241)

Die lineare Gleichung $x + 2y = 6$ hat für $x, y \in$ ____(1)______ genau _____(2)______ unterschiedliche Lösungen

$\mathbb{N}$ (die Menge der natürlichen Zahlen) ist die kleinste der angegebenen Zahlenmengen. Also ist es am wahrscheinlichsten, in dieser Menge die Lösungen zu finden.

Nun probiert man Zahlen $\mathbb{N}$ einzusetzen, um die Anzahl der Lösungen in dieser Grundmenge festzustellen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x = 0$ | $0 + 2y = 6$ | $\rightarrow y = 3$ | $3 \in \mathbb{N} \rightarrow$ Lösung der Gleichung in $\mathbb{N}$ |
| $x = 1$ | $1 + 2y = 6$ | $\rightarrow y = 2{,}5$ | $2{,}5 \notin \mathbb{N} \rightarrow$ keine Lösung der Gleichung in $\mathbb{N}$ |
| $x = 2$ | $2 + 2y = 6$ | $\rightarrow y = 2$ | $2 \in \mathbb{N} \rightarrow$ Lösung der Gleichung in $\mathbb{N}$ |
| $x = 3$ | $3 + 2y = 6$ | $\rightarrow y = 1{,}5$ | $1{,}5 \notin \mathbb{N} \rightarrow$ keine Lösung der Gleichung in $\mathbb{N}$ |
| $x = 4$ | $4 + 2y = 6$ | $\rightarrow y = 1$ | $1 \in \mathbb{N} \rightarrow$ Lösung der Gleichung in $\mathbb{N}$ |
| $x = 5$ | $5 + 2y = 6$ | $\rightarrow y = 0{,}5$ | $0{,}5 \notin \mathbb{N} \rightarrow$ keine Lösung der Gleichung in $\mathbb{N}$ |
| $x = 6$ | $6 + 2y = 6$ | $\rightarrow y = 0$ | $0 \in \mathbb{N} \rightarrow$ Lösung der Gleichung in $\mathbb{N}$ |

Es ist nicht sinnvoll für x Werte einzusetzen, die größer als 6 sind, da die Werte für y dann nicht mehr natürliche Zahlen sein können. Also gibt es in $\mathbb{N}$ vier Lösungen für diese Gleichung.

$L = \{(0 \mid 3); (2 \mid 2); (4 \mid 1); (6 \mid 0)\}$

Der Satz lautet daher:

Die lineare Gleichung $x + 2y = 6$ hat für $x, y \in \mathbb{N}$ genau vier unterschiedliche Lösungen.