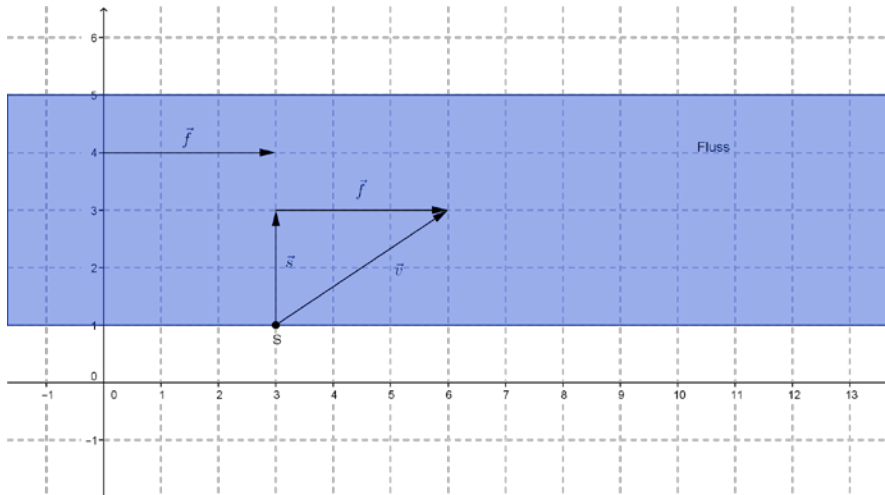


Lösung Beispiel 956.)

- a) Die beiden Vektoren \vec{f} und \vec{s} sind normal aufeinander, weil ihr skalares Produkt 0 ist.

$$\vec{f} \cdot \vec{s} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 + 0 = 0$$

- b) Der Vektor \vec{v} ist in folgender Abbildung ersichtlich:



Um die tatsächliche Eigengeschwindigkeit zu erhalten, muss der Betrag des Vektors \vec{v} berechnet werden. Man liest hierzu den eingezeichneten Vektor v von der Grafik ab:

$$|\vec{v}| = \left| \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \approx 3,61 \text{ m/s} \approx 12,98 \text{ km/h}$$

Um m/s in km/h umzuwandeln, muss mit 3,6 multipliziert werden.

- c) Da die Schwimmerin sich pro Sekunde um den Vektor \vec{v} fortbewegt, kommt sie pro Sekunde um 2 Meter näher zum gegenüberliegenden Ufer. Insgesamt benötigt sie daher $42 : 2 = 21$ Sekunden.

Da sie pro Sekunde um 3 Meter abgetrieben wird, sind das insgesamt 63 Meter.

- d) Da das Boot eine Eigengeschwindigkeit von 5 m/s besitzt, muss für seinen Geschwindigkeitsvektor \vec{b} gelten: $|\vec{b}| = 5$

Da das Boot nicht abgetrieben werden soll, muss die x-Koordinate des Vektors \vec{b} gleich -3 sein (da die x-Koordinate von \vec{f} gleich 3 ist). Durch Einsetzen erhält man:

$$\begin{aligned} |\vec{b}| = \left| \begin{pmatrix} -3 \\ y \end{pmatrix} \right| = 5 & \quad \rightarrow \quad 5 = \sqrt{(-3)^2 + y^2} & \quad \rightarrow \quad 25 = 9 + y^2 \\ & \quad \rightarrow \quad y_{1,2} = \pm 4 \end{aligned}$$



Im gegebenen Beispiel macht die negative Koordinate keinen Sinn. Daher gilt: $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Um den Winkel zu berechnen, den das Boot mit der Flussnormal einschließt, muss man den Vektor \vec{b} und z. B. den Vektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ in die Vektor-Winkel-Formel einsetzen:

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{5 \cdot 1} = \frac{4}{5} \quad \rightarrow \quad \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 36,87^\circ$$

