11 GEOMETRISCHE DARSTELLUNG VON VEKTOREN UND DEREN RECHENOPERATIONEN

W 11.01 Wie können Vektoren aus $\mathbb{R}^2$ geometrisch dargestellt werden? Erläutere beide Möglichkeiten der Darstellung!

W 11.02 Erläutere an einem selbstgewählten Beispiel, wie man die Addition von Vektoren aus $\mathbb{R}^2$ auf zwei verschiedene Arten geometrisch darstellen kann!

W 11.03 Erläutere an selbstgewählten Beispielen, wie man die Multiplikation eines Vektors aus $\mathbb{R}^2$ mit einer reellen Zahl geometrisch darstellen kann!

W 11.04 Erläutere die Parallelogrammregel anhand einer grafischen Darstellung!

W 11.05 Erläutere die Differenzregel anhand einer grafischen Darstellung!

W 11.06 Was versteht man unter dem Betrag eines Vektors? Wie kann man ihn geometrisch deuten?

W 11.07 Wie kann man den Abstand zweier Punkte $A, B \in \mathbb{R}^2$ berechnen?

W 11.08 Unter welchen Voraussetzungen nennt man zwei Vektoren aus $\mathbb{R}^2$ zueinander parallel?

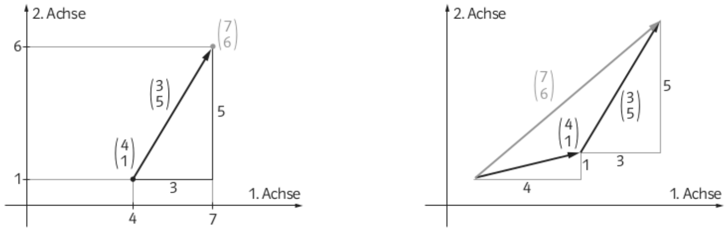
W 11.09 Unter welchen Voraussetzungen nennt man zwei Vektoren aus $\mathbb{R}^2$ zueinander normal?

W 11.10 Wie kann man zu einem gegebenen Vektor aus $\mathbb{R}^2$ einen Normalvektor ermitteln?

W 11.01 Ein Vektor $(a_1 \mid a_2)$ aus $\mathbb{R}^2$ kann geometrisch in einer Ebene als Punkt oder als Pfeil dargestellt werden.
Bei der Darstellung als Punkt im kartesischen Koordinatensystem ist a_1 die 1. Koordinate und a_2 die zweite Koordinate des Punktes.
Jedem Vektor aus $\mathbb{R}^2$ entspricht genau ein Punkt der Ebene. Umgekehrt entspricht jedem Punkt der Ebene genau ein Vektor aus $\mathbb{R}^2$.
Bei der Darstellung als Pfeil wählt man einen beliebigen Anfangspunkt und bewegt sich dann je nach Vorzeichen um a_1 in Richtung bzw. Gegenrichtung der 1. Achse und um a_2 in Richtung bzw. Gegenrichtung der 2. Achse. Dann verbindet man den Anfangspunkt mit dem Endpunkt. Ist $a_1 = 0$ oder $a_2 = 0$, so entfällt die entsprechende Bewegung.
Jedem Vektor aus $\mathbb{R}^2$ entsprechen unendlich viele Pfeile der Ebene, die alle gleich lang und (vom Nullvektor abgesehen) auch parallel und gleich gerichtet sind. Umgekehrt entspricht jedem Pfeil der Ebene genau ein Vektor aus $\mathbb{R}^2$.

W 11.02

$$\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\6\end{pmatrix}$$

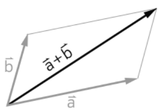


Punkt-Pfeil-Darstellung Pfeildarstellung

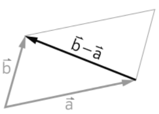
W 11.03

r > 0 r < 0 r = 0

W 11.04 Die Summe $\vec{a} + \vec{b}$ entspricht dem Diagonalpfeil eines von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms.



W 11.05 Die Differenz $\vec{b} - \vec{a}$ entspricht dem Diagonalpfeil eines von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms.



W 11.06 Unter dem Betrag eines Vektors $\vec{a} = (a_1 \mid a_2) \in \mathbb{R}^2$ versteht man die reelle Zahl $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$. Dem Betrag eines Vektors entspricht geometrisch die Länge eines dem Vektor zugeordneten Pfeils.

W 11.07 Sind A und B zwei Punkte der Ebene, dann gilt: $\overline{AB} = |\overrightarrow{AB}| = |B - A|$.

W 11.08 Zwei vom Nullvektor verschiedene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^2$ nennt man zueinander parallel, wenn die zugehörigen Pfeile parallel sind. Es ist $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = r \cdot \vec{a}$ mit $r \in \mathbb{R}^*$.

W 11.09 Zwei vom Nullvektor verschiedene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^2$ nennt man zueinander normal, wenn die zugehörigen Pfeile zueinander normal stehen. Es ist $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

W 11.10 Ist $(a_1 \mid a_2)$ ein Vektor aus $\mathbb{R}^2$, dann sind $(-a_2 \mid a_1)$ und $(a_2 \mid -a_1)$ Normalvektoren dieses Vektors mit gleichem Betrag.