennen an der 1. Ableitung, dass diese für alle  $x \in [0; 130]$  immer größer 0 ist. Wir können dies auch am Verlauf des Graphen der Kostenfunktion  $K$  erkennen, da diese im entsprechenden Intervall streng monoton steigend ist. → richtig

Aussage B: Hier wird der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung angewendet. Da  $K$  eine Stammfunktion von  $K'$  ist, gilt für das Integral  $K(30) - K(0)$ . Da  $K(0) = c$  gilt, stimmt diese Aussage. → richtig

Aussage C: Die Grenzkostenfunktion ist eine lineare Funktion (deren Graph eine Gerade ist) und kann daher nicht linksgekrümmt sein. → falsch

Aussage D: Diese Beziehung gilt nur näherungsweise und wäre nur dann exakt richtig, wenn  $K$  eine lineare Funktion wäre. Man kann dies auch durch ein Gegenbeispiel widerlegen, beispielsweise gilt  $K'(1) \neq K(2) - K(1)$ . → falsch

Aussage E: Die Grenzkostenfunktion ist eine lineare Funktion mit Steigung 0,08. Sie ist also streng monoton steigend. → falsch

Lösung: A, B

